UNIVERSIDAD PRIVADA DE TACNA

ESCUELA DE POSTGRADO

DOCTORADO EN EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN GESTIÓN EDUCATIVA

INCIDENCIA DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA DE RESOLUCION DE PROBLEMAS EN EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE MATEMÁTICA IV, INGENIERIA CIVIL EN LA UNIVERSIDAD PRIVADA DE TACNA, 2014

TESIS

Presentada por:

Mag. Arcadio, Atencio Vargas

Asesor:

Dra. Julia Marina, Mendoza Gómes

Para obtener el Grado Académico de:

DOCTOR EN EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN GESTIÓN EDUCATIVA

TACNA - PERU

2018

DEDICATORIA

A mis hijas, Estefany del Carmen y Angely Karell

por quienes lucho en la vida.

A mi esposa Florinelda Catalina,

quien me impulsó constantemente a lograr este objetivo.

A mis padres, Justo Atencio (†) y Constanza Vargas (†),

quienes ya no están con nosotros, pero guiaron siempre mi camino por la sencillez y la honestidad.

AGRADECIMIENTOS

A Dios, quien supo guiarme por el buen camino, darme fuerzas para seguir adelante y no desmayar en los problemas que se presentaban, enseñándome a encarar las adversidades sin perder nunca la dignidad ni desfallecer ante el intento.

A mis estudiantes de Matemática IV de los diferentes semestres académicos, por su paciencia y colaboración.

Al Dr. Raúl Valdivia Dueñas por su apoyo y guía en la elaboración del proyecto de tesis.

A la Dra. Julia Marina Mendoza Gómez por su asesoramiento y revisión de la Tesis.

INDICE DE CONTENIDOS

INDICE DE TABLAS

INDICE DE FIGURAS

INDICE DE ANEXOS

RESUMEN

La presente tesis tuvo como objetivo determinar la incidencia de la aplicación de la estrategia de resolución de problemas en los niveles de logro de aprendizajes significativos en el curso de matemática IV, en la carrera profesional de Ingeniería Civil, en el semestre académico 2014-I en la Universidad Privada de Tacna.

La investigación es del tipo aplicada, con un diseño de investigación cuasi experimental. La población de estudio estuvo constituida por 467 estudiantes matriculados en los cursos de matemática del plan de estudios de la carrera profesional de Ingeniería Civil. La muestra estaba compuesta por 45 estudiantes distribuidos en dos grupos, uno de control y el otro experimental. Los grupos de estudiantes fueron tomados en forma no aleatoria, y los tamaños fueron de 19 y 26 estudiantes respectivamente. La técnica de recolección de datos fue el examen y encuesta, con pruebas de entrada y salida en ambos grupos, cuestionario de percepción de la aplicación de la estrategia. Para el procesamiento de los datos se aplicó el programa estadístico SPSS versión 19.

Los resultados demostraron que la aplicación de la estrategia de resolución de problemas, en el curso de matemática IV, permitió elevar el nivel de logro de los aprendizajes significativos, de insuficiente (100%) al nivel de logro de muy bueno (69%) y sobresaliente (15%), haciendo total de 84% mayor a muy bueno, en los estudiantes del cuarto ciclo de la carrera profesional de Ingeniería Civil.

En conclusión, la investigación logró comprobar con un nivel de confianza del 95%, que la aplicación de la estrategia de resolución de problemas, tiene alta incidencia en el resultado de los aprendizajes significativos, ello se evidencia en los resultados de la prueba de salida, en los estudiantes del grupo experimental en el curso de matemática IV, alcanzando el nivel de muy bueno (17-18).

Palabras claves

Resolución de problemas, aprendizaje significativo, calidad de la enseñanza.

ABSTRACT

The objective of this thesis was to determine the incidence of the application of the problem solving strategy in the levels of achievement of significant learning in the mathematics course IV, in the professional career of Civil Engineering, in the academic semester 2014-I in Private University of Tacna.

The research is of the applied type, with a quasi-experimental research design. The study population consisted of 467 students enrolled in the mathematics courses of the career plan of Civil Engineering. The sample consisted of 45 students divided into two groups, one of control and the other experimental. The groups of students were taken in a non-random way, and the sizes were 19 and 26 students respectively. The technique of data collection was the examination and survey, with entrance and exit tests in both groups, questionnaire of perception of the application of the strategy. For the processing of the data, the statistical program SPSS version 19 was applied.

The results showed that the application of the problem solving strategy, in the Mathematics IV course, allowed to raise the level of achievement of the significant learning, from insufficient (100%) to the level of achievement of very good (69%) and outstanding (15%), making a total of 84% greater than very good, in the students of the fourth cycle of the Civil Engineering career.

In conclusion, the research was able to verify with a confidence level of 95%, that the application of the problem solving strategy has a high incidence in the result of the significant learning, this is evidenced in the results of the exit test, in the students of the experimental group in the mathematics course IV, reaching the level of very good (17-18).

Keywords
Problem solving, meaningful learning, quality of teaching.

INTRODUCCIÓN

La educación superior universitaria del siglo XXI enfrenta una serie de desafíos y dificultades, como producto del entorno cambiante, la globalización y su ideal de posicionamiento efectivo en la sociedad del conocimiento. La universidad peruana no es ajena a esta realidad y para insertarse en este escenario competitivo, deben plantearse estrategias que la conduzcan a superar estos retos, los mismos que están ligados a la búsqueda de competitividad que se sostiene sobre la calidad de enseñanza y la investigación.

La calidad educativa en el Perú se sostiene sobre los enfoques por competencias, del pensamiento complejo, evaluación auténtica y alineamiento constructivo. En la medida que la planificación curricular se sostenga sobre los fundamentos de los enfoques pedagógicos, la calidad de la enseñanza se encontrará asegurada.

La calidad de la enseñanza se encuentra en las manos de los profesores universitarios, quienes buscan y proponen estrategias innovadoras para lograr que los aprendizajes de los estudiantes alcancen las competencias del perfil que corresponde a la carrera profesional.

En el ámbito universitario, existen muchos desafíos relacionados con la calidad de la enseñanza. Todavía existen muchas limitaciones para asegurar el logro de aprendizajes significativos, competencias y desempeños. La calidad educativa pasa por la calidad de la enseñanza, en ese sentido la presente investigación está orientada a determinar la incidencia de la aplicación de la estrategia didáctica de resolución de problemas en el nivel de logro de los aprendizajes significativos en el área de matemática.

Planificar y desarrollar experiencias pedagógicas constituye una de las alternativas eficaces para mejorar la calidad de la enseñanza y de los aprendizajes. La matemática al ser parte de la ciencia formal, requiere de metodologías activas y constructivas para su aprendizaje en el aula. En ese sentido, es vital validar estrategias de enseñanza para asegurar el logro de los aprendizajes significativos.

El problema surge cuando el profesor aplica estrategias equivocadas en la enseñanza de la matemática, por lo que es importante proponer nuevas estrategias de enseñar y validar su eficacia. La estrategia didáctica de resolución de problemas matemáticos, para asegurar los aprendizajes significativos en la enseñanza de la matemática, es una excelente propuesta que ofrece la investigación a la didáctica de la matemática para el nivel universitario.

El trabajo de investigación está dividido en cinco capítulos, que se describen a continuación:

El Primer Capítulo de este trabajo, hace referencia al planteamiento del problema. Contiene la descripción, formulación, justificación, objetivos, conceptos básicos y antecedentes de la investigación.

El Segundo Capítulo, referente al marco teórico científico de la investigación, contiene las bases teóricas que fundamentan la naturaleza y el comportamiento de las variables en estudio.

En el Tercer Capítulo, se desarrolla el marco metodológico, haciendo referencia a las hipótesis, las variables, tipo y diseño de investigación, la población y muestra, así como los métodos y técnicas que se usaron para la recolección de datos y el procesamiento e interpretación de los resultados.

En el Cuarto Capítulo, se presentan los resultados estadísticos en tablas y figuras estadísticas con las respectivas comprobaciones de las hipótesis de la investigación.

En el Quinto Capítulo, se presenta el análisis y discusión de resultados de la investigación.

Finalmente, se presentan las conclusiones, recomendaciones y bibliografía correspondiente, acompañados de los anexos necesarios, que se utilizaron para llevar a cabo el presente trabajo de investigación.

CAPÍTULO I

EL PROBLEMA

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En la actualidad, la matemática es el soporte insustituible de los avances tecnológicos y comunicacionales de una sociedad altamente tecnificada, que exige un especial esfuerzo de formación y preparación de sus miembros, tanto para vivir en ella, como para incorporarse a las tareas productivas y adecuarse a las continuas mejoras y cambios (Álvarez y Ruiz, 2010: 227).

En este mismo escenario, Álvarez y Ruiz (2010) manifiestan que diversos estudios reportan que la matemática tiende a constituirse en un filtro selectivo en los distintos niveles educativos a escala mundial (Davis & Hersh, 1998). Una evidencia de ello son los resultados de las diferentes evaluaciones internacionales aplicadas, por ejemplo, PISA (2003) que ha tenido la participación de 250,000 estudiantes de 44 países diferentes. Sus resultados muestran que a un 67% de participantes les desagradan la matemática, asignatura que, además, manifiestan no aprender. Así mismo, solo el 38% reporta interés y gusto por esta disciplina (OCDE, 2004).

La evolución social, científica, técnica y económica actual requiere un aprendizaje diferente del que tradicionalmente se ha venido realizando. Los enfoques educativos han cambiado y la enseñanza tiene que cambiar. En efecto, si hace unas décadas un enfoque basado en la transmisión del conocimiento acumulado, en el que los estudiantes aprendían los fundamentos de una disciplina, parecía adecuado, quizás en estos momentos no sea suficiente. La creación del conocimiento y los cambios tecnológicos se suceden a un ritmo tal que puede preverse que, a lo largo de su futuro desempeño profesional, los actuales estudiantes se verán obligados a renovar sus conocimientos y profundizar en los descubrimientos e innovaciones que se produzcan en su disciplina. Por lo tanto, un objetivo fundamental de la formación universitaria actual es que los estudiantes *aprendan a aprender* de forma independiente y sean capaces de adoptar de forma autónoma la actitud crítica que les permita adaptarse en un mundo cambiante.

Además, el trabajo ha cambiado también de forma importante. En un mundo en que los conocimientos cambian a un ritmo acelerado, son cada vez menos los profesionales que trabajan de forma aislada. Por el contrario, con mucha frecuencia deben unir sus fuerzas y conocimientos a las de otros profesionales para ser capaces de analizar los problemas de forma precisa desde distintas disciplinas complementarias. Es decir, los futuros profesionales deben ser capaces de trabajar en equipos, con frecuencia multidisciplinares, y hacerlo de forma natural y productiva siendo capaces de escuchar, de entender (y preguntar si no entienden), de tener en cuenta y respetar otros puntos de vista, de comunicar de forma efectiva lo que puede aportar al trabajo del grupo de forma constructiva.

Estas nuevas formas de trabajo académico exigen a los profesores tener que asumir el rol protagónico que debe cumplir el estudiante. “Como educadores matemáticos estamos interesados en que nuestros alumnos conozcan la matemática, la comprendan, la aprecien y que sean capaces de aplicarlas en la vida cotidiana y profesional”. (D’Amore B. 2008: 7). Actualmente el estudiante, pasó a ser el auténtico eje de la educación universitaria y el profesor un mediador o guía de dicho proceso de aprendizaje. “Este cambio supone que los profesores deben incorporar en su bagaje de conocimientos la metodología activa de enseñanza, para enfrentar con éxito la resolución de problemas matemáticos”, (Piscoya, 2005).

La formación universitaria cumple perfiles que la sociedad demanda según la naturaleza de sus necesidades. En esas exigencias se encuentran las carreras profesionales que cumplen funciones de atender esa demanda con la mayor eficacia y calidad posible. Cada carrera profesional implementa y ejecuta un plan de estudios que contiene todos los cursos que deben aprobar los estudiantes para poder obtener un título profesional e insertarse con éxito en el mercado laboral.

La mayoría de carreras profesionales en Ingeniería requieren de un marcado respaldo en la formación matemática como cursos básicos; estos conocimientos favorecen o limitan la comprensión de cursos de especialidad y que de alguna manera está relacionado con el eficiente desempeño profesional del ingeniero en su campo profesional, lo cual implica que no se está logrando a cabalidad, el perfil profesional previsto. Una forma de coadyuvar a completar una sólida formación profesional, es contextualizar la enseñanza de la matemática a través de la resolución de problemas referidos a la ingeniería y especialidad, es decir, abandonar la forma tradicional de enseñar los contenidos matemáticos, que en muchas ocasiones están totalmente desvinculados de los intereses de los estudiantes.

No está demás destacar que "una de las carreras con elevada dificultad en el proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática, probablemente sea la ingeniería, puesto que esta disciplina adquiere un carácter eminentemente formativo" (Álvarez, Ruiz, 2010).

También no debemos olvidar que el universo se rige por leyes naturales, de las cuales es imposible prescindir, y la matemática es hasta ahora la mejor manera de entender estas leyes y sus relaciones. El diseño de una estructura (puente, edificio, carreteras, casa), la operación de una máquina de combustión, el comportamiento poblacional, la optimización de un proceso, en fin, cualquier fenómeno, es posible caracterizarlo mediante modelos matemáticos (Guzmán, 1991; Chamoso, 1995; Calderón, 1996).

En la Universidad Privada de Tacna, se aprecia que los estudiantes de la carrera profesional de ingeniería civil, muestran poca inclinación y motivación hacia los cursos de matemática, es decir, tienen una valoración negativa al proceso de enseñanza aprendizaje, además los resultados obtenidos de los dos últimos años, son: más del 25% de desaprobados, 15% en promedio de abandonos, 10% en promedio de retiros parciales. (Consolidado de notas finales 2013, 2014)

El plan curricular para la formación profesional del ingeniero civil en la UPT, considera actualmente cinco cursos de matemática, distribuidos entre el primero y cuarto ciclo. En reuniones de trabajo de docentes, coincidimos con nuestras apreciaciones en que aproximadamente el 30% de estudiantes no tienen los conocimientos pre requisitos suficientes para aprender eficazmente los nuevos conocimientos de cursos superiores de matemática, ello indica los resultados de la prueba de entrada aplicados al inicio del semestre académico. A su vez, este aspecto tiene redundancia con el éxito o fracaso del aprendizaje de algunos cursos de especialidad que tienen que ver directamente con el soporte de conocimientos y habilidades matemáticas. También se observa que los estudiantes no están logrando eficazmente, las competencias y capacidades planteadas en los sílabos de los cursos de matemática, es decir, es escasa la capacidad de construir conocimientos de forma óptima y duradera; estudian sólo para aprobar y no para aprender el curso.

Por mi experiencia docente en el dictado de diferentes cursos de matemática y testimonios de otros colegas, en la carrera de ingeniería civil de la Universidad Privada de Tacna, se aprecia que existe en los estudiantes, un deficiente aprendizaje significativo en los cursos de matemática, es decir no están asimilando los conocimientos de forma óptima y duradera y por lo general existe dificultades para anclar lo aprendido con nuevos conocimientos y de la propia especialidad. Al respecto, Ausubel plantea que el aprendizaje del estudiante depende de la estructura cognitiva previa que se relaciona con la nueva información, debe entenderse por "estructura cognitiva", al conjunto de conceptos, ideas que un individuo posee en un determinado campo del conocimiento, así como su organización. Un aprendizaje es significativo cuando los contenidos son relacionados de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe. Por relación sustancial y no arbitraria se debe entender que las ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición (Ausubel, 1983 :18).

Así mismo, se observa que la mayoría de nuestros estudiantes tienen preferencia por un aprendizaje mecánico y memorístico, de solo resolver ejercicios, sin tomar en cuenta el marco conceptual que sustenta los procedimientos algorítmicos a seguir, es decir, que la nueva información es almacenada arbitrariamente, sin interactuar con conocimientos pre-existentes relevantes (Ausubel, 1983). Este detalle, no favorece una buena formación profesional en ingeniería.

Respecto al aprendizaje, no solo actúa el estudiante, sino también el docente quien tiene la importante misión de lograr en los estudiantes aprendizajes significativos contextualizados y duraderos en el tiempo; esta tarea no se está logrando como se desea debido al empleo de estrategias didácticas inadecuadas y que se debe mejorar. Una manera de expresar su satisfacción del estudiante es la encuesta “tu opinión cuenta” realizada por la propia Universidad. Los estudiantes nos califican desde insatisfactorio hasta bueno en el año 2012, mientras que en los años 2013 y 2014 la calificación general es de bueno.

Comúnmente el estudiante de ingeniería piensa (como un mito) que “las letras no son para ellos,” por lo tanto la lectura no es de su preferencia en un buen porcentaje de estudiantes, solo este hecho indica que no visitan las bibliotecas de la universidad, no leen, no investigan nuevas situaciones sobre los cursos en que están matriculados. Algunos de ellos, en matemática, sólo leen sus apuntes, no practican para descubrir nuevos procedimientos o atajos que les permita enfrentar con éxito sus evaluaciones y obtener nuevos aprendizajes.

En el campo pedagógico universitario existe una variedad de estrategias didácticas; sin embrago, en la enseñanza de la matemática y en carreras de ingeniería se precisa el uso de estrategias que permita la asimilación de aprendizajes significativos óptimos y duraderos. Una de estas estrategias didácticas, es la resolución de problemas relacionados a la vida real o contextualizado a un área o especialidad de interés para el estudiante. En este escenario, Daniel Gil destaca que "la resolución de problemas aparece ahora como una actividad esencial para favorecer el cambio conceptual y metodológico, sin el cual no es posible concebir la construcción de los conocimientos científicos, es decir, el aprendizaje significativo de los mismos" (Gil, D. 1987).

En consecuencia, la problemática consignada en los párrafos anteriores, conlleva a realizar esta investigación permitiendo resolver, en parte la problemática en el proceso enseñanza aprendizaje de la matemática a nivel universitario.

1.2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

En este contexto, la pregunta que orientó el presente trabajo de investigación fue:

1.2.1 INTERROGANTE PRINCIPAL

¿Cuál es la incidencia de la aplicación de la estrategia didáctica de resolución de problemas en el nivel de logro del aprendizaje significativo en el curso de matemática IV en los estudiantes del IV ciclo de la carrera profesional de Ingeniería Civil, en la Universidad Privada de Tacna, 2014-I."?

1.2.2 INTERROGANTES SECUNDARIAS

a) ¿Cuál es el nivel de logro del aprendizaje significativo en los estudiantes del grupo de control y experimental, antes de la aplicación de la estrategia didáctica de resolución de problemas, en el curso de matemática del IV ciclo de la carrera profesional de Ingeniería Civil?

b) ¿En qué medida el nivel de logro del aprendizaje significativo de los estudiantes del grupo experimental ha mejorado con la aplicación de la estrategia didáctica de resolución de problemas en el curso de matemática de los estudiantes del IV ciclo de la carrera de Ingeniería Civil?

c) ¿Cuál es el nivel de logro del aprendizaje significativo de los estudiantes del grupo experimental respecto del grupo de control, después de la aplicación de la estrategia didáctica de resolución de problemas, en el curso de matemática del IV ciclo de la carrera profesional de Ingeniería Civil?

d) ¿Cuál es el nivel de aceptación de los estudiantes de la estrategia didáctica basada en la resolución de problemas en el curso de matemática, en la carrera profesional de Ingeniería Civil?

1.3 JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

La investigación se justifica en la medida que permite lograr en los estudiantes del curso de matemática de Ingeniería Civil aprendizajes significativos óptimos y duraderos y de esta manera, tengan una actitud positiva hacia la matemática, sobre todo se permitirá que logren las competencias y capacidades matemáticas previstas.

De la misma forma, al desarrollar habilidades cognitivas, estaremos contribuyendo a lograr el perfil profesional y por ende un buen desempeño profesional.

La investigación permitirá plantear una estrategia didáctica basada en la resolución de problemas y que los docentes de matemática en Ingeniería Civil pueden utilizar como una alternativa en el desarrollo de los cursos asignados. En consecuencia, la presente investigación se justifica por las siguientes razones:

a) Desde el aspecto científico; porque nos va a permitir incrementar el bagaje de conocimientos teóricos sobre la estrategia didáctica de resolución de problemas en el proceso pedagógico.

b) Desde el aspecto metodológico; la presente investigación está orientada a describir los pasos o fases a seguir y que los docentes tenemos que tomar en cuenta para crear condiciones para el logro de un aprendizaje significativo.

c) Relevancia académica; porque los resultados de la investigación nos permitirán conocer la importancia y trascendencia de la estrategia didáctica de resolución de problemas en el proceso de aprendizajes en el curso de matemática en la carrera profesional de Ingeniería Civil.

1.4 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

1.4.1 OBJETIVO GENERAL

Determinar la incidencia de la aplicación de la estrategia didáctica de resolución de problemas en el nivel de logro del aprendizaje significativo en el curso de matemática IV en los estudiantes del IV ciclo de la carrera profesional de Ingeniería Civil, en la Universidad Privada de Tacna, 2014-I.

1.4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

a) Establecer el nivel de logro del aprendizaje significativo de los estudiantes del grupo de control y experimental, antes de la aplicación de la estrategia didáctica de resolución de problemas, en el curso de matemática del IV ciclo de la carrera profesional de Ingeniería Civil.

b) Determinar en qué medida el nivel de logro del aprendizaje significativo de los estudiantes del grupo experimental ha mejorado con la aplicación de la estrategia didáctica de resolución de problemas en el curso de matemática de los estudiantes del IV ciclo de la carrera de Ingeniería Civil.

c) Establecer el nivel de logro del aprendizaje significativo de los estudiantes del grupo experimental respecto del grupo de control, después de la aplicación de la estrategia didáctica de resolución de problemas, en el curso de matemática del IV ciclo de la carrera profesional de Ingeniería Civil.

d) Definir el nivel de aceptación de los estudiantes de la estrategia didáctica de resolución de problemas en el curso de matemática IV, en la carrera profesional de Ingeniería Civil.

1.5 CONCEPTOS BÁSICOS

A. APRENDER A APRENDER

Aprender a aprender implica la capacidad de reflexionar en la forma en que se aprende y actuar en consecuencia, autorregulando el propio proceso de aprendizaje mediante el uso de estrategias flexibles y adecuadas que se transfieren y adaptan a nuevas situaciones (Diaz F., Hernández G. 2002: 234).

B. APRENDIZAJE MECÁNICO Y MEMORÍSTICO

El aprendizaje memorístico o repetitivo se basa en retener mentalmente datos sin procesarlos detenidamente. Los contenidos memorizados no son comprendidos y tampoco se intenta analizar su significado. Se repiten las suficientes veces hasta que se recuerdan.

Aprendizaje memorístico es la acción de introducir en la memoria un concepto o idea sin saber o entender su significado, sin tener ideas previas, teniendo como instrumento de aprendizaje las múltiples repeticiones de dicho concepto, para así de este modo poder recordarlo.

C. CAPACIDADES

Potencialidades inherentes a la persona y que ésta procura desarrollar a lo largo de toda su vida. También suele identificarse las capacidades como macro habilidades, o habilidades generales, talentos o condiciones especiales de la persona, fundamentalmente de naturaleza mental, que le permiten tener un mejor desempeño o actuación en la vida cotidiana, (Minedu 2007).

D. CONOCIMIENTOS PREVIOS

Son aquellos conocimientos ya presentes (en el momento de iniciar el aprendizaje) constituidos por hechos, conceptos, relaciones, teoría y otros datos, de los que el sujeto puede disponer en todo momento. Son constituidos por aprendizajes previos como por ideas previas. El factor más importante es la cantidad, claridad y organización de estos conocimientos que ya tiene el estudiante al momento de iniciar nuevos aprendizajes (Bixio, C. 2001: 57).

E. COMPETENCIAS

Son procesos complejos de desempeño con idoneidad, en determinados contextos, que permiten una actuación responsable y satisfactoria, demostrando la capacidad de hacer con saber y con conciencia sobre las consecuencias de ese hacer en el entorno. Es un saber hacer reflexivo, ético y eficiente. Es una capacidad de acción e interacción eficaz sobre diversas situaciones problemáticas.

F. DISPOSICIÓN PARA EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

El estudiante muestra una disposición para relacionar de manera sustantiva y no literal el nuevo conocimiento con su estructura cognitiva, de manera que pueda anclar los conocimientos previos con los nuevos conocimientos matemáticos de su interés.

G. ENSEÑANZA

Es la incesante búsqueda de posibilidades que orientan el proceso académico, donde la pregunta y la hipótesis, permiten profundizar en el desarrollo del pensamiento, donde lo vivido y experimentado (la realidad y el contexto), coopera al momento de la construcción del conocimiento, (Universidad Francisco de Paula Santander, 2012)

H. ESTRATEGIA DE APRENDIZAJE

Según Schmeck (1988); Schunk (1991) “las estrategias de aprendizaje son secuencias de procedimientos o planes orientados hacia la consecución de metas de aprendizaje, mientras que los procedimientos específicos dentro de esa secuencia se denominan tácticas de aprendizaje. En este caso, las estrategias serían procedimientos de nivel superior que incluirían diferentes tácticas o técnicas de aprendizaje".

Las estrategias de aprendizaje son una guía flexible y consciente para alcanzar el logro de objetivos, propuestos para el proceso de aprendizaje (UNED).

Según Diaz Barriga (2002), las estrategias de aprendizaje son procedimientos (conjunto de pasos, operaciones o habilidades) que un aprendiz emplea en forma consciente, controlada e intencional como instrumentos flexibles para aprender significativamente y solucionar problemas (Diaz Barriga, Castañeda y Lule, 1986; Gaskins y Elliot, 1998).

I. ESTRATEGIA DE ENSEÑANZA

Las estrategias de enseñanza son procedimientos que el agente de enseñanza utiliza en forma reflexiva y flexible para promover el logro de aprendizajes significativos en los estudiantes (Mayer, 1984; Shuell, 1998; West, Farmer y Wolff, 1991. En ese mismo entender, las estrategias de enseñanza son medios o recursos para prestar la ayuda pedagógica (Diaz F., Hernández G. 2002: 141).

También, las estrategias de enseñanza, esencialmente se define como los procesos que se dan en la actividad pedagógica, con el apoyo de metodologías y herramientas didácticas, que orientan el aprendizaje de manera significativa; motivando al estudiante a construir sus propios conocimientos.

J. HABILIDADES COGNITIVAS

Las **habilidades cognitivas** son un conjunto de operaciones mentales, cuyo objetivo es que el estudiante integre la información adquirida a través de los sentidos, en una estructura de conocimiento que tenga sentido para él.

K. MATERIAL POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVO

El material de aprendizaje debe relacionarse de manera no arbitraria y sustancial con alguna estructura cognoscitiva específica del estudiante, es decir debe tener significado lógico y relacionarse en forma intencional y sustancial con las ideas pertinentes que se hallan disponibles en su estructura cognoscitiva. El significado se refiere a las características inherentes del material que se va a aprender y a su naturaleza

L. METODOLOGÍA

Es el conjunto de momentos y técnicas lógicamente coordinados para dirigir el aprendizaje del alumno hacia determinados objetivos. El método es quien da sentido de unidad a todos los pasos de la enseñanza y del aprendizaje.

M. METODOLOGÍA ACTIVA DE ENSEÑANZA

La metodología activa es una estrategia pedagógica que promueve que el estudiante participe activamente del proceso de aprendizaje, y es responsable de la construcción de su propio conocimiento mediante recursos didácticos como: debates, discusiones grupales, talleres y aprendizaje colaborativo, entre otros. En esta dinámica el docente realiza un rol de guía facilitador, asesorando y acompañando al alumno en su aprendizaje. (UPC)

1.6 ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN

De la revisión de investigaciones realizadas tanto a nivel internacional y nacional, se ha encontrado:

A) La tesis doctoral "EVALUACIÓN DE HABILIDADES COGNITIVAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS".

Esta investigación fue presentada por Jesús Toboso Picazo para obtener el grado de doctor en la Universidad de Valencia, España en el año 2004. Entre las principales conclusiones que puede apoyar nuestro trabajo de investigación, podemos mencionar:

- En función de estos datos, concluimos que la habilidad para concebir el plan de resolución incide, de forma significativa, en los procesos de ejecución algorítmica que llevan a la solución final y en el rendimiento general de matemática. Se verifica, pues, que los metacomponentes cognitivos que reconocen el problema que ha de ser resuelto (Sternberg, 1985a y 1985c) son un buen criterio para predecir el rendimiento general en matemática y la habilidad de ejecución algorítmica.

- Podemos afirmar que, aproximadamente, el 60 % de los ítems mantiene un índice de dificultad similar en las dos pruebas, resultando ligeramente más difícil la fase de ejecución algorítmica, y que un porcentaje significativo de alumnos resuelve el 40% de los problemas de forma poco comprensiva o "mecánica", sin el suficiente conocimiento esquemático y estratégico que permite reconocer la naturaleza del problema, seleccionar el plan y secuenciar los pasos a seguir.

- Estos datos vienen a corroborar, en parte, las investigaciones de Sternberg y Grigorenko (1992) y Serrano (1994), comprobando cómo las personas que prefieren planificar (legislativo), seguir reglas (ejecutivo) y centrarse en los aspectos concretos de la realidad (local) obtienen mayor rendimiento en los procesos de resolución de problemas. Por otro lado, los alumnos que prefieren la novedad e ir más allá de las reglas establecidas (progresistas) presentan un peor rendimiento.

La primera y última conclusión que hemos elegido muestran que un procedimiento ordenado y planificado en la resolución de problemas conduce a la obtención de constructos significativos en los estudiantes, que es lo que también estamos buscando lograr en los estudiantes a través de nuestra investigación, como es de forma indirecta, el desarrollo de ciertas habilidades cognitivas necesarias en un estudiante de ingeniería como ser: comprensión, aplicación, análisis, síntesis y evaluación.

B) Otro estudio que tiene relación con nuestro tema de investigación también, es la de Paloma Varela Nieto con su tesis doctoral "LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS. ASPECTOS DIDÁCTICOS Y COGNITIVOS", desarrollada entre 1991 y 1992 en la Universidad Complutense de Madrid. Entre las conclusiones más importantes, tenemos las siguientes:

- El nivel de verbalización empleado por los estudiantes en el proceso de resolución, considerado fundamental en la metodología empleada, ha experimentado un avance importante, del 77%, a lo largo del proceso. Otro parámetro contabilizado, el número de estudiantes que abandona la tarea apenas comenzada, ha sufrido una disminución muy sensible.

- Los estudiantes han experimentado una evolución positiva en cuanto a la eficacia para resolver problemas de enunciado abierto. Esta evolución se ha producido independientemente del contenido específico de los problemas y ha estado acompañada de una actitud positiva hacia la tarea de resolver problemas de Física.

- El modelo propuesto a los estudiantes para resolver problemas de enunciado abierto, ha conseguido en ellos un cambio conceptual significativo y persistente en el tiempo. Además, al final del proceso, utilizan los esquemas con un grado mayor de coherencia.

  En este caso, las tres conclusiones que hemos elegido apoyan nuestra investigación en sus diferentes fases de aplicación. Los estudiantes luego del proceso de solución del problema aprenden a verbalizar mejor situaciones matemáticas, hecho que observamos en las diferentes exposiciones que realizan.

C) También se encontró la Tesis doctoral de Julia Marina Mendoza Gómez titulada "Aplicación de la estrategia METAMAT y el logro de aprendizaje significativo de la matemática en alumnos de Ingeniería de la UNJBG de Tacna en el año 2013".

El objetivo general de esta investigación es, determinar el efecto de la aplicación de la estrategia METAMAT en el logro de aprendizaje significativo de la matemática en alumnos de Ingeniería de la UNJBG de Tacna en el año 2013.

Las conclusiones a que se arribó en la investigación son:

Primera. En alumnos de Ingeniería de la UNJBG el aprendizaje significativo de la matemática antes de la aplicación de la estrategia METAMAT, es bajo.
Específicamente:

a) En alumnos de Ingeniería de la UNJBG en la fase planificación del aprendizaje significativo de la matemática antes de la aplicación de la estrategia METAMAT, es bajo, alcanzando nivel bajo con 42.5% y nivel regular con 30%.

b) En alumnos de Ingeniería de la UNJBG en la fase control del aprendizaje significativo de la matemática antes de la aplicación de la estrategia METAMAT, es bajo, alcanzando nivel regular con 27.5% y nivel bajo con 22.5%.

c) En alumnos de Ingeniería de la UNJBG en la fase evaluación del aprendizaje significativo de la matemática antes de la aplicación de la estrategia METAMAT, es bajo, alcanzando nivel regular con 45% y nivel bajo con 17.5%.

Segunda. En alumnos de Ingeniería de la UNJBG el aprendizaje significativo de la matemática después de la aplicación de la estrategia METAMAT, es alto.

Específicamente:

a) En alumnos de Ingeniería de la UNJBG en la fase de planificación del aprendizaje significativo de la matemática después de la aplicación de la estrategia METAMAT, es alto, logrando nivel excelente con 47.5% y nivel alto con 30%.

b) En alumnos de Ingeniería de la UNJBG en la fase de control del aprendizaje significativo de la matemática después de la aplicación de la estrategia METAMAT, es alto, logrando nivel excelente con 37.5% y nivel muy alto con 30%.

c) En alumnos de Ingeniería de la UNJBG en la fase de evaluación del aprendizaje significativo de la matemática después de la aplicación de la estrategia METAMAT, es alto, logrando nivel muy alto con 35% y nivel excelente con 32.5%.

Las dos conclusiones seleccionadas apoyan la presente investigación, ya que se aplicó también en estudiantes de Ingeniería. Nuestra preocupación por el aprendizaje significativo es común, mucho más si estamos en procesos de acreditación de las carreras, o licenciamiento de las instituciones universitarias ante la SUNEDU.

También en base a la revisión de revistas científicas efectuada, se encontró las siguientes investigaciones que respaldan este estudio:

D) Castillo, Claure (2006), desarrolló una investigación titulada: “Estrategias docentes para un aprendizaje significativo”. En esta investigación se concluye que todas las estrategias de enseñanza son utilizadas intencional y flexiblemente por el docente y este las puede usar antes para activar la enseñanza, durante el proceso para favorecer la atención y después para reforzar el aprendizaje de la información nueva.

La investigación contribuye a este estudio por el planteamiento y enfoque que da el autor a las estrategias que conducen al aprendizaje significativo, entre ellas menciona la resolución de problemas.

E) Daniel Gil Pérez (1982), desarrolló la investigación: “Un modelo de resolución de problemas, acorde con la metodología científica”. La principal conclusión indica que la heurística propuesta para la resolución de problemas, intenta aproximar dicha resolución a una auténtica tarea investigadora. Esta heurística se limita a orientar metodológicamente el trabajo de los alumnos, evitando precisamente la caída en operativismos y resoluciones mecánicas. Básicamente podemos resumir así:

- Realización de un estudio cualitativo de la situación planteada y emisión de hipótesis.
- Elaboración de posibles estrategias de resolución a la luz del estudio cualitativo anterior y del cuerpo de conocimientos disponibles.
- Resolución propiamente dicha (verbalizando detalladamente todo el proceso).
- Análisis de los resultados.

Aquí, la heurística se refiere a las fases de resolución de problemas que propone y también apoya a este estudio.

CAPÍTULO II

FUNDAMENTO TEÓRICO - CIENTÍFICO

Iniciaremos este apartado precisando aspectos importantes del Modelo Educativo de la Universidad Privada de Tacna (UPT), que sirven de sustento al presente trabajo de investigación.

2.1 FORMACIÓN ORIENTADA A COMPETENCIAS DEL MODELO EDUCATIVO DE LA UPT.

Según el Modelo Educativo de la UPT (2014), al respecto señala: "La formación orientada a competencias se plantea como un proceso de formación orientado al desarrollo de competencias, por tanto, centrado en el estudiante, es decir, se abordarán de diferente manera la planificación de los procesos de enseñanza, orientados ahora a lograr desempeños. Ello significará cambios en el diseño curricular, en los procesos didácticos y fundamentalmente en la evaluación de los resultados del aprendizaje".

Así mismo este modelo, asume en primera instancia la definición de competencia de Tobón (2006), como "procesos complejos que integran y articulan conocimientos, capacidades, habilidades, actitudes, cualidades, aptitudes que se dan en un determinado contexto y con ciertas características o condiciones de idoneidad".

Pero, ¿**qué es una competencia**? La guía del diseño curricular de la UPT, alineada al modelo educativo, define una competencia como “un saber hacer con conciencia, un saber en acción, orientado más allá del conocer y describir la realidad, de definir situaciones y problemas, capaz de cambiar la realidad y solucionar problemas; un saber actuar, pero sobre la base del conocimiento, habilidades y actitudes valiosas. Su desarrollo capacita para resolver problemas concretos en situaciones de trabajo tensas, en condiciones complejas y hasta conflictivas. Se desarrollan en escenarios de aprendizaje que integran tres tipos de saber: conceptual, procedimental y actitudinal, involucrando la metacognición”.

Los tipos de competencia según el Modelo Educativo UPT son:

a) **Competencias básicas**. También llamadas instrumentales, son aquellas asociadas a conocimientos fundamentales que normalmente se adquieren al finalizar la formación básica regular y se perfeccionar a lo largo de la vida, tales como la habilidad para leer y escribir, la comunicación oral, el cálculo, etc. Estas competencias generalmente no se aprenden en educación superior.

b) **Competencias genéricas**. Son comportamientos necesarios para el desempeño en ambientes laborales y son comunes a diferentes actividades productivas o de servicio. Se les llama también competencias generales o transversales, ya que no se restringen a un campo específico de una profesión u ocupación; su desarrollo es tarea de todas las carreras profesionales, no se limita a campo disciplinar, curso o módulo de estudios, por tanto, deben desarrollarse en todos los campos de la formación universitaria. Las competencias genéricas plasmadas en el Modelo Educativo de la UPT, y que se deben lograr son:

- Emprendimiento e innovación (G1)
- Liderazgo (G2)
- Investigación (G3)

- Pensamiento crítico (G4)
- Comunicación (G5)
- Trabajo en equipo (G6)
- Compromiso ético (G7)
- Aprendizaje continuo (G8)

c) **Competencias específicas**. Son procesos de actuación altamente complejos que las personas requieren para desempeñarse en una ocupación y cumplir funciones que ésta supone, según estándares y normas específicas. Estas competencias son diseñadas de acuerdo al análisis del perfil de egreso de una carrera.

   También son llamadas competencias especializadas o técnicas, tienen relación directa con las habilidades, destrezas, conocimientos y actitudes de cada carrera y un ejercicio profesional determinado.

Según lo descrito líneas arriba, el modelo educativo de la UPT, para el desarrollo de la formación por competencias, toma en cuenta los dos últimos tipos de competencias en su sistema curricular: **las competencias genéricas, y las competencias específicas**. Estas competencias están determinadas en los diseños curriculares de cada carrera y especificadas en los sílabos de los cursos.

Dentro de este marco, Diaz Barriga (2010: 47), puntualiza, “el aprendizaje de competencias no puede ser la simple suma de conocimientos, habilidades y actitudes. El núcleo de las competencias es precisamente la integración de estas tres dimensiones del saber y es allí donde está la complejidad del aprendizaje de competencias: el estudiante ha de demostrar su capacidad de aplicar lo aprendido a situaciones del contexto real referidas a su carrera, es decir, una verdadera competencia incluye conocimientos, habilidades, actitudes y valores, y reconocer “el carácter situado del conocimiento”, con elementos de juicios y aspectos éticos para asegurar un desempeño competente”.

Por otra parte, en el contexto del aprendizaje significativo y el desarrollo de competencias profesionales, no hay duda de que, “saber” mucho no hace al profesional necesariamente competente. Su nivel de competencia está determinado por su capacidad de transferir sus conocimientos al contexto real para “saber hacer”, o sea, resolver problemas en ámbito de su campo profesional, es decir si demuestra su habilidad para tomar decisiones y resolver problemas (Dugua, 2016:17).

En resumen, trabajar en coherencia con el Modelo Educativo de la UPT, significa innovar el proceso didáctico promoviendo un proceso de formación centrado en el desarrollo integral del estudiante, que tome como referencia un saber hacer con conciencia, un saber en acción, orientado más allá de describir y conocer la realidad, de definir situaciones y problemas, es decir, de ser capaz de cambiar la realidad y solucionar problemas de situaciones complejas de trabajo. Así mismo, concuerdo con lo expresado por Diaz Barriga y Dugua, respecto a lo que se busca o se pretende que el estudiante desarrolle competencias relativas a ser capaz de demostrar su capacidad, de aplicar lo aprendido a situaciones del contexto referidas a su carrera, así como de demostrar su capacidad de transferir sus conocimientos al contexto real.

Con este marco, se aborda el fundamento teórico y la estrategia didáctica de resolución de problemas, que a continuación se desarrolla.

2.2 LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Según Stanic y Kilpatrick (1988), “los problemas han ocupado un lugar central en el currículo matemático desde la antigüedad, pero la resolución de problemas, no”. A partir de los años 1960 aproximadamente, los docentes que enseñan matemática han aceptado la idea de que el desarrollo de esta habilidad para resolver problemas merece una atención especial; porque aparece fundamentalmente a partir del surgimiento de la teoría del procesamiento de la información.

Sin embargo, es importante que se conozca una definición de “problema”, incluso la diferenciación con un ejercicio matemático, ya que, en carreras de ingeniería, la resolución de problemas es una actividad primordial en el aprendizaje significativo de la matemática, pues permite movilizar capacidades matemáticas en los estudiantes, dándoles la posibilidad de relacionar conceptos anteriores y de otras asignaturas afines a los de su propia especialidad. En este entender, abordaremos algunos aportes de estudiosos importantes que se relacionan con esta investigación.

Entendiendo la resolución de problemas como una actividad inherente al ser humano (Piaget, 1972), es trascendente tener en cuenta que la percepción de los problemas es relativa a cada persona. Según Lester (1983), citado por Toboso (2004) considera que una situación sólo puede ser concebida como problemática, en la medida que existe un reconocimiento de ella como tal, y no se dispone de un procedimiento automático para solucionarla de forma inmediata. Estas características, diferencia el problema del ejercicio, entendiendo que este último se resuelve inmediatamente con la aplicación de unas estrategias o técnicas específicas.

No obstante, esta diferenciación no parece estar clara en la práctica, dependiendo del nivel educativo, una misma situación puede ser un problema para una persona, mientras que para otra no existe tal problema, porque carece de interés por tal situación y no está articulado a sus expectativas o porque tiene los mecanismos que le permiten reducirla a un simple ejercicio y resolverla con la mínima inversión de recursos cognitivos. Es decir, en los ejercicios se puede decidir con rapidez si se sabe resolver o no; se trata de aplicar un algoritmo, que pueden conocer o ignorar; pero una vez localizado, se aplica y basta.

En nuestra realidad, tanto en educación básica regular como en la enseñanza superior, la proliferación de ejercicios en clase de matemática ha desarrollado y arraigado en los alumnos un síndrome generalizado; en cuanto se les plantea una tarea a realizar, tras una somera reflexión, contestan: "lo resuelvo" o "no lo resuelvo", según hayan localizado o no el algoritmo apropiado. Siguiendo este orden de ideas, Dwyer propone que “un ejercicio es un conjunto aislado de conductas las cuales no están relacionadas con nada más allá de él mismo. Un ejercicio matemático tiene las mismas características que un ejercicio físico. Consiste en el uso repetido de destrezas tal que ellas se desarrollen, sean retenidas, y sean puestas a tono. Un cantante practica la escala musical para tener precisión en el tono; un atleta trota para mantenerse en forma; un alumno hace ejercicios matemáticos para mantener e incrementar sus habilidades" (Dwyer y Elligett, 1970).

Por el contrario, en los problemas no es evidente el camino a seguir; incluso puede haber varios caminos o procedimientos; y desde luego no está codificado y enseñado previamente. Se debe apelar a conocimientos diferentes, y no siempre de matemática; es necesario relacionar saberes procedentes de campos diferentes, hay que poner a punto nuevas relaciones.

Por tanto, una definición de "problema" sería una cuestión en la que no es posible contestar por aplicación directa de ningún resultado conocido con anterioridad, sino que para resolverla es preciso poner en juego conocimientos diversos, matemáticos o no, y buscar relaciones nuevas entre ellos.

Otra definición que aparece como constante en un conjunto de investigaciones sobre el campo de la resolución de problemas, es la dada por Palacios y Zambrano (1993) que precisa: *"El problema puede ser definido como cualquier situación, que produce por un lado un cierto grado de incertidumbre y, por otro lado, una conducta tendiente a la búsqueda de su solución".* (Palacios, C. y Zambrano, E. 1993: 52).

También, Labarrere (1996: 6) señala que "… un problema matemático es determinada situación en la cual existen nexos, cualidades de y entre objetos que no son accesibles de forma directa o indirectamente a la persona (…) es toda relación en la cual hay algo oculto para el sujeto, que este se esfuerza para hallar"; es decir, un problema es un aspecto desconocido y que no tiene solución inmediata porque requiere movilizar una serie de capacidades matemáticas adquiridas para realizar una variedad de nexos y relaciones que nos permitan encontrar una respuesta o solución a una situación desconocida

Al revisar el tratamiento y estudio que han realizado distintos autores sobre este concepto nos encontramos que las definiciones varían de investigación en investigación y que, generalmente, éstas se encuentran supeditadas a los paradigmas sobre los que se fundamentan las diversas teorías, así como por las distintas líneas de investigadores frente a la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.

Es entonces necesario establecer una diferencia conceptual entre problema y ejercicio que para este estudio lo hacemos:

A. ¿Cómo diferenciar un problema de un ejercicio?

Problema	Ejercicio
Un problema requiere movilizar una serie de capacidades matemáticas adquiridas para realizar una variedad de nexos y relaciones que nos permitan encontrar una respuesta o solución a una situación desconocida.	Un ejercicio consiste en el desarrollo de tareas matemáticas, fundamentalmente las que están vinculadas al desarrollo de operaciones o procedimientos heurísticos conocidos. Muchas veces estas tareas tienen la característica de ser mecánicas, sencillas, de repetición y hasta memorísticas.

Fuente: Adaptación propia para este estudio

Esta diferencia también podemos observarlo mediante algunas características de las actividades que realizan los estudiantes en la universidad y que fue adaptado en lo que corresponde del Ministerio de Educación; si bien es cierto que las realidades son diferentes, pero en la resolución de problemas el marco conceptual es parecido:

Característica de actividades	Problema	Ejercicio
Las acciones del Estudiante	En un problema es necesario que el estudiante dedique un tiempo a la comprensión de la situación planteada, diseñe estrategias, las desarrolle y evalúe sus resultados y consecuencias.	El ejercicio es una actividad simple y reproductiva, implica realizar una acción en la cual basta que se apliquen, en forma algorítmica los conocimientos ya adquiridos.
Cantidad y calidad	Las investigaciones demuestran que los mejores estudiantes resolviendo problemas invierten más tiempo en dos procesos: la comprensión y la metacognición o evaluación de sus resultados.	Existe la creencia que el estudiante que resuelve gran cantidad de ejercicios, es eficiente en la resolución de problemas. Este pensamiento es impreciso.
Desarrollo de Capacidades	Un problema es un reto para el estudiante, promueve la investigación, la experimentación, la búsqueda de regularidades y el desarrollo de estrategias de resolución	Un ejercicio tiene por objetivo que el estudiante replique conocimientos aprendidos.
Desarrollo de las cualidades personales	Una situación problemática despierta una fuerte carga de participación del estudiante por querer resolver el problema. En ella moviliza experiencias previas y conocimientos adquiridos, hace supuestos, traza planes y, finalmente tiene la satisfacción de haber solucionado el problema.	Un ejercicio implica reproducir conocimientos, procedimientos, técnicas y métodos dentro de rutinas establecidas, lo que puede generar que el estudiante actúe mecánicamente, sin darle significatividad al desarrollo.

Fuente: Adaptación de rutas del aprendizaje del MINEDU

B. ¿Cómo se clasifican los problemas?

En esta perspectiva, necesitamos conocer la clasificación de los problemas, pues ya en los trabajos de Polya (1945), propone una diferencia:

a) Los problemas por resolver y
b) Los problemas por demostrar;

Por su parte González (1954) los distingue en:

a) Problemas particulares y
b) Problemas generales.

Mientras que en los trabajos de Bertoglia (1996) aparece una clasificación que está más acabada, ya que se enfatiza no sólo en el proceso de solución, sino que además pone al descubierto la utilización de la lógica dentro del proceso, planteando su clasificación en:

a) "**Problemas Cerrados**: La solución se deduce de forma lógica a partir de la información que aparece en el planteamiento del problema y que resulta suficiente para encontrar la respuesta correcta. El estudiante dispone de toda la información, solo necesita integrarla aplicando los recursos de la lógica; por ello suelen llamarse "problemas de inferencias lógicas".

b) **Problemas abiertos**: El estudiante necesita ir más allá de la información recibida, utilizándola de manera y/o modificando los significados atribuidos a los elementos del problema" (Bertoglia, L. 1996: 111).

Para nuestro estudio, es aplicable el tratamiento de ambos tipos de problemas, es decir, problemas abiertos y problemas cerrados, puesto que no estamos buscando enseñar a resolver problemas, sino que a través de la resolución de problemas del contexto de la carrera se pueda lograr aprendizajes significativos y que sean duraderos.

PROBLEMA ABIERTO	PROBLEMA CERRADO
Los problemas abiertos, implican la existencia de una o varias etapas en su resolución, que deben ser aportadas por el solucionador mediante la acción del pensamiento productivo. Bajo este criterio, los problemas cualitativos pueden ser considerados como abiertos.	*Los problemas cerrados, por el contrario, son enfocados como aquellas tareas que contienen toda la información precisa y son resolubles mediante el empleo de un cierto algoritmo por parte del solucionador. Bajo este criterio, los problemas cuantitativos pueden ser considerados como cerrados.*

Fuente: *Palacios, C. y Zambrano, E. 1993: 54*

En el ámbito universitario, esta diferenciación entre ejercicio y problema, problema abierto y problema cerrado resulta ser útil para nuestro estudio, porque nos permite focalizar mejor la estrategia didáctica de resolución de problemas que se está proponiendo, ya que se trata de la formación de un futuro profesional y las competencias matemáticas es el resultado o producto de un curso de matemática, más aún si se trata de carreras de ingeniería. Además, es preciso tener en cuenta que tanto un ejercicio o un problema, ambos constituyen la parte formativa del estudiante, cuyos límites no siempre resultan fáciles de establecer. Cuando un estudiante se enfrenta a una situación nueva y, por tanto problemática, difícilmente podrá resolverla si previamente no se ha ejercitado en las estrategias y técnicas necesarias para su solución.

Teniendo en cuenta este marco de generalidades, analizaremos ahora algunas características importantes de las teorías sobre resolución de problemas más conocidas, mencionadas por Toboso P. (2004: 113-141), en su tesis doctoral “evaluación de habilidades cognitivas en la resolución de problemas matemáticos” y que nos permite transitar descriptivamente por los diversos momentos o fases que ha evolucionado la resolución de problemas en la enseñanza de la matemática.

2.2.1 TEORÍAS ASOCIACIONISTAS

Esta teoría tiene como su principal representante a Edward Thorndike, que en su libro “Animal Intelligence”, publicado en 1898, describe características importantes sobre el pensamiento y la resolución de problemas; que posteriormente fueron las bases del conductismo.

Además, esta teoría sostiene que la resolución de problemas se entiende como la aplicación, por ensayo y error, de las tendencias preexistentes de respuestas o “hábitos” adquiridos a los estímulos que se nos presentan. En cada problema, existen asociaciones a varias posibles respuestas, siendo ordenadas jerárquicamente en función del éxito obtenido en anteriores ocasiones.

En este escenario, entonces, se establecen los tres elementos básicos del pensamiento:

- El *estímulo* o situación particular de resolución de problemas,
- Las *respuestas* o comportamientos particulares de resolución, y
- Las *asociaciones* que se establecen entre los estímulos y respuestas particulares.

Además, la asociación entre el estímulo y la respuesta se rige por dos leyes del aprendizaje, que Thorndike identifica como ley de la ejercitación y ley del efecto.

- La ley de la ejercitación establece que las respuestas practicadas frecuentemente en una situación dada, son las que tienen mayores probabilidades de ser utilizadas, cuando la situación se presenta nuevamente. Es decir, los estudiantes al resolver ejercicios similares de manera heurística tienen la idea que ya aprendieron el tema y esperan los mismos tipos de ejercicios en un examen.

- La ley del efecto explica cómo las respuestas, que son poco valiosas para resolver al problema, pierden fuerza y son rebajadas en la jerarquía. Por el contrario, las exitosas ganan fuerza y ascienden en la escala jerárquica, hasta que, después de muchos ensayos, llegan a la cima

Posteriormente Skinner (1938, citado por Toboso, 2004), desde su concepción del *condicionamiento operante*, presenta los *refuerzos* como elementos básicos para que se produzca la asociación entre los estímulos y las respuestas. Entonces surgen así, las teorías *mediacionales* del modelo neoconductista (Kendler y Kendler, 1962; Berlyne, 1965; Underwoord, 1965; Osgood, 1966, entre otros, citado por Mayer, 1983). Estos autores entienden la resolución de problemas como un proceso más complejo que la mera asociación de estímulos y respuestas. Esta teoría mediacional considera que el estímulo, o situación de problema abierto, evoca una respuesta interna, llamada *respuesta mediacional*, esta a su vez crea un nuevo estado interno, que evoca una nueva respuesta, seguida de otro estímulo, y así sucesivamente hasta evocar la respuesta abierta final.

De esta forma, los procesos de resolución de problemas se consideran como una asociación automática o mediacional entre los datos iniciales y la solución, siguiendo procedimientos de ensayo y error. El pensamiento implicado es básicamente *reproductivo*, puesto que se aplican las soluciones que anteriormente han permitido resolver el problema, consolidando dicha asociación.

Esta teoría podría ser aplicable en proceso de cálculo aritmético o algebraico muy concretos, sin embargo, consideramos que los procesos de asociación ya sean instantáneos o mediáticos son totalmente insuficientes para explicar la complejidad de los procesos de cálculo en matemática superior, más aún en Ingeniería donde necesitamos un aprendizaje significativo, aplicativo y duradero. Uno de los objetivos a manera de estímulo, que el estudiante tiene en este nivel educacional, es terminar su carrera con éxito y ejercer su profesión.

2.2.2 TEORÍA DE LA GESTALT

Esta teoría, que convive con la asociacionista-conductista, se preocupa por llegar a una comprensión estructural del problema. Estudia los procesos de reorganización mental de los elementos que llevan a la solución, y a la creación de soluciones novedosas ante situaciones nuevas, en lugar de los procesos asociativos del modelo anterior.

Una de las concepciones básicas del enfoque de La Gestalt, es la distinción entre el *pensamiento productivo*, cuando se crea una nueva solución al problema, y el *pensamiento reproductivo*, que simplemente se limita a reproducir antiguos hábitos o comportamientos. Para diferenciar estos dos tipos de pensamiento, también se utilizan otras denominaciones que expresan sus características específicas, como: "aprehensión con sentido de las relaciones" versus "ejercicios sin sentido y asociaciones arbitrarias" (Katona, 1942), o "comprensión estructural" versus "memoria mecánica" (Wertheimer, 1959), (ambos citados en Mayer, 1983).

Como podemos apreciar, este modelo pone énfasis en el pensamiento productivo, en lugar del reproductivo de la teoría asociacionista; es decir, ante un problema, la mente activa y reestructura la información hasta crear la solución, dando una especial relevancia el concepto de "insight" que es fundamental para llegar a la solución del problema (Toboso, 2004: 121).

Entiéndase por insight como "Aquel fenómeno cognitivo que se da normalmente de manera súbita en un sujeto en respuesta a una situación determinada y que permite la comprensión o solución de ésta, invocando estrategias de afrontamiento o esquemas cognitivos distintos a los que ya poseía el sujeto anteriormente y que no eran suficientes para la superación exitosa de la problemática, provocando a su vez que el sujeto descubra una perspectiva adicional y no anteriormente conocida de la situación." (V. Seguí, 2011).

En el marco de esta teoría, ya se va organizando y puntualizando mejor el proceso de resolución de problemas a través de nuevos estudios o investigaciones las mismas que se les denomina fases.

2.2.2.1 Fases en la resolución de problemas:

Resolver un problema significa dirigirse hacia la consecución de una meta y no quedarse en el mero proceso de ensayos y errores. La Gestalt, pone especial énfasis en delimitar las fases necesarias para resolver problemas. Para ello algunos estudiosos, entre ellos: Wallas (1926), Polya (1957), Duncker (1945), analizan algunos estadios importantes en la resolución de problemas y plantean cada uno sus propios aportes en las fases o etapas que se tomaría en cuenta para resolver un problema; sin embargo, **Polya** destaca con sus estudios influenciado por las ideas del modelo gestaltista; basándose en observaciones directas como profesor de matemática y considera que son importantes las siguientes fases o etapas en la resolución de problemas matemáticos:

a) **Comprensión del problema**: es una fase en que el estudiante reúne información mediante preguntas tales como: ¿cuál es la incógnita?, ¿cuáles son los datos?, ¿qué datos de debe conseguir o se supone que el estudiante lo debe saber?, ¿cuál es la condición?, ¿es posible satisfacerlas?, ¿son suficientes para determinar la incógnita, o no lo son?, ¿son irrelevantes, o contradictorias?, etc.

b) **Elaboración o diseño de un plan**: Es la fase donde aparece el "insight". Es decir, el estudiante utiliza la experiencia pasada para encontrar la solución y se pregunta: ¿conozco algún problema relacionado o semejante?, ¿se puede replantear el problema?, ¿puedo resolverlo utilizando mis conocimientos y experiencia pasada? (trabajando hacia atrás), o ¿puedo reordenar los datos de una nueva forma, de manera que se relacione con mi experiencia pasada?, ¿puedo enunciar el problema de forma diferente o más simple? (trabajando hacia delante), ¿se pueden introducir elementos auxiliares?, etc.

c) **Puesta en marcha del plan**: En esta fase se requiere que el estudiante ponga en práctica el plan elaborado, controlando cada paso, comprobando que cada uno de los pasos son correctos, etc.

d) **Visión retrospectiva o reflexión**: El estudiante comprueba el resultado utilizando otro método o viendo todo cómo encaja, y se pregunta: ¿puedo utilizar este resultado o este método para resolver otros problemas?, ¿podría haberse resuelto de otra manera?, etc.

Sin embargo, mientras el nombre de Polya es frecuentemente invocado, sus ideas son habitualmente trivializadas porque poco de lo que se hace, conserva el espíritu de sus ideas. Existen matemáticos estudiosos de la resolución de problemas que tomaron como base los estudios de Polya y defendieron su postura.

Allan Schoenfeld es un matemático norteamericano, publicó su libro *Mathematical Problem Solving* en 1985, basado en trabajos realizados en los años 80 del siglo XX. Realizó experiencias con estudiantes y profesores en las que les proponía problemas a resolver; los estudiantes ya tenían los conocimientos previos necesarios para poder afrontar su solución; los profesores tenían la formación previa para hacerlo. Los problemas eran suficientemente difíciles (siguiendo las ideas de Pólya). Schoenfeld veía cómo actuaba cada uno de ambos grupos durante la resolución de problemas; por ejemplo, ponía a trabajar a los estudiantes en parejas, grababa, filmaba y pedía apuntes, y además iba anotando todo lo que hacían durante el proceso de trabajo. Al final de todos estos experimentos, Schoenfeld llegó a la conclusión de que cuando se tiene o se quiere trabajar con resolución de problemas como una estrategia didáctica hay que tener en cuenta situaciones más allá de las puras heurísticas; de lo contrario no funciona, no tanto porque las heurísticas no sirvan, sino porque hay que tomar en cuenta otros factores.

Como podemos apreciar, los gestaltistas aportan varias ideas prácticas para el estudio del pensamiento y los procesos de resolución de problemas, por ejemplo, la distinción entre pensamiento productivo y reproductivo. Bajo esta teoría, se genera el primer aporte de Polya en la resolución de problemas matemáticos.

Los aportes en cuanto a las fases de resolución de problemas, en las investigaciones encontradas tienen como base los resultados de Polya, sin embargo, progresivamente se va encontrando y probando que la resolución de problemas matemáticos es una de las estrategias efectivas para el logro de aprendizajes en carreras de ciencias, así como la ingeniería.

Para este estudio, es importante que el estudiante haga uso del pensamiento productivo en la resolución de problemas o en la misma solución de ecuaciones diferenciales propiciando los cambios conceptuales.

2.2.3 TEORÍA BASADA EN EL MODELO DEL PROCESAMIENTO DE LA INFORMACIÓN.

Las teorías del procesamiento de la información se concentran en la atención, la percepción, la codificación, el almacenamiento y la recuperación de los conocimientos. El procesamiento de la información atañe a los procesos cognoscitivos y ha recibido el influjo de los avances en las comunicaciones, y la tecnología computacional.

En este entender, las teorías del procesamiento de la información describen la resolución de problemas como una interacción entre el “sistema de procesamiento de la información” del sujeto y un “ambiente de la tarea” tal como la describe el experimentador. Este enfrentamiento produce en el solucionador una representación mental del problema denominada "espacio del problema" (Simon,1978) y que contiene el estado actual del problema, el estado final (o meta) y todos los estados intermedios. La resolución de un problema conlleva una búsqueda dirigida por el objetivo a través del espacio del problema.

Es importante conocer que no es una sola teoría, sino una síntesis que asume el nombre genérico: procesamiento de la información. Como se dijo, tiene influencia de la informática y las teorías de comunicación; además esta teoría tiene como concepto antropológico que "el hombre es un procesador de información, cuya actividad fundamental es recibir información, elaborarla y actuar de acuerdo a ella. Es decir, todo ser humano es activo procesador de la experiencia mediante el complejo sistema en el que la información es recibida, transformada, acumulada, recuperada y utilizada". Gimeno y Pérez (1993: 54).

La incursión de la psicología cognitiva en el análisis de la resolución de problemas viene de la mano de la creación de los primeros ordenadores electrónicos (finales de la década de los cuarenta y comienzos de los cincuenta). Una de las principales utilidades de aquéllos era la de resolver problemas de complejidad creciente. Para ello se necesitaba dotar a los ordenadores de los siguientes recursos: un conjunto de almacenes de memoria y procesos de transformación, un conjunto de procedimientos para acceder a objetivos, un conocimiento verbal y un conjunto de estrategias generales, o heurísticas, que controlaran el proceso de resolución de problemas (Mayer 1981).

La psicología cognitiva tiene una larga y fructífera tradición, especialmente en Europa, donde la respuesta al fracaso del asociacionismo fue estructuralista; sin embargo, fue bien diferente del otro lado del océano: mientras que los norteamericanos desarrollaban una nueva forma de asociacionismo, los europeos continuaban basándose en los supuestos constructivistas. De esta forma, nos encontramos ante dos formas diferentes de entender la psicología cognitiva, con lenguajes tan distintos que incluso se hace difícil el diálogo entre ambas tradiciones.

Lo más amplio que se puede decir respecto a la Psicología Cognitiva es que refiere la explicación de la conducta a entidades mentales, estados, procesos y disposiciones de naturaleza mental para lo cual reclama un nivel de discurso propio.

Específicamente, si nos centramos en la teoría del procesamiento de la información, para autores como Lachman y Butterfield, el procesamiento de información considera que unas pocas operaciones simbólicas, relativamente básicas, tales como codificar, comparar, localizar, almacenar, pueden en último extremo dar cuenta de la inteligencia humana y la capacidad para crear conocimiento, innovaciones, y tal vez expectativas respecto al futuro.

La concepción del humano como un procesador de información se basa en la analogía entre la mente humana y el funcionamiento de una computadora. En otras palabras, se adoptan los programas informáticos como metáfora del funcionamiento cognitivo humano.

Simon (1978), considerado como el pionero en el paradigma del procesamiento de la información, señala además, que la simulación de estrategias por computadora tiene más éxito en los problemas que denomina “MOVE” o problemas con estado inicial y final bien definidos y un conjunto de operadores precisos que permite los movimientos necesarios para resolverlos. En los procesos de resolución, se han de tener en cuenta tres componentes:

a) **El entorno de la tarea**, constituido por el problema que se quiere resolver.

b) **El sistema de procesamiento de la información** o persona que resuelve el problema.

c) **El espacio del problema** o representación interna en el sujeto que lo quiere resolver.

Ernst y Newell (1969) describen la actividad mental del proceso de resolución, considerando al problema como activador de un “traductor cognitivo” que lo convierte en una representación mental interna y genera las técnicas que conducen a la solución. Estos investigadores, crearon su modelo general de estrategia para la resolución de problemas sin tener en cuenta el contenido al que se aplicaban. Para su creación, tanto Ernst y Newell como más tarde Newell y Simon (1972) se basaron en la verbalización de la resolución de problemas por parte de diversos solucionadores para extraer, seguidamente, la estrategia subyacente y tratar de generalizarla.

Desde este marco conceptual, podemos distinguir dos tipos de procesos mentales básicos:

a) Procesos de comprensión o representación interna en la memoria del sujeto que resuelve el problema y
b) Procesos de búsqueda de la solución (Mayer, 1983 y 1987, Pacheco, 1991).

2.2.3.1 **Procesos de comprensión o representación interna del espacio del problema**.

Entender un problema significa transformar la información recibida en una representación interna en la memoria del sujeto, e integrarla en un esquema cognitivo que permite asígnale significado.

Sin embargo, es importante tener una concepción sobre esquema cognitivo que diferentes autores enfocan desde su punto de vista e investigaciones, (v.gr. Bartlett, 1985, Greeno, 1978; Cooper y Sweller, 1987; Sternberg, 1982, citados por Toboso, 2004, p. 129), en ello se observa las siguientes características comunes:

a) Representa una estructura general que se puede utilizar en una amplia gama de situaciones para ubicar la información recibida.

b) Existen en la mente como un conocimiento.

c) Se organizan en torno a un tema.

d) Facilitan la comprensión, en la medida que contienen vacíos que han de ser llenados por la información entrante.

Sánchez Cánovas (1987) amplía estas características, considerando los esquemas cognitivos como estructuras mentales que permiten organizar y almacenar, tanto las experiencias pasadas como las futuras. El proceso comprensivo, facilitado por los esquemas mentales, se le identifica en este modelo como “representación del espacio del problema”, y supone una de las aportaciones básicas en la resolución de problemas matemáticos (v. gr, Simon, 1978; Greeno, 1978; Mayer, 1983 y 1985, entre otros).

Greeno (1973, citado en Mayer, 1983) utiliza el modelo de la memoria para explicar la representación mental del sujeto. La memoria a corto plazo aporta la descripción del problema con sus elementos básicos. Esta información activa la memoria a largo plazo, que almacena hechos algoritmos y heurísticos, en función de la experiencia pasada, y ambas informaciones interactúan en la memoria operativa, generando y verificando la solución al problema. En esta línea, las investigaciones de Garrido (1991) y Castejón y Pascual (1988) también vienen a enfatizar el papel de la memoria en la comprensión y resolución de problemas, comprobando cómo la memoria operativa es fundamental en la comprensión de la estructura semántica de los problemas aritméticos.

Para Simon (1978), el espacio del problema se refiere a la representación interna de los siguientes elementos:

- Estado inicial o fase en la que se representan los primeros datos.

- Estados intermedios o fases a las que se llega después de aplicar un operador a los datos iniciales.
- Estado final o situación en la que se logra el objetivo final.
- Operadores o movimientos legales que se utilizan para pasar de un estado a otro.

Schoenfeld (1982) estudia las diferencias en la ejecución de problemas matemáticos entre expertos y novatos, observando que las diferencias se localizan en la diferente percepción de los problemas. Los expertos perciben la estructura profunda, basada en los principios y conocimientos que fundamentan el problema, mientras que los novatos sólo se fijan en la estructura superficial, basada en su apariencia y características generales. También comprueba que, mediante entrenamiento específico, se pueden adquirir los conocimientos que permiten percibir la estructura profunda, disminuyendo las diferencias observadas inicialmente.

Igualmente, Chi y Glaser (1985) explican las diferencias en la representación del problema por los conocimientos adquiridos anteriormente y su estructuración en la memoria del sujeto. Observan que los sujetos principiantes representan los problemas de física en función de sus características superficiales, debido a su falta de conocimientos específicos. Sin embargo, los expertos aplican los principios físicos aprendidos, llegando a la representación y resolución de forma más rápida.

Por otro lado, Kotovsky y Simon (1990) comprueban que la dificultad para representar los problemas aritméticos está directamente relacionada con el número de operadores que se han de aplicar. Cuantos más operadores son necesarios para llegar al estado final, mayor es la exigencia cognitiva y más difícil se hace la representación interna. Pero estas dificultades se pueden superar, utilizando procedimientos algorítmicos que automaticen las reglas y los operadores.

2.2.3.2 Procesos de búsqueda de soluciones al problema

Para llegar a la solución de un problema se utilizan dos tipos de recursos cognitivos: conocimiento de los procedimientos operativos y planes de acción que guíen la aplicación concreta de las operaciones que se han de aplicar. A continuación, analizaremos estos recursos:

a) Conocimiento de los procedimientos operativos.

Los procedimientos operativos se entienden como operaciones mentales o "sistemas de producción" que llevan directamente a la solución del problema. El éxito para solucionar los problemas depende, en buena parte, del grado de automatización de estos procedimientos. En la medida que se automatizan en la mente, se liberan recursos para prestar más atención a otros aspectos del problema, facilitando, así, su solución (v. gr., Schiffrin y Dumais, 1981; Anderson, 1980 y Gagne, 1983).

Para Sternberg (1985c), los procesos de automatización mental facilitan la resolución de los problemas y, además, son buenos indicadores del grado de experiencia e inteligencia; de la misma forma otros autores como Lindsay y Norman (1972), Landa (1974) estudian la resolución de problemas aritméticos con procedimientos algorítmicos, fácilmente utilizables en procesos informáticos.

b) Procedimientos generales o heurísticos

Podemos entender que las estrategias generales son entendidas como procesos cognitivos conscientes que planifican, dirigen, controlan y evalúan los procedimientos que llevan a la solución del problema. Dicho de otra manera, proporcionan un método para llegar al estado final o solución del problema, mediante la consecución de sucesivas submetas.

Lindsay y Norman (1972) y Garrido (1991) identifican las estrategias generales como heurísticos, entendiéndolos como procesos generales de acción que guían y facilitan la resolución de problemas, pero en muchos casos, no garantizan su solución.

Mayer (1981a y 1983) analiza varios estudios realizados por Schoenfeld y Rubinstein, en donde se enseñan heurísticos para resolver problemas matemáticos. Estas estrategias vienen a configurar una parte importante del campo metacognitivo y facilitan el conocimiento algorítmico, esquemático y lingüístico-semántico. Sternberg (1982), también coincide en esta consideración, señalando la importancia de los procesos ejecutivos o metacomponentes en las estrategias de resolución de problemas.

Schoenfeld (1987) pone el énfasis en las estrategias de dirección y supervisión que permiten usar, controlar y planificar las estrategias que se han de utilizar. Desde esta perspectiva, considera que las dificultades en la resolución de problemas matemáticos residen en la enseñanza de estrategias generales, descuidando las estrategias concretas de dirección sobre el cuándo y cómo aplicarlas.

Brown y Burton (1978) estudian, más específicamente, los procesos internos que surgen en la mente y concretan en seis las destrezas metacognitivas que facilitan la resolución de los problemas matemáticos:

- Identificar el problema.
- Predecir los límites y posibilidades para su resolución.

- Tener conciencia de las estrategias apropiadas.
- Planificar el uso de estas estrategias.
- Dirigir y supervisar su uso.
- Evaluar la eficacia de su aplicación.

Finalmente podemos afirmar que, hay muchos psicólogos en la actualidad que explican el desarrollo cognitivo a través de los cambios que se producen en el procesamiento de la información, esto es, en la forma en que las personas reciben, utilizan y almacenan información.

De la misma forma, la mayoría de autores señalan que el procesamiento de la información carece de una teoría de aprendizaje suficiente para explicar la adquisición de las complejas estructuras de la memoria, a lo que Piaget y Vigotsky indican que la única forma de comprender la cognición adulta es conocer su génesis. Sin embargo, la teoría del procesamiento de la información va muy relacionada con los avances que ha tenido la ciencia de la computación, al plantear que las habilidades de los estudiantes, para organizar y manipular la información se van haciendo más complejas a medida que el estudiante se desarrolla, tal como un programa de computación va adquiriendo mayor complejidad cuando lo modifica un programador experimentado. Este aspecto precisamente ayuda a la resolución de grandes problemas y promueve la modificación de la estructura cognitiva de los estudiantes facilitando el aprendizaje.

2.2.4 TEORÍA DE MAYER, BASADA EN PROCESOS Y CONOCIMIENTOS ESPECÍFICOS

Estamos analizando la última teoría sobre resolución de problemas de las que hemos seleccionado y que sirve de base para el presente trabajo de investigación. Encontramos que Mayer (1982, 1983, 1985 y 1987), desde el modelo del procesamiento de la información, sistematiza buena parte de las aportaciones que se ha expuesto y propone un modelo de resolución de problemas matemáticos, basado en los procesos de comprensión y solución, en los que intervienen cinco campos específicos de conocimiento: lingüístico, semántico, esquemático, estratégico y operatorio.

En este escenario, para resolver problemas matemáticos de narración como el siguiente que propone Mayer (1985): "Una barca a motor viaja corriente abajo durante 120 minutos con una corriente de 8 Km. por hora. En el mismo viaje de regreso, corriente arriba, tarda 3 horas. Hallar la velocidad de la barca en aguas tranquilas", es necesario que se produzcan dos procesos mentales:

En primer lugar, un **proceso de comprensión** que lleve a la representación interna del problema, traduciéndolo e integrándolo en las estructuras cognitivas del sujeto. A su vez, para realizar este proceso, se requieren cinco tipos de conocimientos específicos:

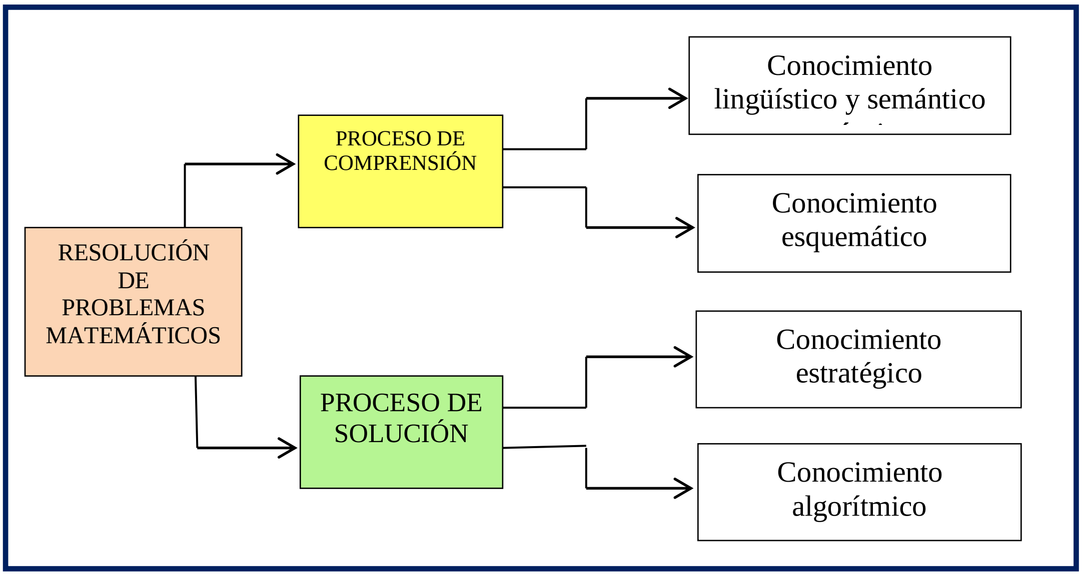
- **Conocimiento lingüístico** de la lengua en que está redactado el problema para entender las palabras que la conforman.
- **Conocimiento semántico** para comprender los hechos que se comunican. En este caso, el estudiante debe saber o recordar que 120 minutos equivale a dos horas, también saber que los ríos tienen corriente arriba y corriente abajo, en este caso la velocidad se expresa en Km/h, etc.
- **Conocimiento esquemático** que le permita integrar el problema en una estructura cognitiva y saber lo que se hace para resolverlo. En este ejemplo dado por Mayer se tiene que conocer el esquema, modelo o fórmula: "$espacio = velocidad \times tiempo$" y el esquema mental de los problemas de "corrientes" que le permiten crear la ecuación representativa del problema: $(vb + vc) \times t\,ca = (vb - vc) \times t\,cr$, donde:

  $vb =$ velocidad del barco
  $vc =$ velocidad de la corriente
  $t\,ca =$ tiempo corrienteabajo
  $t\,cr =$ tiempo corrientearriba

En segundo lugar, una vez que se ha traducido e integrado el problema en la estructura cognitiva del sujeto, se ha de dar un proceso de solución que planifique, organice, aplique y evalúe las operaciones necesarias. Para cumplir esta etapa, también se requieren otros dos conocimientos específicos:

- **Conocimiento estratégico** que planifique, secuencie, dirija y evalúe los distintos tipos de conocimientos: lingüístico semánticos, esquemáticos y algorítmicos
- **Conocimiento operatorio** o algorítmico que realice las operaciones que son necesarias para resolver el problema. Así, en el ejemplo anterior propuesto por Mayer, se han de dominar las operaciones de cálculo aritmético, algebraico y despejar variables.

En el siguiente cuadro representamos esquemáticamente la estructura de los procesos y conocimientos específicos implicados en la resolución de problemas matemáticos, según el modelo de Mayer.



Procesos y conocimientos implicados en la resolución de problemas (Basado en Mayer, 1985). Citado por Toboso (2004: 141)

De la bibliografía revisada podemos observar, que este tipo de conocimientos específicos se toma en cuenta en diferentes estudios realizados, ello permite mencionar algunas características que también se toma en cuenta para la estrategia propuesta en la presente investigación:

- La dificultad para resolver muchos problemas está en el empleo de estructuras lingüísticas poco adecuadas al conocimiento y madurez conceptual de las personas a quienes se solicita que resuelvan problemas. (Delarrosa, Kintsch, Reusse y Wimer, 1988).

- Para superar esta dificultad, Polya (1957) y Mayer (1987) recomiendan emplear un lenguaje adecuado al nivel madurativo del sujeto, enunciar los datos y la meta del problema con otras palabras, y representarlo en forma gráfica.

- Las dificultades para comprender los problemas se localizan, básicamente, en la capacidad de los sujetos para categorizarlos. Comprender un problema implica integrarlo en una categoría o conocimiento esquemático. (Hayes, 1980; Mayer, Larkin y Kadame, 1984).

- En la planificación del proceso de resolución es necesario un conocimiento estratégico que planifique los procedimientos y las operaciones que se debe realizar.

- Finalmente, es necesario ejecutar la estrategia mediante el conocimiento operatorio y analizar los resultados obtenidos.

Luego de la revisión de estas teorías específicas, que abordan la resolución de problemas, también analizamos la teoría del pensamiento complejo que, a nuestro entender, es aplicable en la resolución de problemas.

2.2.5 PENSAMIENTO COMPLEJO DE MORIN

Una de las teorías modernas que se acomoda a la educación superior, es la del "pensamiento complejo" propuesta por Edgar Morin (1998) en su libro Introducción al Pensamiento Complejo, donde expone los principios fundamentales de su teoría acerca de este tema. El mismo autor repetidas veces aclara que no pretende elaborar un sistema cerrado, sino proponer los elementos para ir desarrollando de manera crítica y en cierto sentido abierta a modificaciones.

Esta teoría postula que:

> "Todo conocimiento opera mediante la selección de datos significativos y rechazo de datos no significativos: separa (distingue o desarticula) y une (asocia, identifica); jerarquiza (lo principal, lo secundario) y centraliza (en función de un núcleo de nociones maestras). Estas operaciones, que utilizan la lógica, son de hecho comandadas por principios «supralógicos» de organización del pensamiento o paradigmas, principios ocultos que gobiernan nuestra visión de las cosas y del mundo sin que tengamos conciencia de ello" (Morin, 1998:14).
>
> ¿Qué es la complejidad? Una de las definiciones de Morin, "a primera vista la complejidad es un tejido (complexus: lo que está tejido en conjunto) de constituyentes heterogéneos inseparablemente asociados: presenta la paradoja de lo uno y lo múltiple. Al mirar con más atención, la complejidad es, efectivamente, el tejido de eventos, acciones, interacciones, retroacciones, determinaciones, azares, que constituyen nuestro mundo fenoménico" (Morin, 1998:17).

Cabe considerar por otra parte que, Morin de manera general y entrando a un escenario educativo, propone ideas importantes: "La estrategia permite, a partir de una decisión inicial, imaginar un cierto número de escenarios para la acción, escenarios que podrán ser modificados según las informaciones que nos lleguen en el curso de la acción y según los elementos aleatorios que sobrevendrán y perturbarán la acción" (Morin 1998:72). La estrategia lucha contra el azar y busca a la información y que debe bien utilizarse para resolver problemas. La complejidad necesita una estrategia. Es cierto que, los segmentos programados en secuencias en las que no interviene lo aleatorio, son útiles o necesarios.

> "El pensamiento simple resuelve los problemas simples sin problemas de pensamiento. El pensamiento complejo no resuelve, en sí mismo, los problemas, pero constituye una ayuda para la estrategia que puede resolverlos. Él nos dice: «Ayúdate, el pensamiento complejo te ayudará.» Lo que el pensamiento complejo puede hacer, es darle a cada uno una señal, un ayuda memoria, que le recuerde: «No olvides que la realidad es cambiante, no olvides que lo nuevo puede surgir y, de todos modos, va a surgir.» La complejidad se sitúa en un punto de partida para una acción más rica, menos mutilante" (p. 75).

2.2.5.1 La educación en tiempos del pensamiento complejo

Es importante también, abordar a la educación superior desde el pensamiento complejo. El desarrollo de las actividades académicas en la universidad, tales como el diseño curricular de una carrera, el proceso de enseñanza aprendizaje entre otras, son tareas complejas, entonces existe la necesidad del pensamiento complejo. Por lo tanto, comprender a la educación superior desde el pensamiento complejo implica una constante reformulación del pensamiento como eje articulador del proceso educativo, implica apostar por el cambio del paradigma o modelo educativo predominante en nuestras universidades, el cual pondera la separación disciplinaria entre, por ejemplo, ciencias duras y ciencias blandas o entre ciencias y humanidades o llegando al exceso de la separación que existe en el interior de cada una de estas áreas.

Más allá de este reduccionismo, estaría la desvinculación de las redes educativas con el entorno. En todos los casos, la práctica educativa al uso actual manifiesta todo menos la construcción del conocimiento de manera compleja" y está suscrita por la "lejanía en torno a los problemas más profundos y graves de nuestra sociedad; de desvinculación entre la práctica profesional y los grandes problemas nacionales; de incomunicación de mi disciplina con los otros saberes; de desaparición o disminución agónica de las áreas sociales, de humanidades, de artes y de ciencias -es el apogeo de las profesiones que exige la dinámica económica, no el de las disciplinas científicas"- (Luengo, 2003: 8) citado por Núñez, L. (2013).

Los nuevos diseños curriculares proponen la formación integral del estudiante articulado a la real necesidad de los estudiantes y de la sociedad, lo cual también significa un replanteo del proceso docente educativo, diversificando el uso de estrategias didácticas, por lo menos respecto a la enseñanza de la matemática, que promueva el desarrollo de competencias en los estudiantes y sean capaces de demostrar la capacidad de aplicar lo aprendido, en contextos referidos a su carrera y en situaciones reales de trabajo.

2.2.5.2 Pensamiento complejo y educación matemática

Andonegui M. (2003), nos dice "descendamos ahora al terreno que nos interesa para formularnos una pregunta que consideramos clave: ¿Es posible concebir una Educación Matemática –o una Didáctica de la Matemática-, entendida como disciplina científica, abierta a la complejidad, a la formación del pensamiento complejo en el estudiante?

El camino hacia una respuesta afirmativa exige que, ante todo, se contemple a la propia Educación Matemática en carreras de ingeniería desde una perspectiva compleja. Pero, ¿qué implica una visión compleja de la Educación Matemática? A nuestro modo de ver supone, en primer lugar, adoptar una visión compleja de la propia matemática como objeto de enseñanza y aprendizaje. Caemos, pues, en otra pregunta: ¿Cómo se alcanza esta visión compleja de la Matemática? Con la posibilidad de abordarla desde diversas perspectivas:

- Epistémica: cómo se construye el objeto matemático, cómo se representa, cómo se relacionan entre sí tales objetos, y cómo se valida el conocimiento matemático.

- De contenidos de la realidad: la cantidad, la forma, el símbolo y la representación, la dimensión, los patrones, las relaciones, la determinación y la incertidumbre, la estabilidad y el cambio (Steen, 1998).

- Histórico-constructiva: en la aventura humana de la matemática hay cabida para ensayos y errores, para el ejercicio de la imaginación y de la intuición, para el razonamiento deductivo y para la analogía y la metáfora, para el análisis y para la síntesis

- De modelaje y aplicaciones: con la posibilidad de venir de y de abrirse hacia los problemas del contexto humano, científico y social.

- Estética: desde los predios de las regularidades, de las simetrías y asimetrías, de las generalizaciones y singularidades”

Vale decir, es posible una visión compleja de una matemática, más allá de la mera contemplación de la operación y del teorema. Visión que puede y debe estar presente en cada uno de los objetos matemáticos que, traspuestos didácticamente, pueden ser llevados al aula en el nivel universitario y convertidos en objeto de conocimiento: por lo tanto, es posible acercarse a ellos, a su construcción y estudio, desde todas y cada una de estas perspectivas, de una forma abierta a la complejidad, sobre todo, en la construcción de conocimientos matemáticos a través de un saber hacer con conciencia y de resolver problemas contextualizados a su carrera y la propia necesidad del estudiante. Esta sería una concreción del principio holográmico: las partes están en el todo, pero también el todo complejo de la matemática está en cada uno de sus objetos.

2.3 LA MATEMÁTICA DIFERENCIAL

El cálculo diferencial es una parte del análisis matemático que consiste en el estudio de cómo cambian las funciones cuando sus variables cambian. El principal objeto de estudio en el cálculo diferencial es la derivada. Una noción estrechamente relacionada es la de diferencial de una función.

El estudio del cambio de una función es de especial interés para el cálculo diferencial, en concreto el caso en el que el cambio de las variables es infinitesimal, esto es, cuando dicho cambio tiende a cero (se hace tan pequeño como se desee). Y es que el cálculo diferencial se apoya constantemente en el concepto básico del límite. El paso al límite es la principal herramienta que permite desarrollar la teoría del cálculo diferencial y la que lo diferencia claramente del álgebra.

Para el caso de este estudio, nos referimos al aprendizaje de las ecuaciones diferenciales en forma significativa. Es el último curso de matemática en la carrera de ingeniería civil y como tal debe plasmar la mayor parte de contenidos de matemática necesarios para la formación de un ingeniero civil, por cuanto el estudiante resuelve problemas contextualizados o reales, cuya solución demanda al estudiante procesos cognitivos complejos.

2.4 RESPECTO A LAS TECNOLOGIAS DE INFORMACIÓN Y COMUNICACIÓN (TIC)

Desde el punto de vista de Antoni Badia y Carles Monereo (2013), y que compartimos para este estudio, toman en cuenta la propuesta de varios autores (Badia, Álvarez, Carretero, Liesa y Becerril, 2012; Badia y Monereo, 2008; Gargallo, 2012) considerando que, en las tres últimas décadas, los usos educativos de las TIC pueden ser conceptualizados, como mínimo, de tres formas diferentes. Cronológicamente, los tres tipos de conceptualizaciones que presentan, tienen su correlato con tres formas particulares de concebir las estrategias de aprendizaje en el marco de una tarea de aprendizaje, lo cual se detalla en el siguiente cuadro:

	Concepciones de los usos educativos de las TIC	**Concepciones de las estrategias de aprendizaje**
1	Las TIC como herramientas diseñadas para un uso generalizado en los procesos de enseñanza-aprendizaje	Como procesos cognitivos generales
2	Las TIC como sistemas tutoriales diseñados para guiar los procesos cognitivos y aprender determinados procedimientos vinculados con tareas educativas prototípicas	Como procesos cognitivos específicos
3	Las TIC como instrumentos relacionados con la toma de decisiones para resolver tareas educativas abiertas o problemáticas (p.e.: guiones –scripts- integrados en tareas auténticas).	Como procesos cognitivos socialmente situados de toma de decisiones

Fuente: Badia A, Monereo C. (2013) Aprendizaje estratégico y tecnologías de información y comunicación: una revisión crítica.

Para este estudio, nos identificamos con el tercer tipo de posicionamiento conceptual, que concibe las TIC como herramientas o recursos que deben ponerse al servicio de la consecución de las finalidades educativas. Por ello, resulta muy importante reflexionar alrededor de qué posibles usos educativos puede hacerse de cada tecnología para decidir cual utilizar y cuándo, dónde y cómo usarla para enseñar y aprender de una forma más efectiva. Esta forma de concebir las TIC tiene su correlato conceptual con la noción de estrategia, caracterizada como un conjunto de procesos de toma de decisiones, intencionales, regulados y conscientes, que tienen como objetivo responder adecuadamente a la demanda de aprendizaje, usando el conocimiento disponible, y de forma ajustada a las características contextuales de la tarea propuesta (Monereo, Castello, Clariana, Palma, y Pérez, 1994). Definidas de este modo, las estrategias de aprendizaje se sitúan en el nivel más alto de complejidad cognitiva, aparecen únicamente en procesos de aprendizaje vinculados a tareas abiertas y problemáticas, y son muy dependientes del contexto educativo (Badia A., Monereo, C. 2013).

De este modo, las tecnologías de la información y la comunicación, consideradas como un tipo muy sofisticado de herramienta mediadora, poseen el poder de transformar los procesos de aprendizaje y la activación de las estrategias, relativos tanto a la toma de decisiones que se puede llevar a cabo, como al tipo y naturaleza de las acciones de aprendizaje de los estudiantes.

En la Universidad Privada de Tacna, se cuenta con una plataforma de virtual, en la que los docentes estamos obligados a utilizarla como una herramienta o recurso auxiliar al proceso de enseñanza aprendizaje de cada curso. En el caso de Matemática IV, los estudiantes tienen acceso a toda la información académica del curso: lecturas matemáticas, apuntes de clases, videos, foros, evaluaciones en línea de lecturas matemáticas, entre otros que promueven la interacción de los estudiantes con los contenidos, con el docente y con sus propios compañeros, haciendo más llevadera la aplicación de la estrategia didáctica de resolución de problemas; parte de estos aspectos se evidencia en las sesiones de clases preparadas por el profesor. (Anexos 6 y 7)

2.5 VALORACIÓN DE LAS TEORIAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

En este apartado lo que se pretende, es precisar aspectos relevantes que sustentan la propuesta de la estrategia didáctica de resolución de problemas.

La Teoría Asociacionista, tiene escaza contribución, puesto que se entiende como una aplicación de ensayo y error, aplicable mayormente a la solución de ejercicios en matemática que, si bien es cierto, es el primer eslabón del aprendizaje de conocimientos matemáticos, pero es insuficiente para el propósito de este estudio, porque privilegia el pensamiento reproductivo.

La Teoría de la Gestalt, como se dijo, privilegia el pensamiento productivo que interesa fomentar en los estudiantes para resolver problemas, es decir, el estudiante tiene que indagar, generar estrategias de resolución para resolver un problema que de inmediato no es posible resolver.

La Teoría basada en el modelo de procesamiento de la información y la Teoría de Mayer basada en procesos de conocimientos específicos, ambas prácticamente se complementan al plantear dos grandes tipos de procesos mentales: proceso de comprensión y proceso de solución y que tributan más a la estrategia didáctica de resolución de problemas que se ha propuesto para este estudio, puesto que de forma indirecta se maneja los diferentes tipos de conocimiento que plantea Mayer en su teoría.

Según la Teoría del Pensamiento Complejo de Edgar Morin, el proceso de enseñanza aprendizaje es un proceso complejo, y como tal los docentes debemos buscar y hacer uso de estrategias didácticas más efectivas, de acuerdo al contexto y naturaleza de cada curso, articulado al perfil del egresado de la carrera, al interés del estudiante, y a lograr las competencias esperadas, es decir, cumplir un proceso complejo en la formación del estudiante.

Los objetos matemáticos pueden ser llevados al aula a nivel universitario y convertirlos en objeto del conocimiento, por tanto, es posible acercarnos a ellos, a su construcción y estudio, desde todas y cada una de estas perspectivas, solo es necesario que la construcción del conocimiento sea lógica, consciente y contextualizada.

Así mismo, el marco teórico de las teorías de resolución de problemas, y la teoría del pensamiento complejo, advierte los aportes de cada teoría, tomando en cuenta la época en que se gestaron y cómo fue evolucionando cada una y la pertinencia en el contexto actual, además teniendo en cuenta que, pese a la antigüedad de algunas teorías, en la actualidad siguen teniendo vigencia porque la aplicación de sus propuestas es concomitante a las propuestas de teorías o investigaciones recientes. Dicho así, entonces, podemos abordar ahora la estrategia didáctica de resolución de problemas.

2.6 ESTRATEGIA DIDÁCTICA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Este apartado inicia definiendo estrategia de manera general, para luego definir estrategia didáctica, a partir de propuestas de otros autores, y en base a ello se define estrategia didáctica de resolución de problemas.

Según Monereo, et al, (1999), la estrategia es: “tomar una o varias decisiones de manera consciente e intencional que trata de adaptarse lo mejor posible a las condiciones contextuales para lograr de manera eficaz un objetivo, que en entornos educativos podrán afectar el aprendizaje (estrategia de aprendizaje) o la enseñanza (estrategia de enseñanza)”. Se trata de comportamientos planificados que seleccionan y organizan mecanismos cognitivos, afectivos y motóricos con el fin de enfrentarse a situaciones problema, globales o específicas de aprendizaje.

En el mismo escenario, Parra, (2003), dice que “las estrategias constituyen actividades conscientes e intencionales que guían las acciones a seguir para alcanzar determinadas metas de aprendizaje por parte del estudiante. Son procedimientos que se aplican de modo intencional y deliberado a una tarea y que no pueden reducirse a rutinas automatizadas, es decir, son más que simples secuencias o aglomeraciones de habilidades”.

Respecto a estrategia didáctica, Tobón y García, señalan que “las estrategias didácticas se conciben como construcciones lógicas pensadas para orientar el aprendizaje y la enseñanza de las competencias en los diversos niveles educativos. Se basan en procedimientos compuestos de un conjunto de etapas que pretenden facilitarles el aprendizaje de las mismas a los estudiantes. Desde el enfoque sistémico complejo al que nos adscribimos, hemos venido proponiendo que el empleo de las estrategias didácticas debe hacerse con flexibilidad y considerando la estructura de cada competencia que se pretende formar, lo cual implica muchas veces hacer adaptaciones a las recomendaciones o formulaciones realizadas por los autores que originalmente las crearon”, (Tobón, S. y García A. (2014).

Al respecto, la UNED, define a la estrategia didáctica como “acciones planificadas por el docente con el objetivo de que el estudiante logre la construcción del aprendizaje y se alcancen los objetivos planteados. Una estrategia didáctica es, en un sentido estricto, un procedimiento organizado, formalizado y orientado a la obtención de una meta claramente establecida y sirve para obtener determinados resultados en el proceso enseñanza aprendizaje”.

Para definir estrategia didáctica de resolución de problemas, también se considera los lineamientos del enfoque por competencias que desarrolla el modelo educativo de la Universidad Privada de Tacna, que promueve una educación basada en competencias; éstas se desarrollan a lo largo del currículo, a través de los cursos y de la propia vida universitaria, en diferentes dimensiones y niveles. Estas competencias forman parte de una educación para la vida, que propone desarrollar el pensamiento crítico, la creatividad, la orientación al logro, el sentido ético, la comunicación, el espíritu empresarial y la ciudadanía, de esta forma, fortalece las competencias profesionales.

Entonces, en base a las definiciones planteadas por Tobón y García, la UNED y los lineamientos del modelo educativo de la UPT, en esta investigación, estrategia didáctica de resolución de problemas se define como acciones planificadas por el docente que tiene como propósito que el estudiante logre la construcción del aprendizaje a partir de la movilización de capacidades matemáticas que permiten encontrar solución a problemas planteados, para lo cual, el estudiante dedica tiempo a la comprensión del mismo, al diseño de estrategias de solución, al desarrollo y evaluación de resultados.

La estrategia didáctica de resolución de problemas toma en cuenta los siguientes criterios:

a) Definición clara, precisa y contextualizado del problema
b) Uso de términos del dominio del estudiante
c) Posibilidad de integrar el problema a una estructura mental de solución

d) Exigencia de operaciones matemáticas del dominio del estudiante

e) Promover secuencia lógica en la solución del problema.

2.6.1 OBJETIVOS DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA

Hoy en día, la resolución de problemas permite abordar varias dimensiones en la Educación Matemática. Por un lado, integra objetivos interdisciplinarios dentro de las propias Matemáticas, por ejemplo, trigonometría, geometría analítica, cálculo diferencial; así como multidisciplinarios, por ejemplo, Matemáticas, Ciencias Económicas, Física. Por otro lado, potencia los aprendizajes activos y colaborativos dentro de los énfasis curriculares modernos, (Fonseca J. y Alfaro C. 2010); es así que en el diseño curricular de la carrera de Ingeniería Civil se establece como uno de los "resultados" del egresado el "resolver problemas de ingeniería utilizando los métodos, técnicas y herramientas modernas apropiadas, aplicando conocimientos matemáticos", por lo que los docentes, debemos cumplir con el logro de estos resultados en los estudiantes.

En este contexto, los objetivos de la estrategia didáctica de resolución de problemas son los siguientes:

a) Desarrollar las capacidades del estudiante.

b) Desarrollar aptitudes de planeamiento, dado que el camino para llegar a las soluciones debe pensarse y estructurarse.

c) Desarrollar el espíritu de iniciativa.

d) Hacer que el estudiante trabaje con base en hipótesis

e) Provocar la motivación intrínseca.

f) Lograr un mejor desarrollo del aprendizaje.

g) Facilitar la transferencia del aprendizaje, es decir, favorecer la aplicación de lo aprendido en situaciones reales diferentes.

Estos objetivos se van logrando progresivamente, con forme se aplica la estrategia didáctica de resolución de problemas.

2.6.2 FASES DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Como se dijo, la estrategia didáctica de resolución de problemas, se sustenta en la teoría de procesamiento de la información y la teoría de Mayer desarrolladas en el apartado 2.2, así mismo, toma en cuenta las investigaciones de Daniel Gil que incluye el diseño de hipótesis en la resolución de problemas, que permite al estudiante intuir juicios a priori, es decir, formular probables respuestas promoviendo así, el desarrollo de su capacidad indagadora y a encontrar solución a cuestiones problémicas.

En este contexto, para que un problema sea resuelto con eficacia y adquiera un significado para los estudiantes, es importante no abandonar la concepción de que el estudiante es un sujeto con estructuras cognitivas previas, es decir, toda situación problemática debe ser propuesta desde la vida experiencial (Matute, M. 2014), o del contexto de la carrera del estudiante para generar actitudes positivas y motivadoras hacia la búsqueda de soluciones.

Dado que los problemas matemáticos que los estudiantes tienen que resolver en la universidad, demanda movilizar capacidades matemáticas que favorezcan el logro de aprendizajes, se propone cinco fases en la didáctica de resolución de problemas que se explica a continuación:

1. ***Análisis del problema. -*** Es prácticamente la representación y comprensión del problema, es decir, si es posible se grafica, se determina qué datos se tiene, qué datos faltan, si hemos resuelto algún problema similar, si es posible enunciarlo de otra manera que sea más entendible con nuestro propio lenguaje, determinar qué tipo de resultado se pide.

2. ***Emisión de hipótesis. -*** Luego del análisis del problema, se emite algún juicio a priori, es decir alguna probable solución que al resolver el

problema se confirma o rechaza esta hipótesis, completar datos que aún faltan determinar para la solución de ser el caso.

3. ***Estrategias de resolución***. – En esta fase se seleccionan las fórmulas o modelos a utilizar. Se plantea la solución por partes o resolviendo casos similares más simples, es decir, el estudiante diseña un modelo de solución que integra el problema a una estructura mental conducente a la solución del problema. En otras palabras, se elabora un plan de solución del problema, tomando en cuenta lo planteado en el análisis del problema.

4. ***Resolución del problema. -*** Aquí se ejecuta el plan de solución, conociendo el marco teórico es necesario verbalizar el problema, es decir utilizar el lenguaje apropiado para comprender el procedimiento matemático adecuado, desarrollando las etapas de su razonamiento en forma lógica hasta llegar a la solución.

5. ***Presentación de solución y análisis de resultados.*** - En esta fase se presenta la ruta lógica seguida como evidencia del razonamiento y se explica e interpreta el resultado obtenido, fundamentando porqué es más viable o la que más se ajusta al problema planteado. En esta fase recomienda Polya, que podemos preguntarnos, ¿si pudo resolver de otra manera?, el método empleado ¿es posible emplearlo en la solución de otros problemas?

Es importante precisar que, en la aplicación de estas fases, en un inicio se percibe que resulta un poco laborioso para la mayoría de estudiantes, puesto que no están acostumbrados al desarrollo de procesos de análisis, de organización, de planeamiento y de toma de decisiones, esta percepción se va perdiendo en los estudiantes, a medida que van haciendo uso de la estrategia y se van familiarizando con el desarrollo de las cinco fases.

El trabajo en cada sesión de clases es grupal, no más de tres estudiantes, este tipo de trabajo no está lejos de la llamada “instrucción entre pares” diseñada por el Dr. Eric Mazur. Las metas básicas de la “Instrucción entre pares” son explotar la interacción del estudiante durante la sesión de clase y enfocar la atención del mismo en los conceptos señalados de la materia, (Pinargote, K. 2014). Aplicar correctamente las fases de resolución de problemas propuesta en este estudio, hace que los estudiantes tengan que trabajan en equipo. Todo ello ha incidido en una actitud favorable hacia la tarea de resolver problemas y aprender significativamente en el marco general del aprendizaje de la matemática.

2.6.3 ASPECTOS IMPORTANTES A TOMAR EN CUENTA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Existen aspectos importantes a tomar en cuenta para la aplicación de la estrategia didáctica, estas se refieren, al docente, al material y al estudiante que a continuación se desarrolla.

A) RESPECTO AL DOCENTE

En este proceso, y aplicación de la estrategia, el docente tiene una misión muy importante y que en parte definirá el efecto que deseamos conseguir en los estudiantes. Al respecto es importante precisar que “el docente se constituye en un organizador y mediador en el encuentro del estudiante con el conocimiento”, (Diaz y Hernández, 2002:3).

De igual manera, (Gimeno Sacristán, 1998; Rodrigo, Rodríguez y Marrero, 1993:243) señalan, “el profesor es mediador entre el alumno y la cultura a través de su propio nivel cultural, por la significación que asigna al currículum en general y al conocimiento que transmite en particular y por las actitudes que tiene hacia el conocimiento o hacia una parcela especializada del mismo”, (citado por Diaz y Hernández, 2002:3).

En consecuencia, la función central del docente consiste en organizar y planificar previamente, para orientar, motivar y guiar la actividad mental resolutiva y constructiva de los estudiantes, a quienes brindará un apoyo pedagógico para el logro de aprendizajes significativos.

B) RESPECTO AL MATERIAL Y EL ESTUDIANTE

Tomando en cuenta el conocimiento lingüístico especificado en la teoría de Mayer, el material que el docente proporciona a los estudiantes debe ser previamente preparado muy cuidadosamente, pensando en el objetivo que desea alcanzar en los estudiantes. Al respecto, (Huerta M. 2001; López, J. 2014), proponen aspectos o condiciones a tener en cuenta, planteamientos que para esta investigación coincidimos:

1. ***Significatividad lógica del material***. Esto es, que el material sea potencialmente significativo, los conceptos que el docente presente, siguen una secuencia lógica y ordenada, esto es, importa no solo el contenido, si no, la forma en que éste es presentado. Dicho de otra forma, el material de enseñanza y los problemas deben estar elaborados y estructurados de acuerdo al proceso y aprendizaje que se desea alcanzar.

2. ***Significatividad psicológica del material***. Los contenidos deben considerar términos del dominio del estudiante y ser comprensibles. En este caso, es recomendable respetar la individualidad del estudiante, es decir, sus conocimientos previos. Que el significado psicológico sea individual, no excluye la posibilidad de que existan significados que sean compartidos por diferentes individuos, estos significados de conceptos y proposiciones de diferentes individuos son lo suficientemente homogéneos como para posibilitar la comunicación y el entendimiento entre las personas.
3. ***Actitud favorable del estudiante***. La disposición para el aprendizaje, es vital en el estudiante, ya que le permitirá desarrollar las competencias del curso.

Es decir, la acción motivadora del docente, debe promover una buena actitud y predisposición en el estudiante para aprender.

2.7 APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

Diaz y Hernández (2010), consideran que David Ausubel fue uno de los grandes de la psicología educativa, como otros teóricos cognoscitivistas, su teoría sobre el aprendizaje significativo constituye uno de los aportes más relevantes que dejó dentro de la teoría psicopedagógica actual. Postuló que el aprendizaje implica una estructuración activa de las percepciones, ideas, conceptos y esquemas que el sujeto posee en su estructura cognitiva. Concibió a la persona como un procesador activo de la información y que el aprendizaje es un proceso sistemático y organizado que no se reduce a simples asociaciones memorísticas.

Para Ausubel, “Un aprendizaje es significativo cuando los contenidos son relacionados de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe. Por relación sustancial y no arbitraria se debe entender que las ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición” (Ausubel; 1983 :18).

Esto quiere decir que, en el proceso educativo, es importante considerar lo que el estudiante ya sabe de tal manera que establezca una relación con aquello que debe aprender. Este proceso tiene lugar si el estudiante tiene en su estructura cognitiva conceptos, estos son: ideas, proposiciones, estables y definidos, con los cuales la nueva información puede interactuar a través de los planos: Plano cognitivo, plano afectivo, plano volitivo, plano actitudinal y plano vivencial.

A manera de ejemplo en matemática, los conceptos de función y su clasificación, derivadas y sus propiedades, integrales, que son impartidos en los cursos de matemática I y II, servirán de subsunsores para nuevos conocimientos referidos a funciones de varias variables e integrales múltiples impartidos en matemática III.

En el ejemplo dado, la idea de función de una sola variable y de tipo de derivada, servirá de anclaje para nuevas informaciones del concepto de ecuación diferencial y tipos de ecuaciones diferenciales; sin embargo, en la medida que estos nuevos conocimientos sean aprendidos significativamente, crecerán y se modificarían los subsunsores iniciales; es decir, los conceptos de función de una sola variable, derivada ordinaria, derivada parcial, evolucionarían para servir de subsunsores para los conceptos de ecuación diferencial ordinaria y ecuación diferencial parcial, lo cual significa una reorganización de los conocimientos en la estructura cognitiva del estudiante.

Lo más destacado del aprendizaje significativo es que, produce una interacción entre los conocimientos más relevantes de la estructura cognitiva y las nuevas informaciones, es decir, no es una simple asociación, de tal modo que éstas adquieren un significado y son integradas a la estructura cognitiva de manera no arbitraria y sustancial, favoreciendo la diferenciación, evolución y estabilidad de los conocimientos pre existentes y consecuentemente de toda la estructura cognitiva.

Por otro lado, el aprendizaje mecánico, contrariamente al aprendizaje significativo, se produce cuando no existen conocimientos adecuados, de tal forma que la nueva información es almacenada arbitrariamente, sin interactuar con conocimientos pre- existentes, un ejemplo de ello sería memorizar y repetir las propiedades de la derivada, esta nueva información es incorporada a la estructura cognitiva de manera literal y arbitraria puesto que consta de puras asociaciones arbitrarias, "el estudiante carece de conocimientos previos relevantes y necesarios para hacer que la tarea de aprendizaje sea potencialmente significativo" (Ausubel, 1983: 37).

Sin embargo, el aprendizaje mecánico no se da en un "vacío cognitivo" puesto que debe existir algún tipo de asociación, pero no en el sentido de una interacción como en el aprendizaje significativo. El aprendizaje mecánico puede ser necesario en algunos casos, por ejemplo, en la fase inicial de un nuevo cuerpo de conocimientos, cuando no existen conceptos relevantes con los cuales pueda interactuar, en todo caso el aprendizaje significativo debe ser preferido, pues, este facilita la adquisición de significados, la retención y la transferencia de lo aprendido.

En este entender, Ausubel no establece una distinción entre aprendizaje significativo y mecánico como una dicotomía, sino como un "continuum", es más, ambos tipos de aprendizaje pueden ocurrir concomitantemente en la misma tarea de aprendizaje (Ausubel; 1983); por ejemplo la memorización de fórmulas, valencias de los elementos químicos, identidades booleanas, se ubicaría en uno de los extremos de ese continuo (aprendizaje mecánico) y el aprendizaje de relaciones entre conceptos podría ubicarse en el otro extremo (Aprendizaje Significativo).

Así mismo, respecto al tema en desarrollo, son importantes las definiciones de aprendizaje significativo que plantean los siguientes autores e investigadores:

Diaz y Hernández (2002:39) señalan que el aprendizaje significativo es aquel que conduce a la creación de estructuras de conocimiento mediante la relación sustantiva entre la nueva información y las ideas previas de los estudiantes.

Para Rodríguez L. (2004), “Aprendizaje significativo es el proceso que se genera en la mente humana cuando subsume nuevas informaciones de manera no arbitraria y sustantiva y que requiere como condiciones: predisposición para aprender y material potencialmente significativo que, a su vez, implica significatividad lógica de dicho material y la presencia de ideas de anclaje en la estructura cognitiva del que aprende”.

Por su parte, Roncal (2009) precisa que, “el aprendizaje significativo es el resultado de la interacción de los conocimientos previos y los conocimientos nuevos y de su adaptación al contexto, y que además el aprendizaje es funcional en un determinado momento en la vida del individuo” (citado por López, J. 2014).

Marco Antonio Moreira (2010), afirma que, “aprendizaje significativo es aquél en el que ideas expresadas simbólicamente interactúan de manera sustantiva y no arbitraria con lo que el aprendiz ya sabe. Sustantiva quiere decir no literal, que no es al pie de la letra, y no arbitraria significa que la interacción no se produce con cualquier idea previa, sino con algún conocimiento específicamente relevante ya existente en la estructura cognitiva del sujeto que aprende”; es decir, el estudiante aprende a partir de lo que ya sabe. La estructura cognitiva previa, o sea, los conocimientos previos (conceptos, proposiciones, ideas, esquemas, modelos, constructos, ...) jerárquicamente organizados, constituyen la principal variable que influye en el aprendizaje significativo de nuevos conocimientos.

En palabras de Postmam y Weingartner (1969: 62), afirman que, “podemos, a fin de cuentas, aprender solamente con relación a lo que ya sabemos. Contrariamente al sentido común, eso significa que, si no sabemos mucho, nuestra capacidad de aprender no es muy grande. Esta idea - por sí sola - implica un gran cambio en la mayoría de las metáforas que dirigen políticas y procedimientos de las escuelas”. (citado por Moreira A.)

En el mismo orden de ideas, Bixio Cecilia (2001), sostiene que, con los nuevos aprendizajes, no solamente hablamos de un cambio de concepto o idea, sino de un cambio conceptual, estructural que implica una reorganización y transformación sustantiva de los esquemas de conocimientos y sus articulaciones e implicancias mutuas, con relación a los conocimientos previos (Bixio C. 2001:57).

De la definición de Ausubel y demás autores e investigadores, destacamos los aspectos comunes e importantes para indicar que, aprendizaje significativo, es la interacción sustantiva y no arbitraria entre los conocimientos relevantes de la estructura cognitiva y los conocimientos nuevos del sujeto que aprende y de su adaptación al contexto.

2.7.1 PRINCIPIO DE ASIMILACIÓN

El Principio de asimilación se refiere a la interacción entre el nuevo material que será aprendido y la estructura cognoscitiva existente, lo cual origina una reorganización de los nuevos y antiguos significados para formar una estructura cognoscitiva diferenciada, esta interacción de la información nueva con las ideas pertinentes que existen en la estructura cognitiva propicia su asimilación.

Para Ausubel, se entiende por asimilación al proceso mediante el cual "la nueva información es vinculada con aspectos relevantes y pre existentes en la estructura cognoscitiva, proceso en que se modifica la información recientemente adquirida y la estructura pre existente”. También este proceso de interacción modifica tanto el significado de la nueva información como el significado del concepto o proposición al cual está afianzada, (Ausubel; 1983:71).

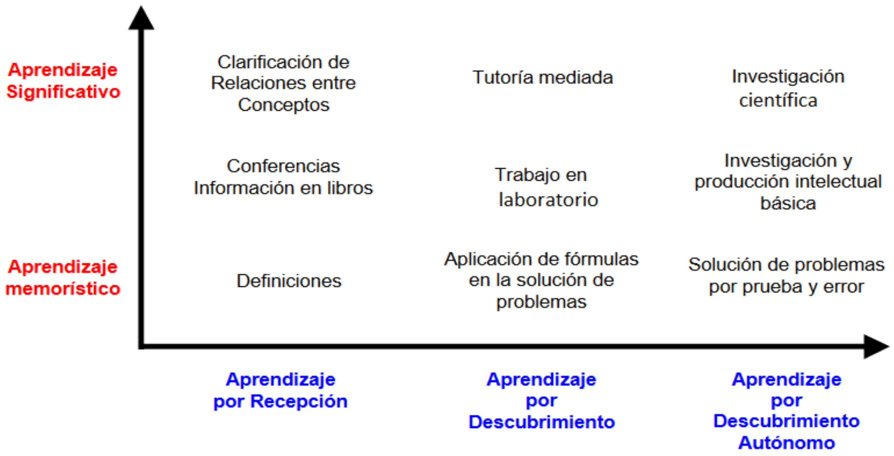
2.7.2 CARACTERÍSTICAS DEL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

David Ausubel remarca la expresión de aprendizaje significativo, precisamente para contrastarla con el aprendizaje memorístico, ello podemos observar en el siguiente cuadro:

Aprendizaje significativo	**Aprendizaje memorístico**
Los nuevos conocimientos se incorporan en forma sustantiva en la estructura cognitiva del estudiante	Los nuevos conocimientos se incorporan en forma arbitraria en la estructura cognitiva del estudiante.
Se logra gracias a un esfuerzo deliberado del estudiante por relacionar los nuevos conocimientos, con sus conocimientos previos	El estudiante no realiza un esfuerzo para integrar los nuevos conocimientos con los conocimientos previos.
Es producto de una implicación afectiva del estudiante, es decir, el estudiante quiere aprender aquello que se le presenta porque lo considera valioso.	El estudiante no quiere aprender, pues no concede valor a los contenidos presentados por el profesor

Fuente: Adaptado de Moisés Huerta (2001). Enseñar a aprender significativamente

El siguiente gráfico también nos muestra estas diferencias esquemáticamente



Adaptada de Ausubel, Novak y Hanesian,1995, p 35

2.7.3 VENTAJAS DEL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

Así como podemos distinguir características del aprendizaje significativo y del aprendizaje memorístico, debemos tener muy en cuenta las ventajas del aprendizaje significativo. Moisés Huerta (2001), nos presenta las ventajas de este tipo de aprendizaje y que compartimos para efectos de este estudio a partir del empleo de la estrategia didáctica de resolución de problemas en matemática:

- Produce una retención más duradera de la información. Modifica la estructura cognitiva del estudiante mediante reacomodos de la misma para integrar a la nueva información.

- Facilita el adquirir nuevos conocimientos, relacionados con los ya aprendidos en forma significativa ya que, al estar presentes en la estructura cognitiva, se facilita su relación con los nuevos contenidos.

- La nueva información, al relacionarse con la anterior, es depositada en la llamada memoria a largo plazo, en la que se conserva más allá del olvido de detalles secundarios.
- Es activo, pues depende de la asimilación deliberada de las actividades del aprendizaje, por parte del estudiante.

- Es personal, pues la significación de los aprendizajes depende de los recursos cognitivos del estudiante.

Como el aprendizaje significativo permite una retención más duradera y es depositada en la llamada memoria a largo plazo para ser recuperada en el momento que sea necesario, Anita E. WoolfolK (1999) muestra un cuadro interesante que es necesario tenerlo en cuenta a manera de información por la connotación de la memoria a corto plazo y la memoria a largo plazo:

Clase de memoria	**Entrada**	**Capacidad**	**Duración**	**Contenidos**	**Recuperación**
A corto plazo o de trabajo	Muy rápida	Limitada	Muy breve 5-20 segundos	Palabras, imágenes, ideas, enunciados	Inmediata
A largo plazo	Relativamente lenta	Prácticamente ilimitada	Prácticamente ilimitada	Redes proposicionales, esquemas, producciones, episodios, imágenes	Depende de la representación y la organización

Fuente: Woolfolk, Anita (1999). Psicología Educativa

2.7.4 TIPOS DE APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

Es importante recalcar que el aprendizaje significativo no es la "simple conexión" de la información nueva con la ya existente en la estructura cognoscitiva del que aprende, por el contrario, sólo el aprendizaje mecánico es la "simple conexión", arbitraria y no sustantiva; el aprendizaje significativo involucra la modificación y evolución de la nueva información, así como de la estructura cognoscitiva envuelta en el aprendizaje.

Ausubel distingue tres tipos de aprendizaje significativo: de representaciones, conceptos y de proposiciones.

A) APRENDIZAJE DE REPRESENTACIONES

Es el aprendizaje más elemental del cual dependen los demás tipos de aprendizaje. Consiste en la atribución de significados a determinados símbolos. Ocurre cuando se igualan en significado símbolos arbitrarios con sus referentes (objetos, eventos, conceptos) y significan para el estudiante cualquier significado al que sus referentes aludan.

Este tipo de aprendizaje se presenta generalmente en los estudiantes, cuando por ejemplo, el aprendizaje de las palabras "balanza electrónica", ocurre cuando el significado de esas palabras pasa a representar, o se convierte en equivalente para la balanza que el estudiante está percibiendo en ese momento, por consiguiente, significan la misma cosa para él; no se trata de una simple asociación entre el símbolo y el objeto sino que el estudiante los relaciona de manera relativamente sustantiva y no arbitraria, como una equivalencia representacional con los contenidos relevantes existentes en su estructura cognitiva.

El aprendizaje de representaciones sucede cuando el estudiante adquiere el vocabulario. Primero aprende palabras que representan objetos reales que tienen significado para él; sin embargo, no los identifica como categorías.

B) APRENDIZAJE DE CONCEPTOS

Los conceptos se definen como "objetos, eventos, situaciones o propiedades de que posee atributos de criterios comunes y que se designan mediante algún símbolo o signos" (Aususbel 1983:61).

Los conceptos son adquiridos a través de dos procesos. Formación y asimilación. En la formación de conceptos, los atributos de criterio (características) del concepto se adquieren a través de la experiencia directa, en sucesivas etapas de formulación y prueba de hipótesis; del ejemplo anterior podemos decir que el estudiante adquiere el significado genérico de las palabras "balanza electrónica" , ese símbolo sirve también como significante para el concepto cultural "balanza", en este caso se establece una equivalencia entre el símbolo y sus atributos de criterios comunes. De allí que los estudiantes aprendan el concepto de "balanza" a través de varios encuentros con una balanza y las de otros laboratorios o establecimientos.

El aprendizaje de conceptos por asimilación se produce a medida que el estudiante amplía su vocabulario, pues los atributos de criterio de los conceptos se pueden definir usando las combinaciones disponibles en la estructura cognitiva por ello el estudiante podrá distinguir distintos colores, formas, tamaños y afirmar que se trata de una "balanza", cuando vea otras en cualquier momento.

En el aprendizaje de conceptos el estudiante, a partir de experiencias concretas, comprende que la palabra "derivada” puede usarse también por otros estudiantes refiriéndose a la razón de cambio o incremento. También se presenta cuando los estudiantes se someten a contextos de aprendizaje por recepción o por descubrimiento y comprenden conceptos abstractos como "tangente", límite", "funciones de una sola variable o de varias variables", “ecuación diferencial”.

C) APRENDIZAJE DE PROPOSICIONES

Este tipo de aprendizaje va más allá de la simple asimilación de lo que representan las palabras, combinadas o aisladas, puesto que exige captar el significado de las ideas expresadas en forma de proposiciones.

El aprendizaje de proposiciones implica la combinación y relación de varias palabras cada una de las cuales constituye un referente unitario, luego estas se combinan de tal forma que la idea resultante es más que la simple suma de los significados de las palabras componentes individuales, produciendo un nuevo significado que es asimilado a la estructura cognoscitiva. Es decir, que una proposición potencialmente significativa, expresada verbalmente, como una declaración que posee significado denotativo (las características evocadas al oír los conceptos) y connotativo (la carga emotiva, actitudinal e idiosincrática provocada por los conceptos) de los conceptos involucrados, interactúa con las ideas relevantes ya establecidas en la estructura cognoscitiva y, de esa interacción, surgen los significados de la nueva proposición.

Aprendizaje de proposiciones se produce cuando se conoce el significado de los conceptos, puede formar frases que contengan dos o más conceptos en donde afirme o niegue algo. Así, un concepto nuevo es asimilado al integrarlo en su estructura cognitiva con los conocimientos previos.

Esta asimilación se da en los siguientes pasos:

a) Por diferenciación progresiva: cuando el concepto nuevo se subordina a conceptos más inclusores que el estudiante ya conocía.

b) Por reconciliación integradora: cuando el concepto nuevo es de mayor grado de inclusión que los conceptos que el estudiante ya conocía.

c) Por combinación: cuando el concepto nuevo tiene la misma jerarquía que los conocidos. Ausubel concibe los conocimientos previos del estudiante en términos de esquemas de conocimiento, los cuales consisten en la representación que posee una persona en un momento determinado de su historia sobre una parcela de la realidad. Estos esquemas incluyen varios tipos de conocimiento sobre la realidad, como son: los hechos, sucesos, experiencias, anécdotas personales, actitudes, normas, etc.

Por ejemplo, una parte del concepto de ecuación diferencial es: “expresión que contiene derivadas”, ello va relacionado a la derivada ordinaria y a la derivada parcial, además a función de una variable o de varias variables. Relacionando sus conceptos, el estudiante puede inferir proposiciones con el concepto de ecuación diferencial ordinaria y ecuación diferencial parcial.

2.7.5 EVALUACIÓN DEL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

En cuanto a la evaluación, en la mayoría de casos, la práctica docente es más conductista que constructivista, situación que progresivamente en la universidad viene superando. Al respecto Marco Antonio Moreira (2010) dice:

> “El contexto (administradores de instituciones educacionales, padres, abogados, la sociedad en general) exige “pruebas” de que el estudiante “sabe o no sabe”. Esa evaluación basada en el sabe o no sabe, en el cierto o equivocado, en el sí o no, es comportamentalista y habitualmente genera el aprendizaje mecánico, pues no entra en la cuestión del significado, de la comprensión, de la transferencia. Si el estudiante sabe resolver un problema, sabe definir algo, sabe enumerar las propiedades de un sistema, está bien, aunque no haya entendido el problema, la definición o el sistema.
>
> La evaluación del aprendizaje significativo implica otro enfoque, porque *lo que se debe evaluar es comprensión, captación de significados, capacidad de transferencia del conocimiento a situaciones no-conocidas, no rutinarias*. La propuesta de Ausubel es radical: para él, la mejor manera de evitar la simulación del aprendizaje significativo es proponerle al estudiante una situación nueva, no familiar, que requiera máxima transformación del conocimiento adquirido.

Por tanto, la evaluación del aprendizaje significativo debe ser predominantemente formativa y recursiva. Es necesario buscar evidencias de aprendizaje significativo, en lugar de querer determinar si ocurrió o no. Es importante la recursividad, o sea, permitir que el aprendiz rehaga, más de una vez si es el caso, las tareas de aprendizaje. Es importante que exteriorice los significados que está captando, que explique, que justifique, sus respuestas".

Para el caso de esta investigación, se tomó en cuenta estos criterios de evaluación de Moreira, en cada sesión de clase en que se utiliza la estrategia didáctica de resolución de problemas, existe un momento en que el estudiante intercambia, transfiere conocimientos que él sabe a sus compañeros de grupo con el fin de terminar y presentar sus actividades con éxito, y otro momento en que demuestra su captación de significados con la exposición verbal de su trabajo logrado en equipo, y al terminar el curso aplica conocimientos matemáticos y estrategias en la solución de problemas contextualizados a su carrera.

El logro aprendizajes significativos, evidentemente no es fácil, requiere de tiempo, puesto que "el aprendizaje significativo es progresivo, el dominio de un campo conceptual, un campo de situaciones, es progresivo, con rupturas y continuidades (Moreira, Caballero y Rodríguez, 2004) y puede llevar un tiempo relativamente grande"; sin embargo, tiene resultados muy buenos y que es justificable utilizar en la universidad, sobre todo en carreras de ingeniera.

Así, mismo, Tobón expresa, "en el aprendizaje significativo o trascendente importa más el proceso de descubrimiento de conocimientos y habilidades y la adquisición de nuevas experiencias, que el almacenamiento pasivo de grandes cantidades de información y teorías ya elaboradas. Hablando de la formación de competencias, podemos plantear que no hay competencia dada, sino construida", (Tobón, et. al, 2010: 46)

Pero el sistema de evaluación a que debemos acogernos en la Universidad es mediante las calificaciones y en relación a las calificaciones Díaz (1982:20) afirma que consiste en asignar notas conforme a los niveles de logro de aprendizaje y escalas establecidas, a los resultados evaluativos obtenidos, con el propósito de tener un parámetro que permita la interpretación del aprendizaje alcanzado.

Al respecto Biggs (2008:180) considera que existen dos modalidades básicas para la asignación de calificaciones: El modelo de medida y el modelo de los niveles. El primero está diseñado para acceder a las características estables de los individuos, con el fin de compararlos entre sí o con normas de la población general. Se ocupa de hacer juicios sobre las personas. Esta evaluación está referida a la norma. El segundo está diseñado para evaluar los cambios de rendimiento a consecuencia del aprendizaje, con el fin de comprobar si se ha aprendido algo y hasta qué punto se ha aprendido bien. Se ocupa de hacer juicios sobre la actuación. Esta evaluación está referida a criterios de desempeño.

De manera general, cuando pensamos en evaluación, lo hacemos para ver qué saben los estudiantes, y al hacerlo, formulamos suposiciones sobre la naturaleza de lo que se ha aprendido. Estas suposiciones suelen ser de carácter cualitativo como cuantitativo (Cole, 1990, Marton y Cols, 1993); en tal sentido, cada institución superior tiene sus propias normas y los docentes tenemos que adecuarnos a ellas, presentando las calificaciones al final de cada unidad y al finalizar el curso.

Como la calificación que se otorgue en una unidad depende normalmente de las actuaciones evaluadas en una serie de temas y esos temas se abran aprobado con distintos niveles de comprensión, tenemos que decidir cómo combinar esas estimaciones para obtener una calificación final (Biggs, J. 2006: 233).

Siguiendo este planteamiento y parafraseando a Biggs, la evaluación puede satisfacer las exigencias logísticas y administrativas institucionales de combinar las tareas de evaluación para obtener una nota final de la unidad o del curso, y comunicar el resultado en porcentajes o cualquier otra escala cuantitativa, si eso es lo que se pide.

En la Universidad Privada de Tacna, se cuenta con un reglamento de estudios, matrícula y evaluación, en el que se estipula:

“Art. 64 La nota obtenida a la finalización del semestre académico será el promedio de las calificaciones de las unidades didácticas programadas por el docente en los sílabos, en los que figuran formas de evaluación y sus ponderaciones.

Art. 65 La elaboración, ejecución, calificación y revisión de las diferentes formas de evaluación de la unidad didáctica son responsabilidad exclusiva del docente de la asignatura. En caso de ausencia o abandono del docente será el Decano quien disponga lo conveniente sobre el particular.

Art. 67 El sistema de calificación es único para todas las asignaturas que se cursen en la universidad, adoptándose la escala de 00 a 20. La nota mínima aprobatoria es 11. Solamente para el promedio final, el resultado con fracción igual o mayor a 0.5 puntos será redondeado al entero inmediato superior.”

El Ministerio de Educación (2010), ha propuesto una escala de calificación cualitativa y cuantitativa para nivel superior para valorar la calificación final del estudiante, la cual ayuda a que los juicios emitidos por el docente sean acertados válidos y confiables, además de verificar en el estudiante cómo va con el logro del aprendizaje significativo y la competencia del curso.

Esta escala de calificación se adaptó y aplicó en la presente investigación, considerando la normativa interna para el caso en la Universidad Privada de Tacna, la misma que se muestra a continuación:

Categorías	Significado	Calificación
Sobresaliente	Cuando el estudiante evidencia un desempeño idóneo aplicando los aprendizajes significativos en contextos reales, demostrando un manejo solvente y muy satisfactorio en todas las tareas propuestas.	19 - 20
Muy bueno	Cuando el estudiante evidencia el logro de aprendizajes significativos con desempeños suficientes en el cumplimiento de los indicadores de evaluación establecidos en el curso.	17 - 18
Bueno	Cuando el estudiante demuestra haber logrado los aprendizajes con desempeños insuficientes de acuerdo a los indicadores de evaluación establecida en el curso	14 - 16
Suficiente	Cuando el estudiante demuestra regular nivel de logro de los aprendizajes y no logra suficientemente los indicadores de evaluación del curso.	11 - 13
Insuficiente	Cuando el estudiante demuestra un bajo nivel de logro de los aprendizajes y aplica equivocadamente.	0 - 10

Fuente: Adaptado del MINEDU para educación superior (2010).

En consecuencia, la evaluación por competencias según Tobón (2006) es un proceso que incluye múltiples formas de medición del desempeño del estudiante y tiene como propósito determinar el nivel de dominio de una competencia con base en criterios consensuados y evidencias para establecer los logros y los aspectos a mejorar, buscando que la persona tenga el reto de mejoramiento continuo a través de la metacognición. Estas reflejan el aprendizaje, logros, motivación y actitudes del estudiante respecto a las actividades más importantes del proceso de instrucción (Callison, 2002). Se basa en la permanente integración de aprendizajes y evaluación por parte del propio estudiante y sus pares constituyéndose en un requisito indispensable del proceso de construcción y comunicación de significados. (Condemarín y Medina; 2000).

El enfoque de la evaluación auténtica tiene una concepción constructiva del aprendizaje, se sustenta en la base teórica del aprendizaje significativo de Ausubel, en la perspectiva cognoscitiva de Novak y en la práctica reflexiva de Schon. Se evalúa las competencias y desempeños de los estudiantes durante el proceso de aprendizaje, a través de las diversas situaciones de aprendizaje del mundo real y problemas significativos de naturaleza compleja. Este enfoque fomenta la auto evaluación y la co-evaluación con la finalidad de que sean los estudiantes quienes valoren sus logros en las diferentes áreas. El docente también evalúa, pero con fines de retroalimentación, es decir con la finalidad de orientar a los estudiantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje, utilizando múltiples procedimientos y técnicas de evaluación.

Finalmente, y de acuerdo al modelo educativo de la UPT, se hace una propuesta de rúbrica para evaluar competencias genéricas y específicas, (Anexo 10) y que se podría adaptar a cada curso, de acuerdo a sus competencias específicas.

2.8 RELACIÓN ENTRE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

Lo que caracteriza a la matemática, es sus procesos creativos y generativos, es decir, que los estudiantes deben comprometerse en actividades con sentido, originadas a partir de situaciones problemáticas (Silvia, Villanova; et al). En este contexto, los problemas contextualizados en el que hacer de una carrera profesional, son importantes y de interés para el estudiante, porque le encuentra sentido al estudio y aprendizaje significativo de la matemática mediante resolución de problemas.

Gil y Guzmán (1993), en su texto enseñanza de las ciencias y la matemática, señalan aspectos muy relevantes que el autor de este estudio comparte y parafraseamos: “La matemática es, sobre todo, saber hacer, es una ciencia en la que el método claramente predomina sobre el contenido. Por ello se concede una gran importancia al estudio de las cuestiones, en buena parte colindantes con la psicología cognitiva, que se refieren a los procesos mentales de resolución de problemas.

En esta dirección se canalizan los intensos esfuerzos por utilizar estrategias heurísticas adecuadas para la resolución de problemas en general, por estimular la resolución autónoma de verdaderos problemas, más que la mera transmisión de recetas adecuadas en cada materia". Así mismo, Daniel Gil (1987, indica que, "parece lógico considerar el abordaje de problemas como una forma privilegiada de construir y profundizar conocimientos científicos y favorecer el cambio conceptual, es decir, el aprendizaje significativo del mismo". En el mismo orden de ideas, "los problemas deben implicar un desafío para el estudiante, una situación que provoque el enfrentamiento entre lo conocido y lo que es necesario conocer para llegar a la solución. De esta forma potenciaremos el desarrollo de la capacidad indagadora y cuestionadora del estudiante", (Matute, M. 2014).

En los últimos años, la resolución de problemas ha sido identificada como una actividad muy importante en el aprendizaje de la matemática. En este proceso se pone especial interés en la interacción del estudiante con problemas rutinarios y no rutinarios y las importantes estrategias de resolución (Torres, M. 2006)); ello contribuye a que el estudiante desarrolle una buena disposición hacia el estudio de la matemática. Además, intencionalmente busca los significados de las ideas matemáticas y discute el sentido de las soluciones en los problemas planteados, como también plantea, Moreira (2010).

La enseñanza a través de la resolución de problemas, es actualmente la estrategia didáctica más invocada o muy usada para poner en práctica el principio general de aprendizaje activo y significativo; también pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje significativo y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe dejar a un lado, como campo de operaciones para construir formas de pensamiento eficaces, (Sierra, H. y Chocarro, R. 2013; Torres, M. 2006).

Además, "el uso de la Resolución de Problemas como estrategia didáctica para la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, ha tenido una importante evolución: desde el análisis de estrategias heurísticas de solución con Polya, hasta el estudio de elementos cognitivos más complejos con Schoenfeld, Brousseau, Lesh y otros", (Fonseca J. y Alfaro C. 2010).

La resolución de problemas permite estimular la capacidad de preguntar, desarrollar aspectos como “la autonomía moral e intelectual, la capacidad de pensamiento crítico, el autodidactismo, la capacidad de reflexión sobre uno mismo y sobre el propio aprendizaje, la motivación y responsabilidad por el estudio, la disposición para aprender significativamente y para cooperar buscando el bien común” (Diaz y Hernández, 2003:33), y que el autor de esta investigación comparte, puesto que estos aspectos se percibe que se va logrando progresivamente en los estudiantes, (Moreira, M. 2010), de acuerdo a su propio estilo de aprendizaje.

En este entender, las investigaciones de Silvia, Villanova; et al; Gil y Guzmán (1993); Moreira, M. (2010), Mendoza, M. (2014) Schoenfeld, Brousseau, Lesh y otros, así como los resultados de este estudio, demuestran que la estrategia didáctica de resolución de problemas, si permite el logro de aprendizaje significativo en matemática en carreras de ingeniería.

CAPÍTULO III

MARCO METODOLÓGICO

3.1.- HIPÓTESIS DE LA INVESTIGACIÓN

3.1.1 FORMULACIÓN DE LA HIPOTESIS

A. HIPÓTESIS GENERAL

La aplicación de la estrategia didáctica de resolución de problemas tiene alta incidencia en el nivel de logro del aprendizaje significativo de los estudiantes del IV ciclo, en el curso de Matemática en la carrera profesional de Ingeniería Civil, en la Universidad Privada de Tacna, 2014-I.

B. HIPÓTESIS ESPECÍFICAS

B.1.- El nivel de logro del aprendizaje significativo en los estudiantes del grupo de control y experimental, antes de la aplicación de la estrategia didáctica de resolución de problemas, se encuentran en el nivel de insuficiente, en el curso de matemática del IV ciclo de la carrera profesional de Ingeniería Civil.

B.2 El nivel de logro del aprendizaje significativo en los estudiantes del grupo experimental, con la aplicación de la estrategia didáctica de resolución de problemas, asciende al nivel de bueno, en el curso de matemática del IV ciclo de la carrera profesional de Ingeniería Civil.

B.3 El nivel de logro del aprendizaje significativo en los estudiantes del grupo experimental respecto del grupo de control, después de la aplicación de la estrategia didáctica de resolución de problemas, alcanza el nivel de logro sobresaliente, en el curso de matemática del IV ciclo de la carrera profesional de Ingeniería Civil.

B.4 El nivel de aceptación que muestran los estudiantes sobre la estrategia didáctica basada en la resolución de problemas en el curso de matemática, en la carrera profesional de Ingeniería Civil, es alta.

3.2 VARIABLES E INDICADORES

3.2.1 VARIABLE INDEPENDIENTE

Estrategia didáctica de resolución de problemas

<table>
<tr><th>Definición</th><th>Indicadores</th></tr>
<tr><td rowspan="5">Acciones planificadas por el docente que tiene como propósito que el estudiante logre la construcción del aprendizaje a partir de la movilización de capacidades matemáticas que permiten encontrar solución a problemas planteados, para lo cual, el estudiante dedica tiempo a la comprensión del mismo, diseño de estrategias de solución, desarrollo y evaluación de resultados.</td><td>Análisis del problema</td></tr>
<tr><td>Emisión de hipótesis</td></tr>
<tr><td>Estrategias de resolución</td></tr>
<tr><td>Resolución del problema</td></tr>
<tr><td>Presentación de solución y análisis de resultados.</td></tr>
</table>

A. ESCALA DE MEDICIÓN

a) Alta efectividad en la solución de problemas matemáticos
b) Moderada efectividad en la solución de problemas matemáticos
c) Baja efectividad en la solución de problemas matemáticos

3.2.2 VARIABLE DEPENDIENTE

Aprendizaje significativo

Definición	Indicadores	Escala
El aprendizaje significativo, es la interacción sustantiva y no arbitraria entre los conocimientos relevantes de la estructura cognitiva y los conocimientos nuevos del sujeto que aprende y de su adaptación al contexto.	El estudiante evidencia un aprendizaje significativo con desempeño **sobresaliente**	19 - 20
	El estudiante evidencia el logro de aprendizajes significativos con desempeños **muy bueno** en el cumplimiento de los indicadores	17 - 18
	El estudiante evidencia el logro de aprendizajes significativos con desempeños de **bueno**, de acuerdo a los indicadores	14 - 16
	El estudiante evidencia logro de aprendizaje significativo con desempeños **suficientes**.	11 - 13
	El estudiante demuestra un bajo nivel de logro de los aprendizajes y muestra un **insuficiente** desempeño.	00 - 10

A. ESCALA DE MEDICIÓN

a) Sobresaliente
b) Muy bueno
c) Bueno
d) Suficiente
e) Insuficiente

3.3 TIPO DE INVESTIGACIÓN

La investigación es del tipo aplicada, porque en la investigación se plantea una solución a un problema detectado en el campo de la pedagogía universitaria. La finalidad de la investigación aplicada es contribuir con la solución a un problema práctico concreto, (E. Hashimoto 2010:239), buscando mejorar los niveles de aprendizaje de los estudiantes en el curso de matemática IV. Según Moreno Bayardo, María (1997) afirma que “la investigación aplicada tiene como propósito corroborar la teoría de manera directa, en un campo concreto de aplicación”.

Asimismo, Hernández, S. (2010) afirma que “la investigación aplicada está dirigido a responder por las causas de los eventos y fenómenos físicos o sociales. Se enfoca en explicar por qué ocurre un fenómeno y en qué condiciones se manifiesta, o porqué se relacionan dos o más variables”.

También es importante tener en cuenta lo manifestado por Raúl Valdivia (2009:247), al respecto dice que “en la investigación aplicada se resuelve un problema por vez y la generalización de sus resultados necesita de mayor cantidad de repeticiones y, aun así, ésta es relativa”.

Por lo descrito, la investigación realizada corresponde al tipo aplicativo.

3.4 DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

Según Hernández, S. (2010:148) sostiene: “Los diseños cuasi experimentales también manipulan deliberadamente al menos una variable independiente para ver su efecto y relación con una o más variables dependientes, solamente que difieren de los experimentos “puros” en el grado de seguridad o confiabilidad que pueda tenerse sobre la equivalencia inicial de los grupos”.

La presente investigación, aplicó el diseño de investigación cuasi experimental, con aplicación de la estrategia didáctica de resolución de problemas; que consiste en aplicar una prueba de entrada y una prueba de salida al grupo experimental y al grupo de control, para determinar la eficacia de la estrategia en el proceso de aprendizaje de los estudiantes en el curso de matemática IV, durante el semestre académico 2014 – I, en la carrera de Ingeniería Civil. En ese sentido en la presente investigación la variable que se ha manipulado es la estrategia didáctica de resolución de problemas con la finalidad de mejorar el nivel de aprendizaje significativo en el curso de matemática IV.

Este diseño cuasi experimental, obedece al siguiente esquema:

Grupos	Prueba de entrada	Experiencia	Prueba de salida
G.C	O_1	- . -	O_2
G.E	O_3	X	O_4

Donde:

G.C = Grupo de control

G.E = Grupo experimental

O1 = Prueba de entrada

O2 = Prueba de salida

O3 = Prueba de entrada

O4 = Prueba de salida

X = Estrategia de resolución de problemas

3.5 AMBITO Y TIEMPO SOCIAL DE LA INVESTIGACIÓN

La investigación se realizó en la Universidad Privada de Tacna, en la carrera de Ingeniería Civil, en el cuarto ciclo en el curso de Matemática IV, año 2014

3.6 UNIDAD DE ESTUDIO

La investigación se realizó en semestre académico 2014-I, en los estudiantes del 4to ciclo de la carrera de Ingeniería Civil.

3.7 POBLACION Y MUESTRA

3.7.1 POBLACIÓN

En la investigación la población estuvo conformada por los estudiantes matriculados en los cursos de matemática, en el semestre académico 2014-I, en la Carrera Profesional de Ingeniería Civil, de la Facultad de Ingeniería. Cabe destacar que la carrea profesional cuenta con 05 cursos de matemática en su malla curricular, distribuidos en los cuatro primeros ciclos de estudios

Según Valdivia, R. (2009:256) señala: “La población debe estar constituida por un conjunto de sujetos, objetos o hechos, que presentan características similares, que son medibles y que constituyen la unidad de investigación.”

Tabla 1: Estudiantes matriculados en el curso de matemática en la Escuela Profesional de Ingeniería Civil, 2014-I.

Cursos de matemática	Número de estudiantes
Matemática I	115
Matemática Básica	105
Matemática II	101
Matemática III	101
Matemática IV	45
Total	467

Fuente: Actas de matrícula.

3.7.2 MUESTRA

Valdivia, R (2009, p.257) define que “la muestra como la parte seleccionada de una población o universo sujeto a estudio y que reúne las características de la totalidad por lo que permite la generalización de resultados”.

La muestra está constituida solamente por los estudiantes matriculados en el curso de matemática en el IV ciclo; por lo que la muestra es no probabilística e intencional o dirigida, porque los grupos de estudiantes ya estuvieron conformados en el momento de inicio del curso. Al respecto, Hernández S. (2010: 176) dice: “En las muestras no probabilísticas, la elección de los elementos no depende de la probabilidad, sino de causas relacionadas con las características de la investigación o de quien hace la muestra. Elegir entre una muestra probabilística o una no probabilística depende de los objetivos del estudio, del esquema de investigación y de la contribución que se piensa hacer con ella”.

En nuestro caso, los grupos de investigación son dos, el grupo de control y el grupo experimental; cada grupo tiene un tamaño de 19 y 26 respectivamente. La sección B es el grupo de control y la sección A es el grupo experimental.

La distribución de los grupos es como sigue:

Grupos de estudio	**Secciones**	**Número de estudiantes**
Grupo experimental	Sección “A”	26
Grupo de Control	Sección “B”	19
Total		45

En la Universidad Privada de Tacna, el sistema de estudios es flexible y por créditos, es decir, cada semestre académico los estudiantes deben matricularse en los cursos que corresponde, tomando en cuenta lo siguiente:

a) Siempre que hayan aprobado el pre requisito de los cursos que desean matricularse y cumpliendo las normas del Reglamento de Matrícula, Estudios y Evaluación.

b) Previo a la matrícula, los estudiantes cuentan con los horarios de clases del nuevo semestre académico, las secciones proyectadas y el nombre del docente para cada sección.

c) Los estudiantes, al momento de la matrícula eligen en qué sección desean matricularse. El sistema académico de matrícula, controla los topes por cada sección.

d) La Dirección de Carrera propone la carga horaria y es aprobado en Consejo de Facultad.

Es decir, al investigador le asignaron la sección A del curso de matemática IV, por lo que, para este estudio intencionalmente tuvo que ser el grupo experimental y la sección B es un docente diferente, siendo esta, el grupo de control.

Al respecto, Roberto Hernández S. manifiesta lo siguiente: “Las investigaciones experimentales, la mayoría de las veces utilizan muestras dirigidas, porque como se comentó, es difícil manejar grupos grandes (debido a ello se ha insistido que, en los experimentos, la validez externa se consolida mediante la repetición o reproducción del estudio)”. Hernández S. (2010: 190).

3.8 TÉCNICAS PARA LA RECOLECCIÓN DE DATOS

Las técnicas e instrumentos utilizados fueron:

a) Examen, cuyo instrumento fue la prueba de entrada aplicada al grupo de control y grupo experimental con la finalidad de determinar el nivel de aprendizaje alcanzado en el curso de matemática, antes de la aplicación de la estrategia de resolución de problemas. Este instrumento fue elaborado por el investigador para este estudio y validado por juicio de expertos, constituido por docentes con experiencia que enseñan o enseñaron Matemática IV o Ecuaciones Diferenciales en carreras de Ingeniería. (Anexos 3)

b) Examen, cuyo instrumento fue la prueba de salida aplicada al grupo de control y grupo experimental con la finalidad de determinar el nivel de aprendizaje alcanzado en el curso de matemática, después de la experiencia. En este estudio, la prueba de entrada es la misma prueba de salida, con el fin de analizar cuánto han mejorado los estudiantes en el nivel de logro del aprendizaje significativo en Matemática IV, después de aplicar la estrategia didáctica. (Anexo 4)

c) Encuesta, cuyo instrumento fue un cuestionario aplicado a los estudiantes del grupo experimental sobre la percepción que tuvieron en el nivel de aceptación de la estrategia didáctica de resolución de problemas para el logro del aprendizaje significativo en el curso de matemática IV. El instrumento fue adaptado de Paloma Varela (1991), (La resolución de problemas en la enseñanza de las ciencias. Aspectos didácticos y cognitivos). (Anexo 5)

3.9 PROCESAMIENTO Y ANÁLISIS DE DATOS

Para el análisis de los resultados se utilizó Excel y el programa SPSS. La información se presenta en dos partes, una relacionada con el análisis estadístico descriptivo, donde se presenta tablas y figuras estadísticas de las pruebas de entrada y salida, con sus respectivas interpretaciones, y en una segunda parte se trabajó con el análisis estadístico inferencial, donde los resultados de las pruebas de entrada y salida fueron procesadas con el cálculo de las medias y las desviaciones estándares de cada grupo de estudio, para las respectivas pruebas de hipótesis, con un nivel de significancia del 5%.

Finalmente se muestran figuras estadísticas sobre los niveles de percepción que presentan los estudiantes sobre la experiencia en el aprendizaje de la matemática y el grado de aceptación de la aplicación de la estrategia didáctica basada en la resolución de problemas.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN

4.1 DESCRIPCIÓN DEL TRABAJO DE CAMPO

En la presente investigación se realizó el siguiente trabajo de campo:

A. Primera Etapa

La primera etapa consistió en la realización del proceso de muestreo, considerando para ello, las diferentes secciones formadas en la Escuela Profesional de Ingeniería Civil, en el curso de matemática.

B. Segunda Etapa

Después de haber definido el grupo de estudiantes que formaran parte del estudio, se diseñó el plan de la experiencia, considerando para el efecto el proceso de planificación curricular, que comprende la elaboración del silabo, su desarrollo a través de las sesiones de clase y la evaluación que comprende la elaboración de la tabla de planificación de la evaluación, con sus indicadores y sus instrumentos.

C. Tercera Etapa

Está relacionado con el proceso pedagógico, durante las 17 semanas que comprende el semestre académico. El desarrollo del curso de matemática IV, significó sensibilizar a los estudiantes sobre la importancia del curso para su formación profesional y el propósito que tiene el logro de los aprendizajes significativos en el curso.

Los estudiantes recibieron la explicación de la competencia del curso y de los contenidos a desarrollar. Asimismo, se les describió cómo se van a desarrollar las sesiones de clase en las que ellos iban a ser los protagonistas y que los aprendizajes tenían que demostrarse con resultados o evidencias.

D. Cuarta Etapa

La etapa final del curso consistía en la presentación de un producto, que consistía en la formulación de seis problemas contextualizados a la especialidad de los estudiantes, y que estos tenían que ser sustentados en una exposición de 20 minutos. La creatividad fue un factor fundamental en el proceso de evaluación final del estudiante.

4.2 DISEÑO DE LA PRESENTACIÓN DE LOS RESULTADOS

Los resultados de la prueba de entrada (Anexo 03), pruebas de proceso y prueba de salida (Anexo 04), se presentan a partir de dos tipos análisis: el análisis estadístico descriptico y el análisis estadístico inferencial:

El análisis estadístico descriptivo en esta investigación, consiste en analizar los resultados de la prueba de entrada, pruebas de proceso y prueba de salida en los grupos de control y experimental respectivamente. En primera instancia se analiza las calificaciones obtenidas y se compara los resultados en ambos grupos, luego se aplica estadísticos como la media aritmética y la desviación estándar y se interpreta dichos resultados.

Según Sócrates Aedo (2007), “La media aritmética o promedio es una medida que pretende representar el valor en torno al cual se aglutinan los valores numéricos de una variable determinada y para que esto suceda es necesario realizar previamente un estudio de distribución de dicha variable que nos permita aceptar dicho supuesto. Por consiguiente, el uso de la media va a depender del tipo de distribución observada en la variable. Cuando se usa la media aritmética como medida de centralización, debemos tener cuidado de que los datos sean homogéneos, es decir razonablemente parecidos, pues el promedio es muy sensible a valores extremos, es decir valores demasiado elevados o demasiado minimizados".

Para el caso de esta investigación, los datos han sido por lo general homogéneos o parecidos en las evaluaciones aplicadas, por lo que el uso de este estadístico es factible.

Otro estadístico aplicado fue la desviación estándar para medir la dispersión o variabilidad de los datos. Según Levin, R. y Rubín, D. (1996: 110), este estadístico es importante por las siguientes razones:

a) Nos proporciona información adicional que nos permite juzgar la confiabilidad de nuestra medida de tendencia central. Si los datos se encuentran ampliamente dispersos, la posición central es menos representativa de los datos, como un todo, que cuando éstos se agrupan más estrechamente, alrededor de la media.

b) Si existen problemas característicos para datos ampliamente dispersos, debemos ser capaces de distinguir que presentan esa dispersión antes de poder a bordar esos problemas.

c) Podemos comparar las dispersiones de ambos grupos (control y experimental).

La desviación estándar puede ser interpretada como una medida de incertidumbre. La desviación estándar de un grupo repetido de medidas nos da la precisión de éstas.

El análisis estadístico inferencial hace uso del estadístico t de Student, por el tamaño de la muestra con que se tomó en cuenta en esta investigación.

Al respecto, “en probabilidad y estadística, la distribución-t o distribución t de Student, es una distribución de probabilidad que surge del problema de estimar la media de una población normalmente distribuida cuando el tamaño de la muestra es pequeño. A la teoría de pequeñas muestras también se le llama teoría exacta del muestreo, ya que también la podemos utilizar con muestras aleatorias de tamaño grande” (INEI, 2010).

Finalmente se evalúa la percepción de los estudiantes respecto a la aplicación de la estrategia didáctica de resolución de problemas, a través de una encuesta (Anexo 05). La importancia de las actitudes de los estudiantes en el aprendizaje de la matemática tiene gran importancia al considerarse que los factores cognitivos no son los únicos que mediatizan dicho aprendizaje, está también lo relacionado con el aula, metodología de trabajo en clase, actitudes y comportamiento del profesor, tiempo en que el estudiante está implicado directamente en tareas de aprendizaje, (Varela, 1992).

Uno de los factores que influye considerablemente en que se produzca un aprendizaje significativo, es el grado en que el estudiante se siente cómodo con la estrategia didáctica que se está utilizando, es decir, se tiene que promover la buena predisposición del estudiante para el aprendizaje, en el marco de que los estudiante entran en contacto no solo con el docente, sino también con otros compañeros en situaciones y contextos diversos, contrastando ideas en el análisis de un problema, en la búsqueda de nueva información, etc,. que incide en una actitud y predisposición favorable hacia el aprendizaje de la matemática, (Ortega, et al., 1993).

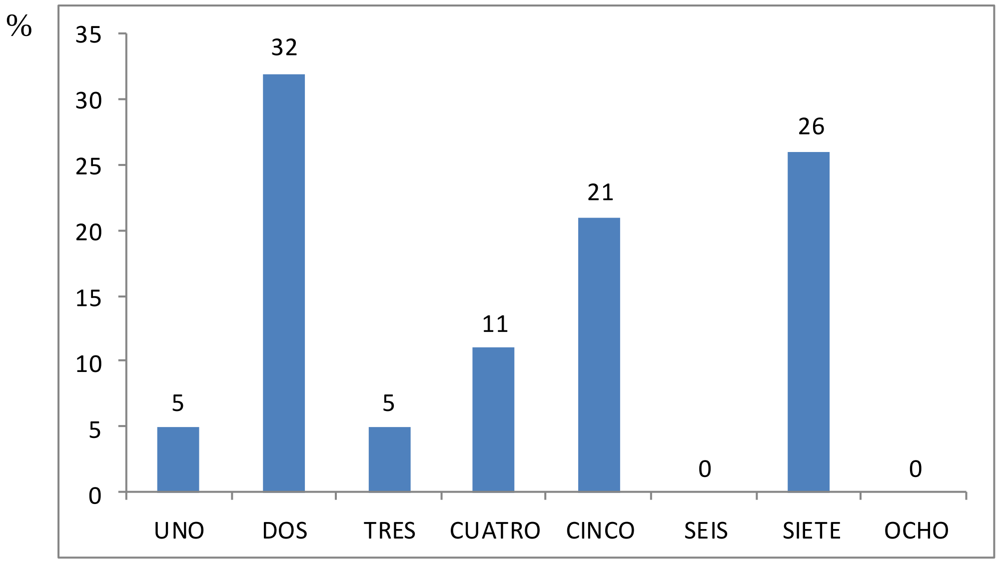
4.2.1 ANÁLISIS ESTADÌSTICO DESCRIPTIVO ANTES DE LA APLICACIÓN DE LA ESTRATEGIA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN EL CURSO DE MATEMÁTICA IV

4.2.1.1 Resultados de la evaluación de los aprendizajes en la prueba de entrada en el grupo de control

Tabla 2: Distribución de frecuencias de las calificaciones en la prueba de entrada en los estudiantes del grupo de control, semestre 2014-I

Calificación	Frecuencia	Porcentaje
01	1	5
02	6	32
03	1	5
04	2	11
05	4	21
06	-	-
07	5	26
08	-	-
	19	**100**

Fuente: Prueba de entrada



Fuente: Tabla 2

Figura 1: Resultados de la evaluación de entrada, grupo de control

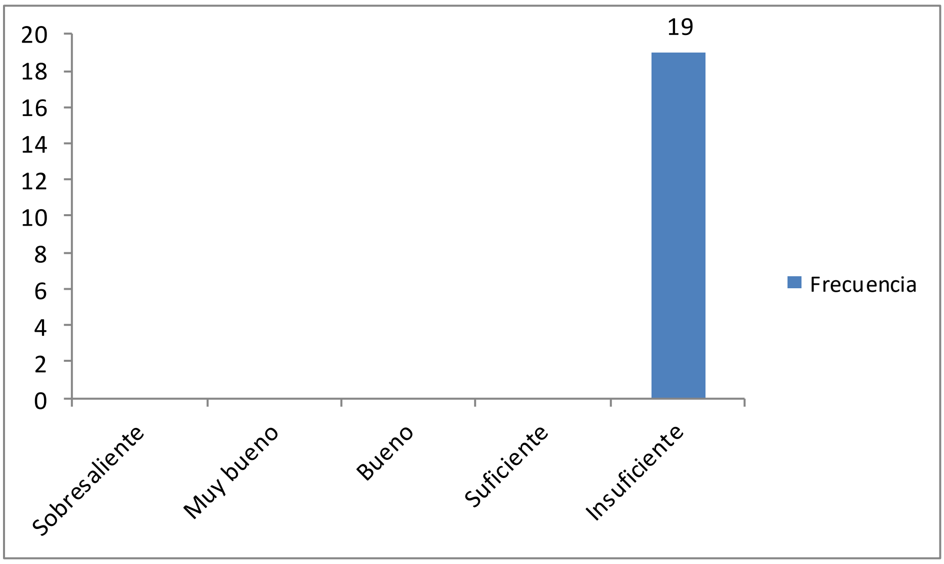
Análisis

Según la tabla 2 y figura 1, se observa que el 32% de los estudiantes evaluados en la prueba de entrada del grupo de control, han obtenido calificaciones de 02, el 26% notas de 07, 21% de 05, y 21% notas menores de 05. Se concluye que, según los porcentajes de las notas obtenidas, en la prueba de entrada, que el 100% de los estudiantes se encuentran desaprobados.

Tabla 3: Distribución de notas por niveles de logro de aprendizaje significativo en la prueba de entrada en los estudiantes del grupo de control, semestre 2014-I.

Puntajes	**Niveles**	**Frecuencia**	**Porcentaje**
19-20	Sobresaliente	0	0%
17-18	Muy bueno	0	0%
14-16	Bueno	0	0%
11-13	Suficiente	0	0%
00-10	Insuficiente	19	100%
Total		19	100%

Fuente: Prueba de entrada



Fuente: Tabla 3

Figura 2: Niveles de logro de aprendizaje en la prueba de entrada en el grupo de control

Análisis

Según los datos de la tabla 3 y figura 2, se observa que el 100% de estudiantes evaluados en la prueba de entrada, se encuentran en el nivel de aprendizaje insuficiente, con calificaciones menores de 10 puntos.

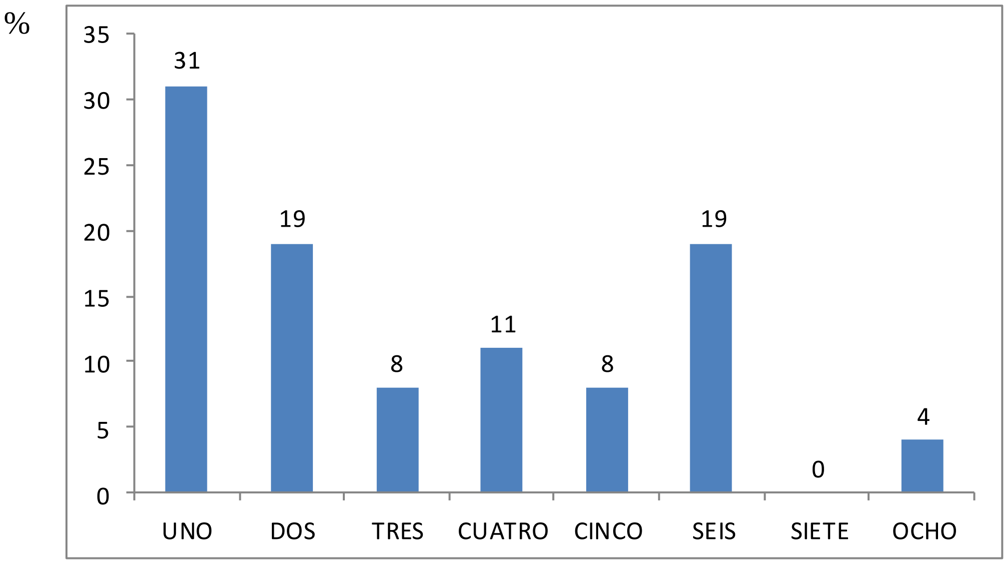
Se concluye que los estudiantes, en los procesos de enseñanza y aprendizaje de los contenidos del curso de matemática IV, en la prueba de entrada sin la aplicación de la estrategia de la resolución de problemas, se encuentran en el nivel de aprendizaje insuficiente.

4.2.1.2 Resultados de la evaluación de los aprendizajes en la prueba de entrada en el grupo experimental

Tabla 4: Distribución de frecuencias de las calificaciones en la prueba de entrada en los estudiantes del grupo experimental, semestre 2014-I

Calificación	Frecuencia	Porcentaje
01	8	31
02	5	19
03	2	8
04	3	11
05	2	8
06	5	19
07	-	-
08	1	4
	26	**100**

Fuente: Prueba de entrada



Fuente; Tabla 4

Figura 3: Resultados de la evaluación de entrada grupo experimental

Análisis

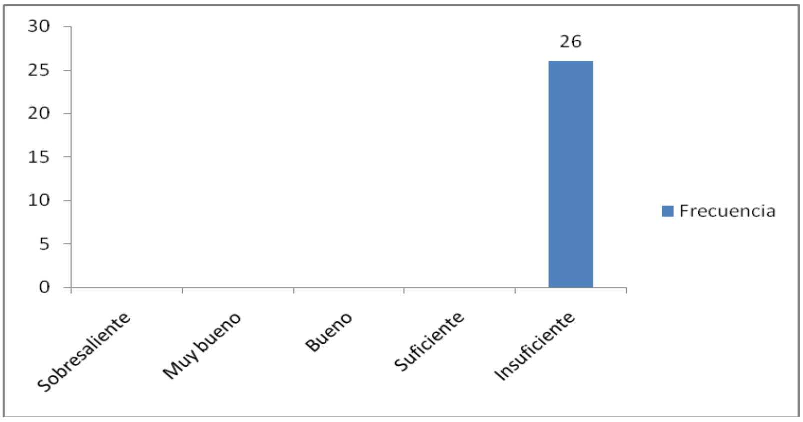
En la tabla 4 y figura 3, se observa que el mayor porcentaje de estudiantes (31%) han obtenido una nota de 01, seguida por la nota de 02 y 06 (19%). Además, se comprueba que el 100% de estudiantes obtuvieron calificaciones desaprobatorias. Se concluye que los estudiantes del IV ciclo de la Escuela Profesional de Ingeniería Civil, en la prueba de entrada en el curso de matemática IV, sin la aplicación de la estrategia de la resolución de problemas, han obtenido calificaciones desaprobatorias.

Tabla 5: Distribución de notas por niveles de logro de aprendizaje significativo en la prueba de entrada en el grupo experimental.

Puntajes	Niveles	Frecuencia	Porcentaje
19-20	Sobresaliente	0	0%
17-18	Muy bueno	0	0%
14-16	Bueno	0	0%
11-13	Suficiente	0	0%
00-10	Insuficiente	26	100%
Total		26	100%

Fuente: Prueba de entrada

%



Fuente: Tabla 5

Figura 4: Niveles de logro de aprendizaje en la prueba de entrada en el grupo experimental

Análisis

En la tabla 5 y figura 4, se observa que los 26 estudiantes (100%) se encuentran en el nivel de aprendizaje insuficiente, por haber obtenidos calificaciones menores de 10 puntos. El bajo nivel de aprendizaje logrado por los estudiantes, permiten concluir que los procesos de enseñanza y aprendizaje de los contenidos del curso de matemática IV, en la prueba de entrada sin la aplicación de la estrategia de la resolución de problemas, se encuentran en el nivel de aprendizaje insuficiente.

4.2.1.3 Medidas estadísticas descriptivas de la evaluación de la prueba de entrada en el grupo de control

Tabla 6: Resultados de las medidas estadísticas de los aprendizajes en la prueba de entrada en los estudiantes del grupo de control.

Indicadores	**Símbolos**	**Resultados**
Media aritmética	$\overline{X}$	3.63
Desviación estándar	S	0.93
Muestra	n	19

Fuente: Tabla 2

En la tabla 6 se observa que el promedio de rendimiento en la prueba de entrada, sobre conocimientos de ecuaciones diferenciales en el modelamiento y solución de situaciones problemáticas concretas de las diferentes áreas del conocimiento relacionado con su carrera profesional, fue de 3.63, que corresponde a un nivel insuficiente en la escala de logro de aprendizajes. El valor de 0.93 de desviación estándar obtenido por el grupo de control en la prueba de entrada, permiten observar que el grado de dispersión entre las calificaciones bajas y altas, es mínimo, por lo que el grupo es relativamente homogéneo, propicio para realizar la experiencia.

Se concluye que los resultados de aprendizajes logrado por los estudiantes, antes de la aplicación de la experiencia, permiten establecer que los procesos de enseñanza y aprendizaje de los contenidos del curso de matemática IV, en la prueba de entrada, se encuentran en el nivel de aprendizaje insuficiente.

4.2.1.4 Medidas estadísticos descriptivas de las calificaciones obtenidas en la prueba de entrada en los estudiantes del grupo experimental

Tabla 7: Resultados de las medidas estadísticas de las calificaciones, de logro de aprendizaje significativo en la prueba de entrada en los estudiantes del grupo experimental.

Indicadores	**Símbolos**	**Resultados**
Media aritmética	$\overline{X}$	3.23
Desviación estándar	S	1.62
Muestra	n	26

Fuente: Tabla 4

En la tabla 7, se observa que la media aritmética obtenida por los estudiantes del grupo experimental, en la prueba de entrada, sobre conocimientos de ecuaciones diferenciales en el modelamiento y solución de situaciones problemáticas concretas de las diferentes áreas del conocimiento relacionado con su carrera profesional, fue de 3.23, que corresponde a un nivel insuficiente en la escala de logro de aprendizajes. El valor de 1.62 de desviación estándar obtenido por el grupo experimental en la prueba de entrada, permiten observar que el grado de dispersión entre las calificaciones bajas y altas, es mínimo, por lo que el grupo es relativamente homogéneo, propicio para realizar la experiencia. Los resultados de aprendizajes logrado por los estudiantes del grupo experimental, antes de la aplicación de la experiencia, permiten concluir que los procesos de enseñanza y aprendizaje de los contenidos del curso de matemática IV, en la prueba de entrada, se encuentran en el nivel de aprendizaje significativo insuficiente.

4.2.1.5 Resumen comparativo de las medidas estadísticos descriptivos de las calificaciones obtenidas en la prueba de entrada en los estudiantes del grupo de control y grupo experimental

Tabla 8: Resultados de las medidas estadísticas de las calificaciones, de logro de aprendizaje significativo en la prueba de entrada en los estudiantes del grupo de control y grupo experimental.

Estadísticos	Prueba de Entrada Grupo Control	Prueba de Entrada Grupo Experimental
Media aritmética	$\overline{X}_c = 3.63$	$\overline{X}_e = 3.23$
Desviación estándar	$S_c = 0.93$	$Se = 1.62$
Tamaño de muestra	$n_c = 19$	$n_e = 26$

Fuente: Tablas 6 y 7

Análisis

Según las medidas estadísticas de la tabla 8, se observa que la media aritmética de las evaluaciones de la prueba de entrada, en el curso de matemática IV, sin la aplicación de la estrategia, es muy similar, con puntajes comprendidas en el nivel de logro insuficiente en el aprendizaje de ecuaciones diferenciales en el modelamiento y solución de situaciones problemáticas concretas de las diferentes áreas del conocimiento relacionado con su carrera profesional.

4.2.2 ANÁLISIS ESTADÍSTICO INFERENCIAL DE LOS RESULTADOS DE LA PRUEBA DE ENTRADA

4.2.2.1 Determinación del estado inicial del grupo de control y experimental antes de la aplicación de la estrategia didáctica

4.2.2.1.1.- Prueba Estadística

a. Formulación de Hipótesis Estadística

H_0 : El aprendizaje de los estudiantes del grupo de control y experimental, en la prueba de entrada, en el curso de matemática IV, alcanza un nivel de logro de suficiente.

H_1 : El aprendizaje de los estudiantes del grupo de control y experimental, en la prueba de entrada, en el curso de matemática IV, alcanza un nivel de logro de insuficiente.

b. Tipo de Prueba.

Considerando la dirección de la hipótesis alternativa, el tipo de contraste será cola a la izquierda.

c. Nivel de Significación de la Prueba.

Se asume el nivel de significación del 5%.

d.- Distribución de la Prueba.

Por el tamaño de la muestra $n < 30$, y considerando que las calificaciones se distribuyen normalmente, el tipo de prueba estadística será la "T" de student.

e.- Los grados de libertad

$$Gl = n_o + n_1 - 2$$

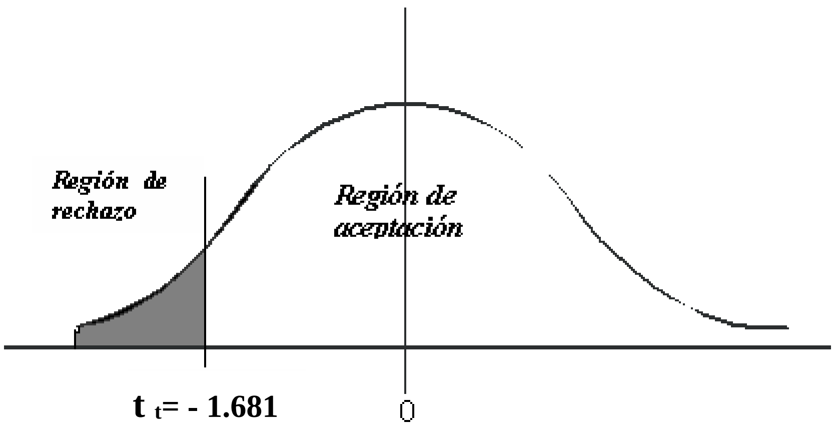
$$Gl = 19 + 26 - 2$$

$$Gl = 43$$

f.- Valor de "t" de Student en tablas

$$\alpha = 0.05 \quad ; \quad t_{(43)} = 1.681$$

g.- Esquema gráfico de la Prueba.



h.- Procedimiento de cálculo

- Fórmula de cálculo de "t" para tamaños de "n" diferentes

$$t_c = \frac{(\overline{X}_c - \overline{X}_e) - (\mu_c - \mu_e)}{\sqrt{[\frac{(n-1)(S_c)^2 + (n-1)(S_e)^2}{n_c + n_e - 2}][\frac{n_1 + n_2}{n_1 . n_2}]}}$$

- Expresión literal de la hipótesis:

$$H_0 : \mu_c - \mu_e > 10$$
$$H_1 : \mu_c - \mu_e < 10$$

- Cálculo de estadísticos:

Estadísticos	Prueba de Entrada Grupo Control	Prueba de Entrada Grupo Experimental
Media aritmética	$\overline{X}_c = 3.63$	$\overline{X}_e = 3.23$
Desviación estándar	$S_c = 0.93$	$Se = 1.62$
Tamaño de muestra	$n_c = 19$	$n_e = 26$

Fuente: Tabla 6 y 7

- Regla de decisión:

$Si \quad t_c \leq t_t \quad$: Se rechaza la H_o

$Si \quad t_c > t_t \quad$: Se acepta la H_o

- Cálculos

$$t_c = \frac{(3.63 - 3.23) - 10}{\sqrt{[\frac{(19-1)(0.93)^2 + (26-1)(1.62)^2}{19 + 26 - 2}][\frac{19 + 26}{(19)(26)}]}}$$

$$t_c = -25.39$$

i.- **Decisión**

Cómo el valor de "t_c" calculado (- 25.39) es menor al valor crítico de (t_t = -1.681), se decide rechazar la hipótesis nula (H_0) y en consecuencia se acepta la hipótesis alternativa (H_1).

j.- **Conclusión**

Se concluye con un nivel de confianza del 95%, que el nivel de aprendizaje obtenido en la evaluación de la prueba de entrada, por los estudiantes del grupo de control y experimental es insuficiente (<10 puntos), en el curso de matemática IV, en la carrera profesional de Ingeniería Civil.

4.2.3 ANÁLISIS ESTADÍSTICO DESCRIPTIVO DE LOS RESULTADOS EN EL PROCESO DE APLICACIÓN DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA DE SOLUCIÓN DE PROBLEMAS

4.2.3.1 Resultados de la primera y segunda evaluación de proceso de los estudiantes del grupo experimental

Tabla 9: Niveles de logro de aprendizajes en las pruebas de proceso en los estudiantes del grupo experimental, semestre 2014-I

Calificación	Nivel de logro	Prueba de proceso 1	%	Prueba de proceso 2	%
19-20	Sobresaliente	8	31	13	50
17-18	Muy bueno	9	35	7	27
14-16	Bueno	5	19	4	15
11-13	Suficiente	3	12	2	8
00-10	Insuficiente	1	3	-	-
		26	**100**	**26**	**100**

Fuente: Pruebas de proceso

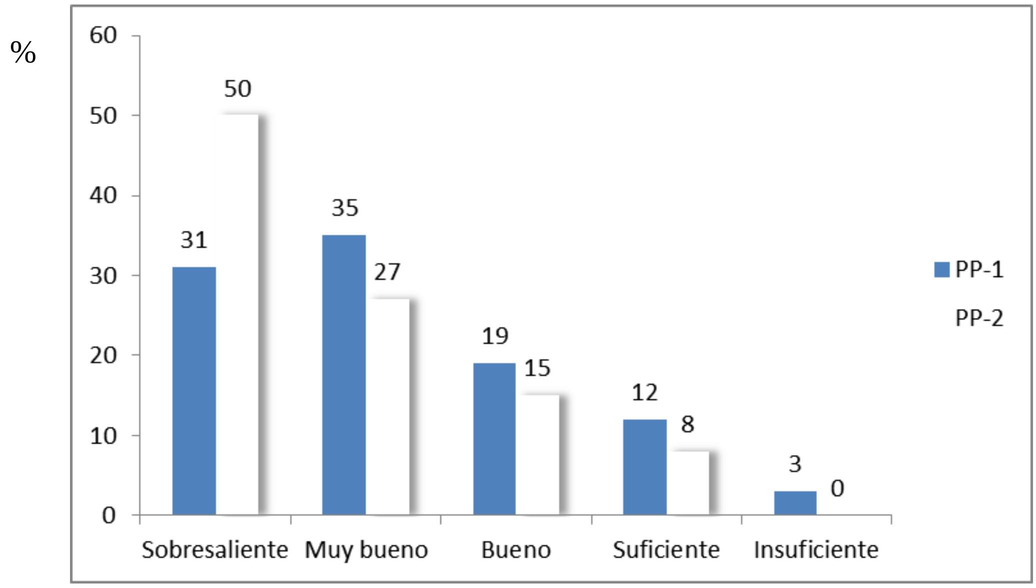


Figura 5: Niveles de logro de aprendizaje en las pruebas de proceso: PP-1 y PP-2 en el grupo experimental

Análisis

En la tabla 9 y figura 5, se observa que las calificaciones obtenidas por los estudiantes en la primera prueba de proceso, el 31% se encuentran en el nivel de logro sobresaliente, mientras que en la prueba de proceso 2, el 50% de los estudiantes alcanzaron el nivel de sobresaliente, luego se aprecia que los resultados de las evaluaciones muestran variaciones evidenciando una tendencia de menor a mayor.

Los resultados de las evaluaciones de las pruebas de proceso, con la aplicación de la estrategia de resolución de problemas, permiten identificar las primeras evidencias de progreso en el proceso de aprendizajes.

En base a los resultados observados, se concluye que la estrategia de la resolución de problemas, aplicado en el proceso de enseñanza y aprendizaje en los temas ecuaciones diferenciales en el modelamiento y solución de situaciones problemáticas concretas de las diferentes áreas del conocimiento relacionado con su carrera profesional, permiten el incremento en los aprendizajes significativos, en el curso de matemática IV.

4.2.3.2 Medidas estadísticas descriptivas de las calificaciones de las pruebas de proceso en el grupo experimental

Tabla 10: Resultados de las medidas estadísticas descriptivas de las calificaciones de las pruebas de proceso en los estudiantes del grupo experimental.

Estadísticos	**Prueba de proceso 1**	**Prueba de proceso 2**
Media aritmética	$\overline{X}_1 = 16.52$	$\overline{X}_2 = 17.69$
Desviación estándar	$S_1 = 2.23$	$S_2 = 2.29$
Tamaño de muestra	$n_1 = 26$	$n_2 = 26$

Fuente: Tabla 9

Análisis

Según las medidas estadísticas de la tabla 10, se observa que la media de la evaluación de la prueba de proceso 1, que es 16.52, es relativamente menor que la media obtenida en la evaluación de la prueba de proceso 2, que es 17.69. Estas diferencias producidas en ambas evaluaciones reflejan el progreso que viene generando la aplicación de la estrategia de resolución de problemas en el proceso de aprendizaje de los conocimientos sobre ecuaciones diferenciales en el modelamiento y solución de situaciones problemáticas concretas de las diferentes áreas del conocimiento relacionado con su carrera profesional.

En base a estos resultados, se concluye que, los aprendizajes de los estudiantes del grupo experimental, con la aplicación de la estrategia de resolución de problemas, los niveles de logro de aprendizaje de los estudiantes mejoraron significativamente, en el curso de matemática IV.

4.2.4 ANÁLISIS ESTADÌSTICO INFERENCIAL DE LOS RESULTADOS DE LAS PRUEBAS DE PROCESO

4.2.4.1 Determinación del nivel de logro de aprendizajes significativos en el proceso de aplicación de la estrategia

4.2.4.1.1 Prueba Estadística

a.- Formulación de Hipótesis Estadística

H_0 : El resultado de los aprendizajes en las pruebas de proceso, en los estudiantes del grupo experimental, en el curso de matemática IV, son similares.

H_1 : El resultado de los aprendizajes en las pruebas de proceso, en los estudiantes del grupo experimental, en el curso de matemática IV, son diferentes.

b.- Tipo de Prueba.

Considerando la dirección de la hipótesis alternativa, el tipo de contraste será bilateral.

c.- Nivel de Significación de la Prueba.

Se asume el nivel de significación del 5%.

d.- Distribución de la Prueba.

Por el tamaño de la muestra $n < 30$, y considerando que las calificaciones se distribuyen normalmente, el tipo de prueba estadística será la "T" de Student.

e.- Los grados de libertad

$$Gl = n_o + n_1 - 2$$

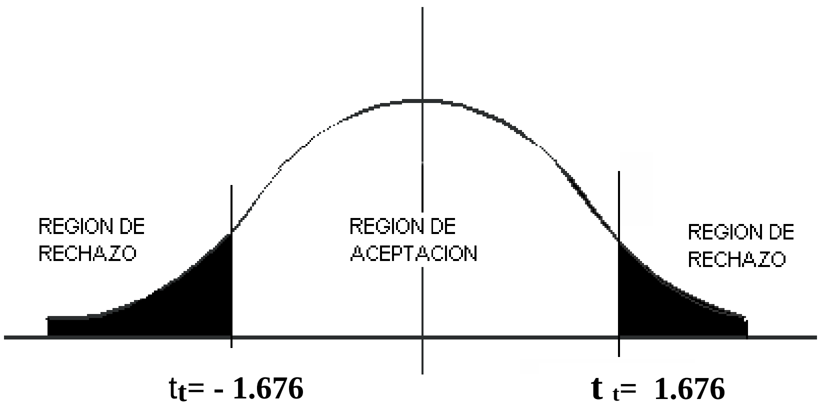
$$Gl = 26 + 26 - 2$$

$$Gl = 50$$

f.- Valor de "t" de Student en tablas

$$\alpha = 0.05 \quad ; \quad t_{50} = 1.676$$

g.- Esquema gráfico de la Prueba



h.- Procedimiento de cálculo

- Fórmula del cálculo de "t"

$$t_c = \frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{[\frac{(n-1)(S_c)^2 + (n-1)(S_e)^2}{n_1 + n_2 - 2}]}}$$

- Expresión literal de la hipótesis:

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 16$$
$$H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 16$$

- Cálculos de estadísticos:

Estadísticos	Prueba de Proceso 1	Prueba de proceso 2
Media aritmética	$\overline{X}_1 = 16.52$	$\overline{X}_2 = 17.69$
Desviación estándar	$S_1 = 2.23$	$S_2 = 2.29$
Tamaño de muestra	$n_1 = 26$	$n_2 = 26$

Fuente: Tabla 9

- Regla de decisión:

$$Si \quad -t_t < t_c \leq t_t \quad : \text{Se acepta la } H_o$$

$$Si \quad t_t < t_c \leq -t_t \quad : \text{Se rechaza la } H_o$$

- Cálculos

$$t_c = \frac{(16.52 - 17.69) - 16}{\sqrt{[\frac{(26-1)(2.23)^2 + (26-1)(2.29)^2}{26+26-2}]}}$$

$$t_c = -7.60$$

i.- Decisión

Cómo el valor de "t_c" calculado (- 7.60) es menor al valor crítico de (t_t= - 1.676), entonces el estadístico calculado cae en la región de rechazo, en consecuencia se decide rechazar la hipótesis nula (H_0) y aceptar la hipótesis alternativa (H_1).

j.- Conclusión

Se concluye con un nivel de confianza del 95%, que el nivel de aprendizaje obtenido en las pruebas de proceso es diferente, por lo tanto, los estudiantes del grupo experimental alcanzan el nivel de bueno (> 16) en el curso de matemática IV, en la carrera profesional de Ingeniería Civil.

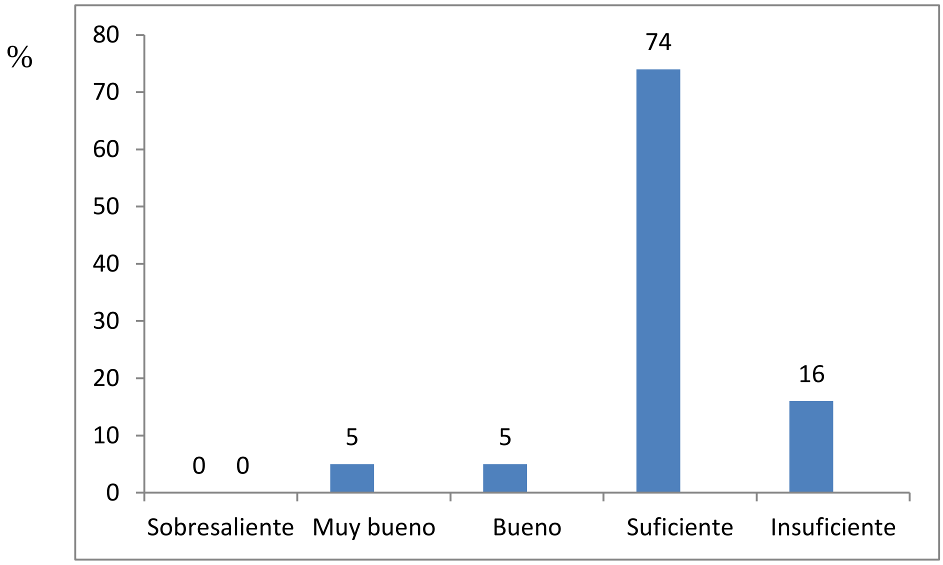
4.2.5 ANÁLISIS ESTADÌSTICO DESCRIPTIVO DESPUÉS DE LA APLICACIÓN DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN EL CURSO DE MATEMÁTICA IV

4.2.5.1 Resultados de la evaluación de los aprendizajes en la prueba de salida en el grupo de control, sin la aplicación de la experiencia.

Tabla 11: Distribución de frecuencias de las calificaciones en la prueba de salida en los estudiantes del grupo de control, semestre 2014-I

Puntajes	Niveles	Frecuencia	Porcentaje
19-20	Sobresaliente	0	0%
17-18	Muy bueno	1	5%
14-16	Bueno	1	5%
11-13	Suficiente	14	74%
00-10	Insuficiente	3	16%
Total		19	100%

Fuente: Prueba de salida



Fuente: Tabla 11

Figura 6: Niveles de logro de aprendizaje significativo en la prueba de salida en el grupo de control

Análisis

En la tabla 11 y figura 6, se observa que el 74% de los estudiantes se encuentran en el nivel de aprendizaje suficiente, por haber obtenidos calificaciones entre 11 y 13 puntos, el 16% obtuvieron calificaciones menores de 10 puntos, y el 10% calificaciones mayores de 16 puntos.

Estos resultados permiten concluir que el nivel de aprendizaje logrado por los estudiantes del grupo de control, sin la aplicación de la estrategia de resolución de problemas, en el aprendizaje de ecuaciones diferenciales en el modelamiento, se ubican en un nivel de logro de suficiente con calificaciones comprendidas entre 11 y 13 puntos, en el curso de matemática IV.

4.2.5.2 Medidas estadísticas descriptivas de las calificaciones de la prueba de salida en el grupo de control

Tabla 12: Resultados de medidas estadísticas de las calificaciones de logro de aprendizaje significativo en la prueba de salida en los estudiantes del grupo de control.

Indicadores	**Símbolos**	**Resultados**
Media aritmética	$\overline{X}$	11.34
Desviación estándar	S	3.07
Muestra	n	19

Fuente: Tabla 11

Análisis

La media aritmética que se muestran en la tabla 12, permite observar que los resultados de la evaluación de la prueba de salida, sobre conocimientos de ecuaciones diferenciales en el modelamiento y solución de situaciones problemáticas concretas de las diferentes áreas del conocimiento relacionado con su carrera profesional, fue de 11.34, que corresponde a un nivel suficiente en la escala de logro de aprendizajes. El valor de 3.07 de desviación estándar obtenido por el grupo de control en la prueba de salida, permiten comprobar que el grado de dispersión entre las calificaciones bajas y altas, es moderada, lo cual significa que existe dispersión entre las calificaciones respecto de la media.

En base a los resultados de aprendizajes logrado por los estudiantes del grupo de control, sin la aplicación de la estrategia, permiten concluir que los procesos de enseñanza y aprendizaje de los contenidos del curso de matemática IV, en la prueba de salida, se encuentran en el nivel de aprendizaje suficiente, con un promedio menor a 13 puntos.

4.2.6 ANÁLISIS ESTADÍSTICO INFERENCIAL DE LOS RESULTADOS DE LA PRUEBA DE SALIDA

4.2.6.1 Significación estadística de la prueba de salida en el grupo de control sin la aplicación de la experiencia

a) Formulación de Hipótesis Estadística

H_0 : El resultado de los aprendizajes en la prueba de salida, en los estudiantes del grupo de control, en el curso de matemática IV, no alcanza el nivel de bueno.

H_1 : El resultado de los aprendizajes en la prueba de salida, en los estudiantes del grupo de control, en el curso de matemática IV, alcanza en nivel de bueno.

b) Nivel de significación

α = 5%

c) Tipo de Prueba.

Considerando la dirección de la hipótesis alternativa, se aplicará la prueba unilateral a la derecha.

d) Estadístico de Prueba.

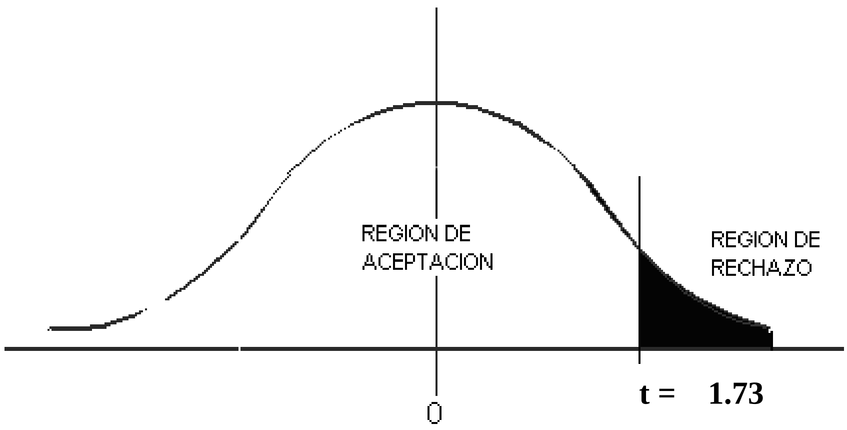
Considerando el tamaño de la muestra que es menor de 30 datos, y que además se desconoce la varianza poblacional, entonces el estadístico de prueba apropiada es la distribución "t".

e) "t " en tablas :

$\alpha = 0.05$; $t_{18} = 1.73$

$Gl = 19 - 1 = 18$

f) Región de rechazo y aceptación de la Prueba.



g) Procedimiento de cálculos

- Fórmula del cálculo de "t"

$$t_c = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

- Expresión literal de la hipótesis:

$$H_0 : \mu_c \leq 16$$

$$H_1 : \mu_c > 16$$

- Indicadores estadísticos:

Estadísticos	Prueba de Salida Grupo Control
Media aritmética	$\overline{X}_c = 11.34$
Desviación estándar	$S_c = 3.07$
Tamaño de muestra	$n_c = 19$

- Regla de decisión:

$$Si \qquad t_c \leq t_t \quad : \text{Se acepta la } H_o$$

$$Si \qquad t_c > t_t \quad : \text{Se rechaza la } H_o$$

- Cálculos

$$t_c = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

$$t_c = \frac{11.34 - 16}{\frac{3.07}{\sqrt{19}}}$$

$$t_c = -6.66$$

i).- Decisión

Como el valor de "t_c" calculado (- 6.66) es menor que "t_t" (1.73) entonces se acepta la hipótesis nula (H_0) y en consecuencia se rechaza la hipótesis alternativa (H_1).

j) Conclusión

Se concluye con un nivel de confianza del 95%, que el resultado de la evaluación de los aprendizajes de la prueba de salida, en los estudiantes del grupo de control, en el curso de matemática IV, sin la aplicación de la estrategia, es menor de 16 puntos, por lo tanto, no alcanza el nivel de Bueno.

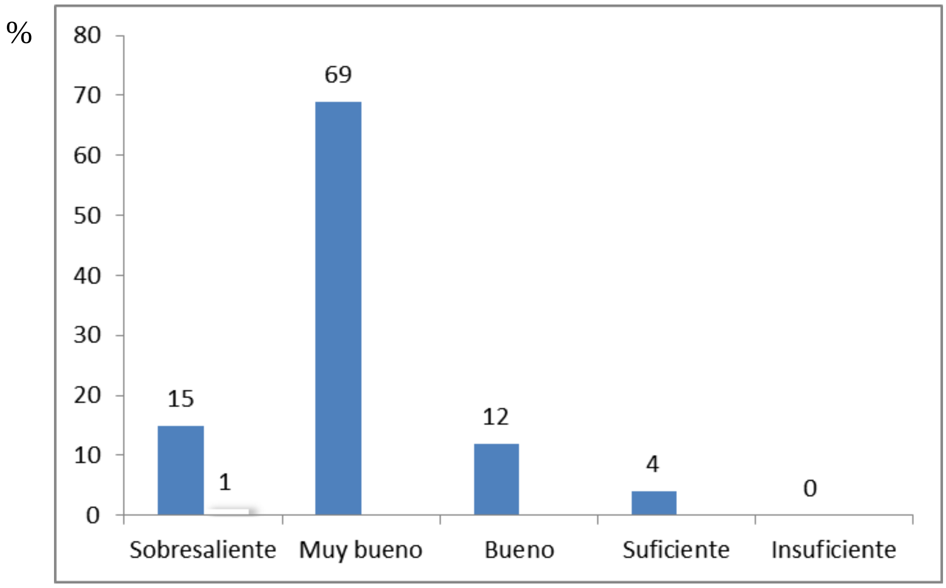
4.2.7 ANÁLISIS ESTADÌSTICO DESCRIPTIVO DESPUÉS DE LA APLICACIÓN DE LA ESTRATEGIA DIDACTICA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN EL CURSO DE MATEMÁTICA IV

4.2.7.1 Resultados de la evaluación de los aprendizajes en la prueba de salida en el grupo experimental con la aplicación de la experiencia

Tabla 13: Niveles de logro de aprendizajes significativos en la prueba de salida en los estudiantes del grupo experimental, semestre 2014-I

Puntajes	Niveles	Frecuencia	Porcentaje
19-20	Sobresaliente	4	15%
17-18	Muy bueno	18	69%
14-16	Bueno	3	12%
11-13	Suficiente	1	4%
00-10	Insuficiente	0	0%
Total		26	100%

Fuente: Prueba de salida



Fuente: Tabla 13

Figura 7: Niveles de logro de aprendizaje significativo en la prueba de salida en el grupo experimental.

Análisis

En la tabla 13 y figura 7, se observa que el 69% de los estudiantes se encuentran en el nivel de aprendizaje muy bueno, por haber obtenidos calificaciones entre 17 y 18 puntos, el 15% obtuvieron calificaciones sobresalientes, y el 16% calificaciones menores de 16 puntos.

Estos resultados permiten concluir que el nivel de aprendizaje logrado por los estudiantes del grupo de experimental, con la aplicación de la estrategia de resolución de problemas, en el aprendizaje de ecuaciones diferenciales en el modelamiento, se ubican en el nivel de muy bueno, con calificaciones comprendidas entre 17 y 18 puntos, en el curso de matemática IV.

4.2.7.2 Medidas estadísticas descriptivas de las calificaciones de la prueba de salida en el grupo experimental

Tabla 14: Resultados de las medidas estadísticas descriptivas de las calificaciones de logro de aprendizaje en la prueba de salida en los estudiantes del grupo experimental, después de la experiencia.

Indicadores	**Símbolos**	**Resultados**
Media aritmética	$\overline{X}$	17.31
Desviación estándar	S	1.54
Muestra	n	26

Fuente: Tabla 13

Análisis

La media aritmética que se muestran en la tabla 14, permite observar que los resultados de la prueba de salida, sobre conocimientos de ecuaciones diferenciales en el modelamiento y solución de situaciones problemáticas concretas de las diferentes áreas del conocimiento relacionado con su carrera profesional, fue de 17.31, que corresponde a un nivel muy bueno en la escala de logro de aprendizajes. El valor de 1.54 de desviación estándar obtenido por el grupo experimental en la prueba de salida, expresa el bajo grado de dispersión que existe entre las calificaciones de los estudiantes respecto de su media aritmética.

Los resultados de aprendizajes significativos logrado por los estudiantes del grupo experimental, después de la aplicación de la estrategia de solución de problemas en el proceso de enseñanza de la matemática, permiten concluir que los estudiantes del grupo experimental, logran elevar su nivel de aprendizaje significativo alcanzando el nivel de muy bueno, en el curso de matemática IV.

4.2.7.3 Resumen comparativo de las medidas estadísticos descriptivos de las calificaciones obtenidas en la prueba de salida en los estudiantes del grupo de control y grupo experimental

Tabla 15: Resultados de las medidas estadísticas de las calificaciones de logro de aprendizaje en la prueba de salida en los estudiantes del grupo de control y grupo experimental.

Estadísticos	Prueba de salida Grupo Control	Prueba de salida Grupo Experimental
Media aritmética	$\overline{X}_c = 11.34$	$\overline{X}_e = 17.31$
Desviación estándar	$S_c = 3.07$	$S_e = 1.54$
Tamaño de muestra	$n_c = 19$	$n_e = 26$

Fuente: Tablas 12 y 14

Análisis

Según las medidas estadísticas de la tabla 15, se observa que la media aritmética de las evaluaciones de la prueba de salida, en el curso de matemática IV, obtenido por los estudiantes del grupo experimental, con la aplicación de la estrategia, es muy superior (17.31) al promedio obtenido en la prueba de salida del grupo de control (11.34). Las diferencias se deben fundamentalmente a la incidencia de la estrategia de solución de problemas en el aprendizaje de ecuaciones diferenciales en el modelamiento y solución de situaciones problemáticas concretas de las diferentes áreas del conocimiento relacionado con la carrera profesional de los estudiantes.

4.2.8 ANÁLISIS ESTADÍSTICO INFERENCIAL DE LOS RESULTADOS DE LA PRUEBA DE SALIDA

4.2.8.1 Significación estadística de la prueba de salida

a) Formulación de Hipótesis Estadística

H_0 : El resultado de los aprendizaje con la aplicación de la estrategia, en los estudiantes del grupo experimental, en el curso de matemática IV, es menor al nivel de bueno.

H_1 : El resultado de los aprendizajes con la aplicación de la estrategia, en los estudiantes del grupo experimental, en el curso de matemática IV, es mayor al nivel de bueno.

b) Nivel de significación

$\alpha = 5\%$

c) Tipo de Prueba.

Considerando la dirección de la hipótesis alternativa, se aplicará la prueba unilateral a la derecha.

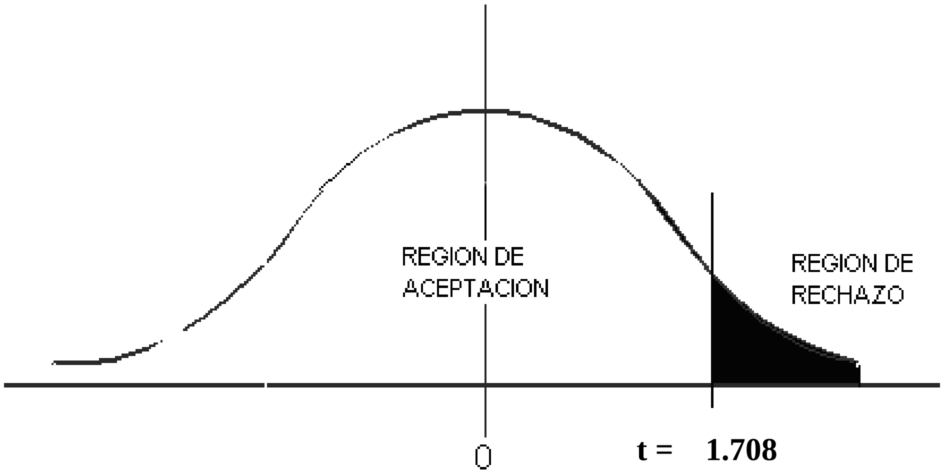
d) Estadístico de Prueba.

Considerando que el tamaño de la muestra es menor de 30 datos, y que además se desconoce la varianza poblacional, entonces el estadístico de prueba apropiada es la distribución "t".

e) "t " en tablas:

$\alpha = 0.05$; $t = 1.708$
Gl = 26- 1 = 25

f) Región de rechazo y aceptación de la Prueba.



g). Procedimiento de cálculo

- Fórmula para cálculo de "t"

$$t_c = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

- Expresión literal de la hipótesis:

$$H_0 : \mu_e \leq 16$$

$$H_1 : \mu_e > 16$$

- Cálculo de estadísticos:

Estadísticos	**Prueba de Salida Grupo Experimental**
Media aritmética	$\overline{X}_e = 17.31$
Desviación estándar	$S_e = 1.54$
Tamaño de muestra	$n_e = 26$

- Regla de decisión:

$Si \quad t_c \leq t_t$: Se acepta la H_o

$Si \quad t_c > t_t$: Se rechaza la H_o

- Cálculos

$$t_c = \frac{17.31 - 16}{\frac{1.54}{\sqrt{26}}}$$

$$t_c = 4.337$$

h).- Decisión

Como el valor de "t_c" calculado (4.337) es mayor que "t_t" (1.708), entonces se rechaza la hipótesis nula (H_0) y en consecuencia se acepta la hipótesis alternativa.

i) Conclusión

Se concluye con un nivel de confianza del 95%, que el resultado de los aprendizajes en la prueba de salida, en los estudiantes del grupo experimental, con la aplicación de la estrategia de resolución de problemas, en el curso de matemática, han alcanzado el nivel de aprendizaje significativo de muy bueno (17-18).

4.2.9 PRUEBA ESTADÌSTICA DE LOS RESULTADOS DE LA APLICACIÓN DE LA ESTRATEGIA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

4.2.9.1 Significación estadística de los resultados del grupo de control y experimental después de aplicada la estrategia

4.1.9.1.1 Prueba Estadística

a) Formulación de Hipótesis Estadística

H_0 : El aprendizaje significativo de los estudiantes del grupo de control y experimental, en la prueba de salida, en el curso de matemática IV, con la aplicación de la estrategia, son similares.

H_1 : El aprendizaje significativo de los estudiantes del grupo control y experimental, en la prueba de salida, en el curso de matemática IV, con la aplicación de la estrategia, son diferentes.

b) Tipo de Prueba.

Considerando la dirección de la hipótesis alternativa, el tipo de contraste será bilateral.

c) Nivel de Significación de la Prueba.

Se asume el nivel de significación del 5%.

d.- Distribución de la Prueba.

Por el tamaño de la muestra n< 30, y considerando que las calificaciones se distribuyen normalmente, el tipo de prueba estadística será la "t" de student.

e.- Los grados de libertad

$Gl = n_0 + n_1 - 2$

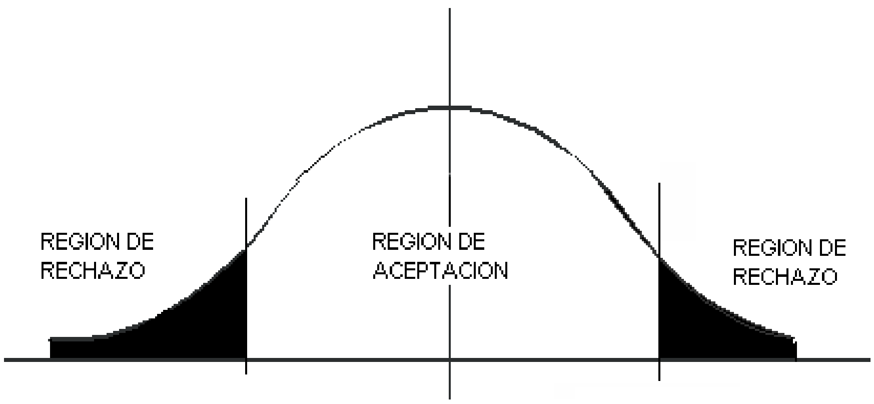
$Gl. = 19 + 26 - 2$

$Gl. = 43$

f.- Valor de "t" de Student en tablas

$\alpha = 0.05$; $t_{(43)} = 1.681$

g.- Esquema gráfico de la Prueba.



$t_t = -1.681$ $t_t = 1.681$

h.- Procedimiento de cálculo

➢ Fórmula de cálculo de "t" para tamaños de "n" diferentes

$$t_c = \frac{(\overline{X}_c - \overline{X}_e) - (\mu_c - \mu_e)}{\sqrt{[\frac{(n_c - 1)(S_c)^2 + (n_e - 1)(S_e)^2}{n_c + n_e - 2}][\frac{n_c + n_e}{n_c . n_e}]}}$$

- Expresión literal de la hipótesis:

$$H_0 : \mu_c - \mu_e < 0$$
$$H_1 : \mu_c - \mu_e > 0$$

- Medidas estadísticas:

Estadísticos	**Prueba de salida Grupo Control**	**Prueba de salida Grupo Experimental**
Media aritmética	$\overline{X}_c = 11.34$	$\overline{X}_e = 17.31$
Desviación estándar	$S_c = 3.07$	$S_e = 1.54$
Tamaño de muestra	$n_c = 19$	$n_e = 26$

Fuente: Tabla 12 y 14

- Regla de decisión:

$$Si \quad -t_t < t_c \leq t_t \quad : \text{Se acepta la } \mathrm{H_o}$$

$$Si \quad t_t < t_c \leq -t_t \quad : \text{Se rechaza la } \mathrm{H_o}$$

- Cálculos

$$t_c = \frac{(11.34 - 17.31) - 16}{\sqrt{[\frac{(19-1)(3.07)^2 + (26-1)(1.54)^2}{19 + 26 - 2}][\frac{19 + 26}{(19)(26)}]}}$$

$$t_c = -45.77$$

i.- Decisión

Cómo el valor de “tc” calculado (- 45.77) es menor al valor crítico de (t= -1.681), se decide rechazar la hipótesis nula (H_0) y en consecuencia se acepta la hipótesis alternativa (H_1).

j.- Conclusión

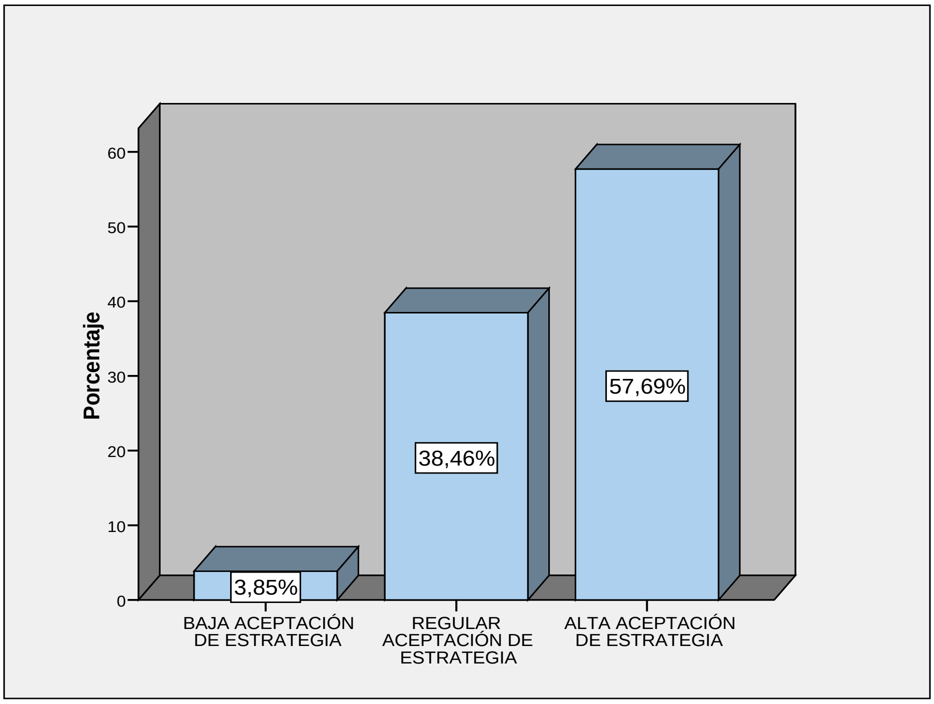
Se concluye con un nivel de confianza del 95%, que el nivel de aprendizaje significativo, obtenido en la evaluación de la prueba de salida, por los estudiantes del grupo experimental es mayor al aprendizaje significativo obtenido por los estudiantes del grupo de control, en el curso de matemática IV, en la carrera profesional de Ingeniería Civil.

4.2.10 ANALISIS ESTADISTICO DESCRIPTIVO DE LOS NIVELES DE ACEPTACIÓN DE LOS ESTUDIANTES RESPECTO A LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Tabla 16: Resultados de la encuesta sobre aceptación de los estudiantes de la estrategia didáctica de resolución de problemas del grupo experimental.

NIVELES DE ACPETACIÓN		Frecuencia	Porcentaje
Válidos	**Baja** aceptación de estrategia	1	3.8
	Regular aceptación de la estrategia	10	38.5
	Alta aceptación de la estrategia	15	57.7
	Total	26	100.0

Fuente: Encuesta, Anexo 5



Fuente: Datos de encuesta

Figura 8: Niveles de aceptación de la estrategia de resolución de problemas.

Como se puede apreciar en la tabla 16 que presenta los resultados de los niveles de aceptación de la estrategia por parte de los estudiantes del cuarto ciclo de Ingeniería Civil, en el cual se observa que el 57.7% aceptan totalmente la estrategia, el 38.5% la aceptan regularmente y el 3.8% (un estudiante), muestra una baja aceptación.

No debemos olvidar que la percepción y actitud expresado en una encuesta por parte de los estudiantes es relativa, más aún si se trata de un curso de matemática. En la aplicación de la estrategia didáctica, se pide que los estudiantes apliquen necesariamente las 5 fases propuestas y este hecho rompe sus esquemas o rutinas anteriores, puesto que significa llevar un orden lógico, es decir, una saber hacer con conciencia. Como se indicó en el apartado de selección de la muestra, el sistema de la UPT es flexible y la matrícula es por créditos, es decir, uno a más estudiantes podría estar matriculado en ciclos superiores, y en cuarto ciclo solo llevan matemática IV; estos estudiantes generalmente tienen dificultades con los horarios. En este caso, un estudiante está matriculado en la mayoría de curos del V ciclo y su asistencia es intermitente, pero asiste a todas las evaluaciones de matemática IV en el cuarto ciclo, por eso es baja su aceptación, más por desconocimiento que por conocimiento de los beneficios de la estrategia.

Como síntesis de estos resultados se puede afirmar que se ha cumplido el propósito de trabajo en lo referente a los aspectos actitudinales, es decir, haciendo uso de la estrategia didáctica de resolución de problemas, los estudiantes entran en contacto no solo con el docente, sino también con los materiales preparados y con otros compañeros, en situaciones de contextos diversos, contrastando ideas, emitiendo hipótesis, y valorando resultados.

4.3 VERIFICACIÓN DE HIPÓTESIS DE LA INVESTIGACIÓN

4.3.1 VERIFICACIÓN DE HIPÓTESIS ESPECÍFICAS

4.3.1.1 Primera Hipótesis Específica

El nivel de logro del aprendizaje significativo en los estudiantes del grupo de control y experimental, antes de la aplicación de la estrategia de resolución de problemas, se encuentran en el nivel de insuficiente, en el curso de matemática del IV ciclo, de la carrera profesional de Ingeniería Civil.

Considerando la información de las medidas estadísticas de la tabla 8, se puede comprobar que los resultados de las medidas estadísticas de las calificaciones de logro de aprendizaje significativo en la prueba de entrada en los estudiantes del grupo de control y grupo experimental, son similares y se encuentran comprendidas en el nivel de logro insuficiente, en el curso de matemática IV.

Tabla 17: Resumen de medidas estadísticas de las calificaciones, de logro de aprendizaje en la prueba de entrada en los estudiantes del grupo de control y grupo experimental.

Estadísticos	Prueba de Entrada Grupo Control	Prueba de Entrada Grupo Experimental
Media aritmética b l	$\overline{X}_c = 3.63$	$\overline{X}_c = 3.23$
Tamaño de muestra 5	$n_c = 19$	$n_e = 26$

Fuente: Tablas 6 y 7

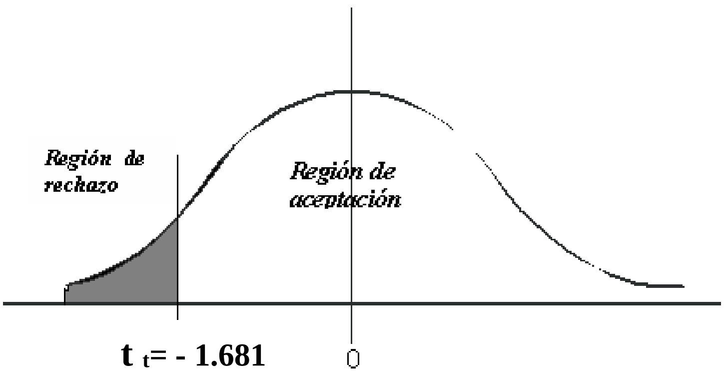
Para determinar la significación estadística a los resultados de las medidas estadísticas descriptivas, se procede con la aplicación de la prueba de hipótesis, con un nivel de significación del 5%.

Para el efecto se muestra el siguiente procedimiento simplificado, que permite comprobar la respectiva hipótesis de investigación:

a) Expresión literal de la hipótesis:

$$H_0 : \mu_c - \mu_e > 10$$
$$H_1 : \mu_c - \mu_e < 10$$

b) Esquema de prueba



c) Regla de decisión

$$Si \quad t_c \leq t_t \quad : \text{Se rechaza la } H_o$$

$$Si \quad t_c > t_t \quad : \text{Se acepta la } H_o$$

d) Valores críticos obtenidos

t_t = - 1.681

t_c = - 25.39

e) Decisión

Cómo el valor de "tc" calculado (- 25.39) es menor al valor crítico de (t_t= -1.681), se decide rechazar la hipótesis nula (H_0) y en consecuencia se acepta la hipótesis alternativa (H_1).

En base al resultado del contraste de los valores críticos, se concluye con un nivel de confianza del 95%, que el nivel de aprendizaje significativo obtenido en la evaluación de la prueba de entrada, por los estudiantes del grupo de control y experimental es insuficiente (<10 puntos), en el curso de matemática IV, en la carrera profesional de Ingeniería Civil.

Por lo descrito queda verificada la hipótesis.

4.3.1.2 Segunda Hipótesis Específica

El nivel de logro de aprendizajes significativos de los estudiantes del grupo experimental, con la aplicación de la estrategia de resolución de problemas, asciende al nivel de bueno, en el curso de matemática del IV ciclo de la carrera de Ingeniería Civil.

Considerando la información de las medidas estadísticas de la tabla 10, se puede comprobar que los resultados de la aplicación de la estrategia de resolución de problemas, han generado promedios crecientes, en las pruebas de procesos 1 y 2, lo cual evidencia el impacto de la experiencia, en los aprendizajes significativos de los estudiantes del grupo experimental, haciendo que mejoren el nivel de logro de aprendizaje significativo en el curso de matemática IV.

Tabla 18: Resumen de medidas estadísticas de las calificaciones de logro de aprendizaje significativo en las pruebas de proceso en los estudiantes del grupo experimental.

Estadísticos	**Prueba de proceso 1**	**Prueba de proceso 2**
Media aritmética	$\overline{X}_1 = 16.52$	$\overline{X}_2 = 17.69$
Tamaño de muestra	$n_1 = 26$	$n_2 = 26$

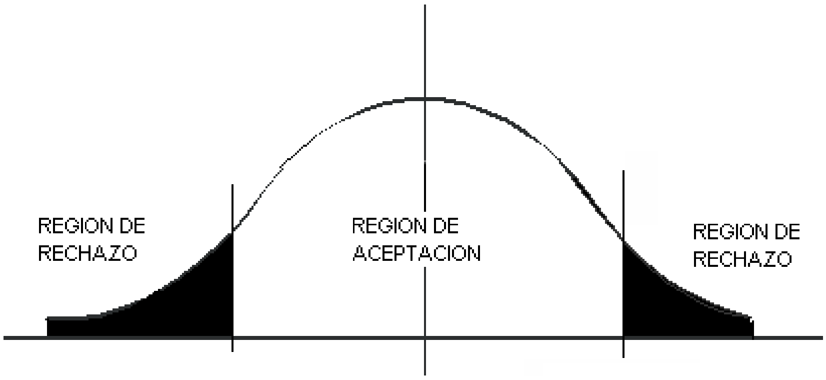
Fuente: Tabla 10

Para determinar la significación estadística a los resultados de las medidas estadísticas descriptivas comparativas, se procede con la aplicación de la prueba de hipótesis, con un nivel de significación del 5%. Para el efecto se muestra el siguiente procedimiento simplificado, que permite comprobar la respectiva hipótesis de investigación:

a) **Expresión literal de la hipótesis**:

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 < 16$$
$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 > 16$$

b) Esquema de prueba



t_t= - 1.676 **t_t= 1.676**

c) Regla de decisión

$$Si \quad -t_t < t_c \leq t_t \quad :\text{Se acepta la } H_o$$

$$Si \quad t_t < t_c \leq -t_t \quad :\text{Se rechaza la } H_o$$

d) Valores críticos para contraste

t_t = - 1.676

t_c = - 7.60

e) Decisión

Cómo el valor de "t_c" calculado (- 7.60) es menor al valor crítico de (t_t= - 1.676), se decide rechazar la hipótesis nula (H_0) y en consecuencia se acepta la hipótesis alternativa (H_1).

En base al resultado del contraste de los valores críticos, se comprueba con un nivel de confianza del 95%, que la aplicación de la estrategia de resolución de problemas, ha producido un incremento en el nivel de aprendizaje significativo en los estudiantes del grupo experimental, en ecuaciones diferenciales, obteniendo el nivel de bueno (> 16 puntos), en el curso de matemática IV, en la carrera profesional de Ingeniería Civil.

Por lo descrito queda verificada la hipótesis.

4.3.1.3 Tercera Hipótesis Específica

El nivel de logro de aprendizajes significativos en los estudiantes del grupo experimental respecto del grupo de control, después de la aplicación de la estrategia de resolución de problemas, alcanza el nivel de sobresaliente en el curso de matemática del IV ciclo de la carrera profesional de Ingeniería Civil.

Para la comprobación de la hipótesis, se considera la información de la tabla 15, que presenta los promedios de los resultados de la prueba de salida en el grupo de control y el del grupo experimental, en el cual se observa que los resultados de los aprendizajes significativos sin la aplicación de la estrategia son menores al promedio de los aprendizajes significativos obtenidos con la aplicación de la estrategia.

Con aplicación de la estrategia didáctica de resolución de problemas, se ha logrado un incremento significativo en el promedio de los estudiantes del grupo experimental, con un promedio de 17.31 puntos, lo cual evidencia la trascendencia de la experiencia, en los aprendizajes de los estudiantes del grupo experimental, haciendo que el promedio alcance el nivel de muy bueno en el logro de aprendizajes significativos en el curso de matemática IV.

Tabla 19: Resumen de medidas estadísticas de las calificaciones de logro de aprendizaje en la prueba de salida en los estudiantes del grupo de control y grupo experimental.

Estadísticos	**Prueba de salida Grupo Control**	**Prueba de salida Grupo Experimental**
Media aritmética	$\overline{X}_1 = 11.34$	$\overline{X}_2 = 17.31$
Tamaño de muestra	$n_c = 19$	$n_e = 26$

Fuente: Tablas 11 y 13

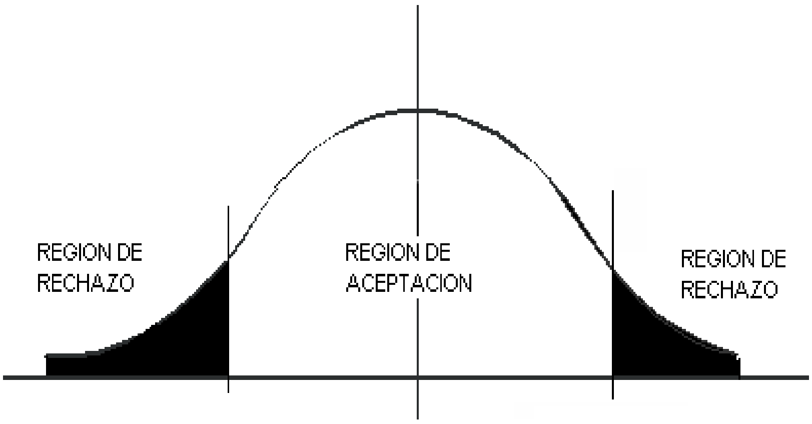
Para determinar la significación estadística a los resultados de la aplicación de la estrategia, se procede con la aplicación de la prueba de hipótesis, con un nivel de significación del 5%.

Para el efecto se muestra el siguiente procedimiento simplificado, que permite comprobar la respectiva hipótesis de investigación:

a) **Expresión literal de la hipótesis**:

$$H_0 : \mu_c - \mu_e = 16$$
$$H_1 : \mu_c - \mu_e \neq 16$$

b) **Esquema de prueba**



t_t= - 1.681 **t_t= 1.681**

c). **Regla de decisión**

$$Si \quad -t_t < t_c \leq t_t \quad : \text{Se acepta la } H_o$$

$$Si \quad t_t < t_c \leq -t_t \quad : \text{Se rechaza la } H_o$$

d) **Valores críticos obtenidos**

t_t = - 1.681

t_c = - 25.39

e) **Decisión**

Cómo el valor de "t_c" calculado (- 25.39) es menor al valor crítico de (t_t= - 1.681), se decide rechazar la hipótesis nula (H_0) y en consecuencia se acepta la hipótesis alternativa (H_1).

En base al resultado del contraste de los valores críticos, se comprueba con un nivel de confianza del 95%, que la aplicación de la estrategia de resolución de problemas, ha producido un incremento en el nivel de aprendizaje significativo en los estudiantes del grupo experimental haciéndolo diferente al ser mayor al promedio obtenido por los estudiantes del grupo de control, llegando al nivel de muy bueno (> 16 puntos), en el curso de matemática IV, en la carrera profesional de Ingeniería Civil.

Por lo descrito queda verificada la hipótesis.

4.3.1.4 Cuarta Hipótesis Específica

El nivel de aceptación que muestran los estudiantes sobre la estrategia didáctica basada en la resolución de problemas en el curso de matemática, en la carrera profesional de Ingeniería Civil, es alta.

Para la comprobación de la hipótesis, se considera la información de la tabla 16 y figura 8, que presenta los niveles de aceptación de las estrategias por parte de los estudiantes del cuarto ciclo de Ingeniería Civil, en el cual se observa que el 57.7% aceptan totalmente la estrategia, el 38.5% la aceptan regularmente y el 3.8% muestran una baja aceptación.

Por lo descrito se comprueba que existe una alta aceptación de la estrategia por parte de los estudiantes del grupo experimental, lo cual permite comprobar que la experiencia de la aplicación de la estrategia en el proceso de aprendizaje de la matemática, es una propuesta didáctica muy efectiva para mejorar los niveles de aprendizaje significativo de los estudiantes de Ingeniería Civil en el curso de matemática IV.

Por lo descrito queda verificada la hipótesis.

4.3.2 VERIFICACIÓN DE LA HIPÓTESIS GENERAL

La aplicación de la estrategia de resolución de problemas tiene alta incidencia en el nivel de aprendizaje significativo de los estudiantes en el curso de matemática del IV ciclo en la carrera profesional de Ingeniería Civil, en la Universidad Privada de Tacna, 2014-I.

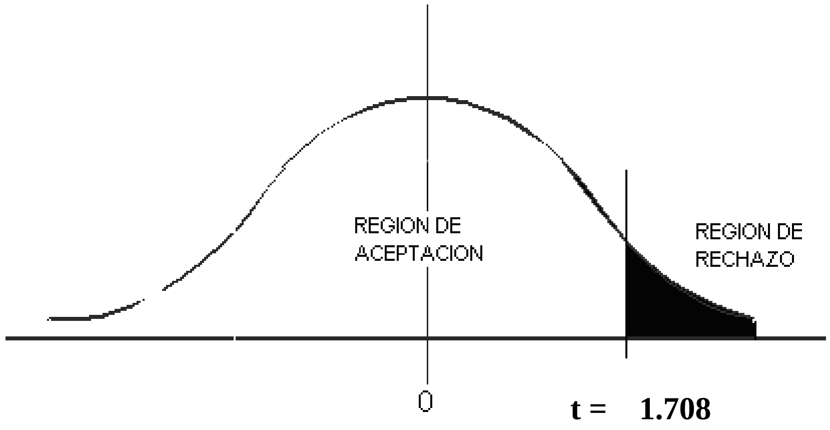
Para comprobar la hipótesis, se toma en cuenta los resultados de la tabla 13, que contiene las evaluaciones correspondientes a la prueba de salida, con la aplicación de la estrategia, en los estudiantes del grupo experimental, para lo cual se aplicó la prueba de hipótesis, con un nivel de significación del 5%.

Para el efecto se muestra el siguiente procedimiento simplificado, que permite comprobar la respectiva hipótesis de investigación:

a) **Expresión literal de la hipótesis**:

$$H_0 : \mu_e \leq 16$$
$$H_1 : \mu_e > 16$$

b) **Esquema de prueba**



c). **Regla de decisión**:

$$Si \quad t_c \leq t_t \quad : \text{Se acepta la } \mathrm{H_o}$$

$$Si \quad t_c > t_t \quad : \text{Se rechaza la } \mathrm{H_o}$$

d) Valores críticos para contraste

t_t = 1.708

t_c = 4.337

e).- Decisión

Como el valor de "t_c" calculado (4.337) es mayor que "t_t" (1.708), entonces se rechaza la hipótesis nula (H_0) y en consecuencia se acepta la hipótesis alternativa.

Se concluye con un nivel de confianza del 95%, que la estrategia de resolución de problemas, tiene alta incidencia en el resultado de los aprendizajes significativo en la prueba de salida, en los estudiantes de grupo experimental, en el curso de matemática IV, haciendo que alcancen el nivel de muy bueno (17-18).

Por lo descrito queda verificada la hipótesis.

CAPITULO V

ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

En este apartado se analizará los resultados de manera global, ya que en el apartado 4.2 se hace una presentación de los resultados, realizando un análisis estadístico descriptivo y análisis estadístico inferencial; y en el apartado 4.3 se muestra la verificación de las hipótesis de investigación.

En nuestro estudio, a partir de los resultados obtenidos, aceptamos la hipótesis general que establece que, "la aplicación de la estrategia didáctica de resolución de problemas tiene alta incidencia en el nivel de aprendizaje significativo de los estudiantes en el curso de matemática del IV ciclo en la carrera profesional de Ingeniería Civil, en la Universidad Privada de Tacna, 2014-I."

Estos resultados guardan relación con los obtenidos por Varela P. (1992), Toboso J. (2004), Mendoza M. (2014), quienes de manera general expresan que después de la aplicación de una estrategia como la de resolución de problemas, el aprendizaje significativo en cursos de ciencias o la matemática, es muy evidente, cada una con su particular forma de aplicación y sus resultados guardan relación y son acordes con los resultados de este estudio.

Sin embargo, es importante destacar que Paloma Varela (1992), también controla el cambio conceptual que los estudiantes adquieren, así como las diferencias individuales y que en nuestro estudio no se tomó en cuenta, pero en el proceso de aprender a aprender con la estrategia de resolución de problemas, en nuestro caso, se evidencia el cambio conceptual, el anclaje de conocimientos previos con los nuevos conocimientos de Matemática IV, por lo que el tratamiento de ello sería materia de un estudio específico aplicado a nuestra realidad.

De acuerdo a los resultados de este estudio, la estrategia didáctica de resolución de problemas en la enseñanza de matemática a nivel superior puede ser extensivo a cualquier curso de matemática en la carrera o en la Universidad, más aún, cuando es necesario que el docente "debe hacer transitar a los estudiantes por algunas de las fases del proceso de investigación científica" (Ortiz O. 2006), como lo hace la estrategia que hemos empleado. La necesidad de investigación en la mayoría de nuestros estudiantes es aún insipiente; el ejemplo debemos dar los profesores.

Al finalizar el curso de Matemática IV, en nuestro caso, los estudiantes deben presentar como producto final problemas contextualizados a su carrera y además deben exponer todos los estudiantes (Anexo 11). La solución de los problemas debe contener las cinco fases de resolución de problemas: Análisis del problema, emisión de hipótesis, estrategias de resolución, resolución del problema, presentación de solución y análisis de resultados, evaluado con una rúbrica. Lo que significa cada fase, se explica en la guía de resolución de problemas entregado a los estudiantes en forma física y en su aula virtual (Anexos 08, 09).

La aplicación de las fases de resolución es importante implantar en el estudiante, puesto que no tienen costumbre de planificar y seguir ciertas reglas o procedimientos secuenciales u ordenados que, en nuestro caso deben mostrar esta competencia en las exposiciones, y en consecuencia se fija en el estudiante la importancia de la matemática en su carrera, además que manifiesta un mejor aprendizaje, como también lo expresa en sus investigaciones Stemberg y Grigorenko (1992) y Serrano (1994) citados en Toboso J. (2004).

Como se muestra en los resultados estadísticos, la aplicación de la estrategia resolución de problemas, tiene alta incidencia en el logro de aprendizajes significativos de la matemática durante (81% en promedio como sobresaliente) y después de la aplicación (84% en promedio entre suficiente y muy bueno). Algunos contenidos de los cursos de matemática, por su naturaleza son bastante abstractos y los estudiantes no le encuentran sentido; entonces es aquí donde nosotros los profesores debemos poner nuestro máximo esfuerzo en aplicar una variedad de estrategias, dependiendo del grupo que tenemos, para mostrar la importancia de estudiar y practicar matemática no solo para aprobar, sino para aprender significativamente. Sabido es que las preguntas de un examen o práctica calificada es "resolver", cuando con un poco de esfuerzo, podemos elaborar las preguntas problematizando un ejercicio, que el estudiante no olvide el marco teórico clave en cada curso, o formulando problemas abiertos o cerrados que obliguen al estudiante averiguar o investigar los contenidos que le faltan aprender o recordar de cursos de matemática anteriores u otras disciplinas.

En el escenario de la evaluación en la aplicación de la estrategia didáctica, podemos afirmar que el enfoque de la evaluación auténtica tiene una concepción constructiva del aprendizaje, se sustenta en la base teórica del aprendizaje significativo de Ausubel, en la perspectiva cognoscitiva de Novak y en la práctica reflexiva de Schon, como se expresó antes (evaluación del aprendizaje). Se evalúa las competencias y desempeños de los estudiantes durante el proceso de aprendizaje, a través de las diversas situaciones de aprendizaje del mundo real y problemas significativos de naturaleza compleja. Este enfoque fomenta la auto evaluación y la co-evaluación con la finalidad de que sean los estudiantes quienes valoren sus logros en las diferentes áreas. El docente también evalúa, pero con fines de retroalimentación, es decir con la finalidad de orientar a los estudiantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje, utilizando múltiples procedimientos y técnicas de evaluación.

Nuestro estudio demuestra que el aprendizaje significativo en el área de matemáticas, requiere de procesos didácticos focalizados en el desarrollo de las competencias y en la demostración de desempeños de los estudiantes. El aprendizaje tiene que ser auténtico y permitir que el estudiante pueda aplicar los conocimientos en la solución de un problema del contexto real.

El enfoque de calificaciones de Díaz (1982:20) afirma que las notas deben estar ubicadas en niveles de logro de aprendizaje y escalas establecidas, que permitan la interpretación del aprendizaje alcanzado. Al respecto Biggs (2008:180) considera que existen dos modalidades básicas para la asignación de calificaciones: El modelo de medida y el modelo de los niveles. El primero está diseñado para acceder a las características estables de los individuos, con el fin de compararlos entre sí o con normas de la población general. Se ocupa de hacer juicios sobre las personas. Esta evaluación está referida a la norma. El segundo está diseñado para evaluar los cambios de rendimiento a consecuencia del aprendizaje, con el fin de comprobar si se ha aprendido algo y hasta qué punto se ha aprendido bien. Se ocupa de hacer juicios sobre la actuación. Esta evaluación está referida a criterios de desempeño.

El presente estudio, permite demostrar que el aprendizaje significativo en el área de matemáticas, es un proceso que requiere estrategias de calificación que categorice a los estudiantes por niveles de rendimiento y desempeño. Evaluar sobre aprendizajes superficiales respecto de una evaluación de aprendizajes profundos, requiere de metodologías de enseñanza que asegure el desarrollo de las competencias y la mejora de los desempeños de los estudiantes. El aprendizaje para ser auténtico tiene que ser significativo y desarrollarse en escenarios reales y brindar soluciones de un problema del contexto real.

También Ausubel establece una distinción entre aprendizaje significativo y mecánico, es más, ambos tipos de aprendizaje pueden ocurrir concomitantemente en la misma tarea de aprendizaje (Ausubel; 1983); por ejemplo, la simple memorización de fórmulas se ubicaría en uno de los extremos de ese continuo (aprendizaje mecánico) y el aprendizaje de relaciones entre conceptos podría ubicarse en el otro extremo (Aprendizaje Significativo).

La presente investigación, permite demostrar que el aprendizaje significativo es un aprendizaje profundo, que requiere de procesos didácticos complejos de razonamiento analítico e inferencial, de tal forma que las estrategias de enseñanza y evaluación permiten construir escalas de medición y de calificación del rendimiento y desempeño. Finalmente, el aprendizaje significativo en el área de matemática es factor de fuerte incidencia en el proceso de desarrollo de competencias y de mejora de desempeños en contextos reales.

Los resultados de las investigaciones, así como ésta investigación, reflejan que las Instituciones Universitarias son instancias de mucho valor para la sociedad del conocimiento, pero que la carencia de una cultura científica la debilita y no logra maximizar el nivel de conocimientos que se producen en las aulas, la investigación y la gerencia del conocimiento se encuentran desalineadas, una adecuada articulación desde la Vice Rectoría de Investigación y las unidades de investigación de cada facultad, se puede lograr convertir a los docentes en una fuente de generación de valor y del crecimiento del aprendizaje institucional.

Finalmente, en esta discusión manifestamos que, de las diversas lecturas de investigaciones revisadas sobre esta temática concluimos que la mayoría de docentes realizan solamente indagaciones para poder cumplir con su responsabilidad de enseñar, solo se quedan en el nivel de acopio de información que se sistematiza para efectos de enseñar y lograr que los estudiantes aprendan. El bajo nivel de investigación científica y de publicación de los resultados de las investigaciones de los docentes, es consecuencia de una clara política de priorizar la calidad de los aprendizajes y no la de mejorar la calidad de los conocimientos a través de la investigación. En nuestro país, la nueva Ley Universitaria a través de la Superintendencia Nacional de Educación Superior Universitaria SUNEDU, tiene como uno de sus objetivos revertir esta situación y privilegiar en el proceso docente educativo la investigación desde el aula y permitir a los docentes incursionar en el mundo de la ciencia, y tomar la decisión política de impulsar la creación y aplicación del conocimiento para mejorar la calidad de vida de nuestra nación.

CONCLUSIONES

Primera

En la enseñanza de matemática IV, en la carrera profesional de Ingeniería Civil, sin la aplicación de la estrategia didáctica de resolución de problemas, los estudiantes se inician con un nivel de aprendizaje significativo insuficiente con notas menores a 10 puntos (100%) tanto en el grupo de control, como grupo experimental.

Segunda

Durante la ejecución de la estrategia didáctica, se aplicaron dos pruebas de proceso, en la primera se alcanzó niveles de logro de muy bueno y sobresaliente en un 35% y 31% respectivamente, con nota promedio de 16.52; en la segunda prueba de proceso se alcanzó niveles de logro de muy bueno y sobresaliente en un 27% y 50% respectivamente, con nota promedio de 17.69, es decir, más del 70% de estudiantes muestran un incremento notable en los aprendizajes significativos en el curso de matemática IV con la estrategia de resolución de problemas.

Tercera

La misma prueba de salida se aplica al grupo de control y grupo experimental, cuyo resultado comparativo se muestra en la tabla 15, de donde se evidencia que, el grupo control alcanza un nivel de logro de aprendizaje significativo con promedio de nota de 11.34 (suficiente), con una desviación estándar de 3.07; mientras que el grupo experimental alcanza un nivel de logro de aprendizaje significativo con un promedio de 17.31 (muy bueno) y una desviación estándar de 1.54 que significa la poca dispersión de notas entre los niveles de logro de suficiente y sobresaliente.

Con la diferencia entre ambos grupos, se muestra la alta incidencia de la estrategia didáctica de resolución de problemas en el aprendizaje significativo de ecuaciones diferenciales en los estudiantes del curso de matemática IV; es decir, mejora los niveles de logro cuando los estudiantes desarrollan sus competencias a través de la elaboración, presentación y demostración de modelos matemáticos propuestos dentro de un contexto de Ingeniería Civil.

Cuarta

La estrategia didáctica de resolución de problemas, con un nivel de confianza del 95% se constituye en un procedimiento didáctico indispensable para el mejoramiento de la calidad de los aprendizajes significativos de la matemática IV, en ingeniería civil.

En promedio el 96% de los estudiantes están de acuerdo con la aplicación de la estrategia didáctica de resolución de problemas. Es decir, la mayoría de los estudiantes han entendido que la solución de problemas es a menudo la única manera factible de probar si en realidad comprendieron significativamente Ecuaciones Diferenciales y que, además son capaces de expresar verbalmente lo aprendido.

Quinta

Se concluye también, con un nivel de confianza del 95%, que la estrategia didáctica de resolución de problemas, tiene alta incidencia en el resultado de los aprendizajes significativos, ello se evidencia en los resultados de la prueba de salida, en los estudiantes de grupo experimental, en el curso de matemática IV, haciendo que alcancen el nivel de muy bueno (17-18); es decir, esta estrategia didáctica aplicada correctamente, permite mejorar el nivel de logro de los aprendizajes significativos de matemática en carreras de Ingeniería.

RECOMENDACIONES

a) En la Escuela Profesional de Ingeniería Civil, se debe implementar políticas de desarrollo académico, que le permita al docente poner en práctica las diferentes estrategias y se pueda lograr el aprendizaje significativo y mejorar sus niveles de desempeño en beneficio de los estudiantes en todo el proceso de enseñanza aprendizaje.

b) Los docentes que tienen la delicada labor de la enseñanza de la matemática, en la carrera de Ingeniería Civil, deben de aplicar la estrategia didáctica de resolución de problemas como una forma de asegurar el aprendizaje significativo y las competencias básicas en el área de matemática.

   Además, el papel de la estrategia didáctica de resolución de problemas para el aprendizaje significativo, tiene como meta desafiante en el proceso de aprendizaje de la matemática, que el estudiante sea capaz de actuar en forma autónoma y autorregulada.

c) Los docentes deben poseer la capacidad de diseñar y aplicar diversas estrategias, sobre la base del dominio de conocimiento teórico y práctico de la matemática, que le permita la implementación de instrumentos y técnicas para evaluar los aprendizajes de los estudiantes.

d) Los docentes deben de conocer y aplicar en forma correcta, los procesos didácticos, en la que deben de activar y generar conocimientos previos mediante la motivación y la presentación de objetivos y el uso de diferentes tipos de estrategias de enseñanza para asegurar el aprendizaje significativo.

e) La Universidad debe promover cursos o talleres de formación pedagógica para todos los docentes, de manera que sea posible implementar el modelo educativo UPT que promueve la calidad educativa a partir del docente.

f) Queda pendiente investigar en la UPT, la aplicación de la estrategia didáctica de resolución de problemas tomando en cuenta también las diferencias individuales de los estudiantes.

BIBLIOGRAFÍA

ALVAREZ Y., RUIZ M. (2010). Actitudes hacia las matemáticas en estudiantes de ingeniería en universidades autónomas venezolanas. Revista de pedagogía Vol. 31, Nº 89: Universidad Central de Venezuela.

ALONSO TAPIA, J. (Coord.) (1987). ¿Enseñar a pensar? Perspectivas para la educación compensatoria. Madrid: CIDE

ALONSO TAPIA, J. (Dir.) (1997 e) Evaluación del conocimiento y su adquisición. Vol. 3: Matemática y comprensión lectora. Madrid: CIDE .

AUSUBEL, NOVAK, HANESIAN (1983). Psicología educativa: Un punto de vista cognoscitivo. México: Ed. Trillas.

AUSUBEL, D. (2002). Adquisición y retención del conocimiento. España: Ediciones Paidós Ibérica S.A

BALLESTER, A. (2002). El aprendizaje significativo en la práctica. Cómo hacer el aprendizaje significativo en el aula. España. Recuperado de: htt//www.aprendizajesignifictivo.es/mats.

BARRIGA, C. (1997) Teorías contemporáneas de la Educación. Universidad mayor de San Marcos. UNMSM. Perú: Tarea gráfica.

BERTOGLIA L. (1996) Psicología del Aprendizaje. Chile: Universidad de Antofagasta.

BIGGS, J. (2006). Calidad del aprendizaje universitario. Madrid: Narcea S.A. de Ediciones.

BIXIO C. (2001). Enseñar a aprender. Rosario. Santa Fe: Homo Sapiens Ediciones.

BOWER, H. (1997). Teorías del aprendizaje. Segunda edición. México: Editorial Trillas.

BROWN, R. y BURTON, R. (1978). Diagnostic models for procedural in basic mathematical skills. Cognitive Science, 4, 379-426.

CABALLERO ROMERO, A. (2008). Innovaciones en las guías metodológicas para los planes de tesis de maestría y doctorado. 1era Edición. Lima Perú: Instituto Metodológico ALEN CARO.

CALDERON A. (1996). Investigación y didáctica de las matemáticas. Madrid: Narcea.

CARRASCO, J. (2007) Estrategias de aprendizaje. Para aprender más y mejor. España Ediciones. RIALP, S.A Zed.

CASTEJON COSTA, J. L. y PASCUAL, J. (1988). Procesos cognitivos en la adquisición de conocimientos. Revista de psicología, Universitas Tarraconenesis, 10, 2, 43-53

CASTILLO JONATHAN. (2006). Texto de Estrategias de aprendizaje, Separatas, curso de psicopedagogía en Educación Superior en Medicina Familiar, Hospital Italiano Buenos Aires.

CASTILLO, CLAURE. (2006). Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Recuperado de: <http://www.revistasbolivianas.org.bo/pdf/chc/v51n1/v51n1a15.pdf>

CHAMOSO J. (1995). Hacia unas nuevas matemáticas. Universidad de Salamanca.

CHI, M.T.H. y GLASER, R. (1985). Capacidad de resolución de problemas. En Sternberg, R.J. (Ed.), Las capacidades humanas: un enfoque desde el procesamiento de la información. Barcelona: Editorial Labor.

D'AMORE B. , DIAZ J. , FANDIÑO M. (2008). Competencias y matemática. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.

D'AMORE B. (2008). Epistemología, didáctica de la matemática y práctica de la enseñanza. Recuperado de: http://www.dm.unibo.it/rsddm/it/articoli/damore/655%20Epistemologia%20didactica%20y%20practicas.pdf

DAVIS P. & HERSH R. (1998). Experiencias matemáticas. Madrid: Labor.

DELARROSA, D.; KINTSCH, W.; REUSSE, K. y WEIMER, R. (1988). The role of understanding in solving word problems. Cognitive Psychology, 20, 405-438

DE ZUBIRÍA, J. (2008). De la Escuela nueva al constructivismo. Segunda Edición. Colombia: Cooperativa Editorial.

DIAZ BARRIGA F., HERNADEZ G. (2002). Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. 2da. Ed. México: Mc Graw Hill.

DIAZ BARRIGA F., HERNADEZ G. (2010). Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista. 3era. Ed. México: Mc Graw Hill.

DÍAZ, E. (1988). Aprender a estudiar. Madrid: ICCE.

DUGUA, C.; CABAÑAS, M.; OLIVARES, S. (2016). La evaluación del aprendizaje en el nivel superior desde el enfoque por competencias. México: Editorial Trillas.

ERNST, G.W. y NEWELL, A. (1969). A case study in generality and problem solving. New York: Academic Press.

ESCUEDERO J. (1999). Resolución de problemas matemáticos. Recuperado de: http://platea.pntic.mec.es/jescuder/BLOG-1/Resolucion%20de%20problemas%20matematicos.pdf

GARRIDO GIL, C.F. (1991). La heurística y la solución de problemas. Tesis doctoral. Universidad de Murcia.

GIL, D. Y MARTINEZ, J. (1982) Un modelo de resolución de problemas acorde con la metodología científica. Recuperado de: https://www.researchgate.net/project/Resolucion-de-problemas-de-lapiz-y-papel-como-investigacion

GIL, D. (1983). A model for problem-solving in accordance with scientific methodology. European Journal of Science Education October 1983. Recuperado de:

https://www.researchgate.net/publication/233215448_A_model_for_problem-solving_in_accordance_with_scientific_methodology

FERNÁNDEZ BALLESTEROS, R. (1990). Evaluación del Potencial de aprendizaje. Madrid: MEPSA.

FERNÁNDEZ, A. (2010). La evaluación de los aprendizajes en la Universidad: Nuevos enfoques. Universidad Politécnica de Valencia. Recuperado de: https://web.ua.es/es/ice/documentos/recursos/materiales/ev-aprendizajes.pdf

FLORES J. y GAITA R. (2015). Educación matemática en el Perú: avances y perspectivas. Colección Paideia siglo XXI. México D.F: Instituto Politécnico nacional. Recuperado de: http://www.innovacion.ipn.mx/ColeccionLibros/Documents/matematicas/peru.pdf

FONSECA, J. y ALFARO, C. (2010). Resolución de problemas como estrategia metodológica en la formación de docentes de matemática: Una propuesta. Universidad Nacional de Costa Rica.

GIMENO, J. PEREZ GOMEZ, A. (1985). La enseñanza: su teoría y su práctica. Madrid: Akal Ediciones.

GUILLEN, O. y SANCHEZ, J. (2010). Guía de SPSS para el desarrollo de trabajos de investigación. Lima. Ando Educando.

GUZMÁN M. (1991). Para pensar mejor. Barcelona: Labor

HAYES, J.R. (1980). Teaching problem solving mechanisms. En Tuma, D.T. y Reif, F. (Comps.), Problem solving and education: Issues in teaching. Hillsdale, New Jersy: L. Erlbaum.

HERNÁNDEZ, R. (2010). Metodología de la investigación. Quinta edición. México: Mc GRAW HILL.

HASHIMOTO, E. (2010). Como elaborar proyectos de investigación, desde los tres paradigmas de la ciencia. 1era Edición. Cajamarca, Perú.

INEI, (2006). Glosario básico de términos estadísticos. Lima

KATONA, G. (1942). Organizing and memorizing: A reply to Dr. Melton. Americam Journal of Psychology, 55, 273-275.

KENDLER, H.H. y KENDLER, T.S. (1962). Vertical and horizontal processes in problem solving. Psychological Review, 69, 1-16.

KOTOVSK, K. y SIMON, H.A. (1990). What makes some problems really hard: explorations in the problem space of difficulty. Cognitive psychology, 22, 143-183.

LESTER, F. K. (1983). Trends and issues in mathematical problem solving research. En Lesh, R. y Landau, M. (Eds.), Acquisition of mathematical concepts and processes. New York: Academic Press.

LINDSAY, P. H. y NORMAN, D. A. (1972). Procesamiento de la información humana: Introducción a la psicología. Madrid: Tecnos Editorial.

MARTÍNEZ X. , CAMARENA P. (Coordinadores). (2015). La educación matemática en el siglo XXI. Colección Paideia siglo XXI. México D.F: Instituto Politécnico nacional. Recuperado de: http://www.innovacion.ipn.mx/ColeccionLibros/Documents/matematicas/peru.pdf

MAYER, R.E. (1986). Pensamiento, resolución de problemas y cognición. Barcelona: Paidos.

MAYER, R.E. (1985). Capacidad matemática. En Sternberg, R.J. (Ed.), Las capacidades humanas: un enfoque desde el procesamiento de la información. Barcelona: Labor

MAYER, R.E.; LARKIN, J.H. Y KADANE, J.B. (1984). A cognitive analysis of mathematical problem-solving ability. En Sternberg, R.J. (Ed.), Advances in the psychology of human intelligence. Vol. 2. Hillsdale, New Jersy: Lawrence Erlbaum

MENDOZA GÓMEZ, M. (2014) Aplicación de la estrategia METAMAT y el logro de aprendizaje significativo de la matemática en alumnos de ingeniería de la UNJBG Tacna en el año 2013. Tesis doctoral.

MORENO BAYARDO, M. (1997). Introducción a la investigación educativa. México: Editorial Progreso

MORENO y SASTRE. (1980). Aprendizaje y construcción de conocimientos. Barcelona: Gedisa

MOREIRA, M. A. (2010). ¿Al final, qué es aprendizaje significativo? Instituto de Física UFRGS. Recuperado de: https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3943478

NEWELL, A. y SIMON, HA. (1972). Human problem solving. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall

NIETO S. J. (2004) Resolución de Problemas Matemáticos. Talleres de Formación Matemática. Maracaibo. (26 al 31 de Julio).

OCDE (2004). Informe PISA 2003. Aprender para el mundo del mañana. España: Santillana.

PACHECO, J. (1991). Razonamiento matemático: estrategias, algoritmos y categorías. Tesis de licenciatura, Director: Dr. Sánchez Cánovas. Universidad de Valencia.

PALACIOS, C. Y VARELA P. (1993). La enseñanza de las ciencias en España, resultados del estudio realizado por el IAEP (International Assessment of Educational Progress). IV Congreso Internacional sobre investigación en la didáctica de las Ciencias y de la Matemática. Barcelona.

PALACIOS C. Y ZAMBRANO, E. (1993) Aprender y enseñar ciencias: una relación a tener en cuenta. En proyecto Principal de Educación en América Latina y el Caribe. Boletín 31 UNESCO/OERALC. Santiago de Chile.

PIAGET, J. (1972). Psicología de la inteligencia. Buenos Aires: Psique.

PIAGET, J. (1977). Recherches sur l´abstration reflechissante. París: Presses Universitaires de France. En castellano, Investigaciones sobre la abstracción reflexionante. Buenos Aires: Huemul, 1979.

PISCOYA, L. H. (2005). Cuánto saben nuestros maestros. Una entrada a los diez problemas cardinales de la educación peruana. Lima: Fondo Editorial de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

POLYA, G. (1957). How to solve it. Garden City, New York: Doubleday Anchor. En castellano, Cómo plantear y resolver problemas. México: Trillas, 1987.

POZO, J. (2006). Aprender y enseñar ciencia. España. Quinta edición: Ediciones Morata. S.L.

SÁNCHEZ CANOVAS, J. (1986). El nuevo paradigma de la inteligencia humana. Valencia: Editorial Tirant lo Blanc.

SÁNCHEZ CANOVAS, J. (1987). La inteligencia humana: Investigación y diagnóstico. Valencia: Promolibro.

SCHENEIDER, W. & SHIFFRIN, R. (1977). Controlled and automated human information processing. I: Detection, search, and attention. Psychological Review, 84, 1-66.

SHIFFRIN, R. y DUMAIS, S. (1981). The development of automatism. En Anderson, J.R. (ed.), Cognitive skills and their acquisition. Hillsdale, New Jersy: L. Erlbaum.

SCHOENFELD, A.H. (1985). La enseñanza de las matemáticas a debate. Madrid: MEC

SCHOENFELD, A.H. (1985). Mathematical Problem Solving. New York: Academic Press.

SCHOENFELD, A.H. (1987). Cognitive science and mathematics education. Hillsdale. N.J.: Lawrence Eribaum Associates.

SIMON, H.A. (1978). Information-processing theory of human problem solving. En Estes, W.K. (Ed.), Handbook of learning and cognitive processes, vol 5. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum associates.

SIMON, D.P. y SIMON, H.A. (1978). Individual diferences in solving physics problems. En Siegler, R.S. (Comp.), Chindren´s thinking: What develops? Hillsdale, New Jersy: L. Erlbaum.

STERNBERG, R. J. (1982a). Razonamiento, resolución de problemas e inteligencia. En Sternberg, R.J. (Ed.), Inteligencia humana, vol. 2. Barcelona: Paidós Ibérica, 1987.

STERNBERG, R. J. (1985c). Las capacidades humanas: un enfoque desde el procesamiento de la información. Barcelona: Editorial Labor.

TÉBAR, L. (2003). El perfil del profesor mediador. España: Editorial. Santillana.

TOBOSO P. J. (2004). Evaluación de habilidades cognitivas en la resolución de problemas matemáticos. Tesis doctoral: Universidad de Valencia

TOBON, S; RIAL, A; CARRETERO, M. Y GARCIA FRAILE, J.A. (2006). El enfoque de competencias en el marco de la educación superior. Madrid: Universidad Complutense.

TOBON, S. et. al (2010). Secuencias didácticas: Aprendizaje y evaluación de competencias. México, Pearson

TORRES, M. (2007). Elaboración y validación de instrumentos de investigación científica. 1era Ed. Perú.

VALDIVIA, R. (2009). Elaborando la Tesis. Tomos I y II. Tacna: UPT. Fondo Editorial.

VALDIVIA, R. (2001). Evaluación de los aprendizajes en educación superior. Tacna: Fondo Editorial Escuela de Postgrado UPT.

VILANOVA, S. et. al. (2003). El papel de la resolución de problemas en el aprendizaje. Universidad Nacional de Mar del Plata. Revista Iberoamericana de Educación. Recuperado de: file:///C:/Users/ARCADI~1/AppData/Local/Temp/203Vilanova.PDF

VILLALOBOS, E. (2004). Didáctica Integrativa y el Proceso de Aprendizaje. México: Trillas.

VALER, L. (2010). Corrientes pedagógicas contemporáneas. Universidad Mayor de San Marcos. Lima. Perú.

VARELA N. P. (1991). La resolución de problemas en la enseñanza de las ciencias. Aspectos didácticos y cognitivos. Tesis doctoral: Universidad Complutense de Madrid.

THORNDIKE, E.L. (1898). Animal intelligence: An experimental study of the associative processes in animals. Psychological Monographs, 2, nº 8. En Mayer, R.E. (1983), Thinking, problem solving and cognition. New York: W.H. Freeman and Company.

TORRES F. P. (2003). Estrategia de resolución de problemas. Ministerio de Educación. Cuba.

TORRES, M. (2004). Aprendizaje significativo a través de la resolución de problemas. Recuperado de: http://www.aldadis.net/revista10/documentos/03.pdf

WERTHEIMER, M. (1959). Productive thinking. Nueva York: Harper & Row.

WOOLFOLK, A. (1999). Psicología Educativa. México: Printice Hall.

ANEXOS

ANEXO Nº 01

MATRIZ DE CONSISTENCIA – INFORME FINAL DE TESIS

TITULO DE LA TESIS: "**INCIDENCIA DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE MATEMÁTICA IV, INGENIERIA CIVIL EN LA UNIVERSIDAD PRIVADA DE TACNA, 2014"**

DOCTORANDO: Arcadio, ATENCIO VARGAS

PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPOTESIS	VARIABLES E INDICADORES	METODOLOGIA
1. INTERROGANTE PRINCIPAL ¿Cuál es la incidencia de la aplicación de la estrategia didáctica de resolución de problemas en el nivel de logro del aprendizaje significativo en el curso de matemática IV en los estudiantes del IV ciclo de la carrera profesional de Ingeniería Civil, en la Universidad Privada de Tacna, 2014-I."?	**1. OBJETIVO GENERAL** Determinar la incidencia de la aplicación de la estrategia didáctica de resolución de problemas en el nivel de logro del aprendizaje significativo en el curso de matemática IV en los estudiantes del IV ciclo de la carrera profesional de Ingeniería Civil, en la Universidad Privada de Tacna, 2014-I	**1. HOPÓTESIS GENERAL** La aplicación de la estrategia didáctica de resolución de problemas tiene alta incidencia en el nivel del aprendizaje significativo de los estudiantes del IV ciclo, en el curso de Matemática en la carrera profesional de Ingeniería Civil, en la Universidad Privada de Tacna, 2014-I	**1. HIPOTESIS GENERAL** **Variable independiente**: Estrategia didáctica de resolución de problemas **Indicadores**: ▪ Análisis del problema ▪ Emisión de hipótesis ▪ Estrategia de resolución ▪ Resolución del problema ▪ Presentación de resultados y análisis de la solución.	▪ **Tipo de investigación** Tipo aplicada ▪ **Diseño de la investigación** Cuasi - experimental ▪ **Ámbito de estudio** UPT, carrera de Ingeniería Civil. ▪ **Población** 467 estudiantes ▪ **Muestra** 45 estudiantes: 26 GE 19 GC

CONTINÚA…

PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPOTESIS	VARIABLES E INDICADORES	METODOLOGIA
2. INTERROGANTES SECUNDARIAS e) ¿Cuál es el nivel de logro del aprendizaje significativo en los estudiantes del grupo de control y experimental, antes de la aplicación de la estrategia didáctica de resolución de problemas, en el curso de matemática del IV ciclo de la carrera profesional de Ingeniería Civil? f) ¿En qué medida el nivel del aprendizaje significativo de los estudiantes del grupo experimental ha mejorado con la aplicación de la estrategia didáctica de resolución de problemas en el curso de matemática de los estudiantes del IV ciclo de la carrera de Ingeniería Civil?	**2. OBJETIVOS ESPECIFICOS** a) Establecer el nivel de logro del aprendizaje significativo de los estudiantes del grupo de control y experimental, antes de la aplicación de la estrategia didáctica de resolución de problemas, en el curso de matemática del IV ciclo de la carrera profesional de Ingeniería Civil. b) Determinar en qué medida el nivel de logro del aprendizaje significativo de los estudiantes del grupo experimental ha mejorado con la aplicación de la estrategia didáctica de resolución de problemas en el curso de matemática de los estudiantes del IV ciclo de la carrera de Ingeniería Civil.	**2. HOPÓTESIS ESPECIFICAS** 1. El nivel de logro del aprendizaje significativo en los estudiantes del grupo de control y experimental, antes de la aplicación de la estrategia didáctica de resolución de problemas, se encuentran en el nivel de insuficiente, en el curso de matemática del IV ciclo de la carrera profesional de Ingeniería Civil. 2. El nivel de logro del aprendizaje significativo en los estudiantes del grupo experimental, con la aplicación de la estrategia didáctica de resolución de problemas, asciende al nivel de bueno, en el curso de matemática del IV ciclo de la carrera profesional de Ingeniería Civil.	**Variable dependiente** Aprendizaje significativo **Indicadores**: ▪ Aprendizaje significativo con desempeño **sobresaliente** ▪ Aprendizajes significativos con desempeños **muy bueno** ▪ Aprendizajes significativos con desempeños de **bueno** ▪ Aprendizaje significativo con desempeños **suficientes** ▪ Aprendizajes significativos con un desempeño **insuficiente**	▪ Técnicas de recolección de datos Examen Examen Encuesta ▪ Instrumentos Prueba de entrada Prueba de salida Cuestionario

CONTINÚA…

PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPOTESIS	VARIABLES E INDICADORES	METODOLOGIA
2. INTERROGANTES SECUNDARIAS c) ¿Cuál es el nivel de logro del aprendizaje significativo de los estudiantes del grupo experimental respecto del grupo de control, después de la aplicación de la estrategia didáctica de resolución de problemas, en el curso de matemática del IV ciclo de la carrera profesional de Ingeniería Civil? d) ¿Cuál es el nivel de aceptación de los estudiantes de la estrategia didáctica de resolución de problemas en el curso de matemática, en la carrera profesional de Ingeniería Civil?	**3. OBJETIVOS ESPECIFICOS** c) Establecer el nivel de logro del aprendizaje significativo de los estudiantes del grupo experimental respecto del grupo de control, después de la aplicación de la estrategia didáctica de resolución de problemas, en el curso de matemática del IV ciclo de la carrera profesional de Ingeniería Civil. d) Definir el nivel de aceptación de los estudiantes de la estrategia didáctica de resolución de problemas en el curso de matemática, en la carrera profesional de Ingeniería Civil.	**2. HOPÓTESIS ESPECIFICAS** 3. El nivel de logro del aprendizaje significativo en los estudiantes del grupo experimental respecto del grupo de control, después de la aplicación de la estrategia didáctica de resolución de problemas, alcanza el nivel de logro sobresaliente, en el curso de matemática del IV ciclo de la carrera profesional de Ingeniería Civil. 4. El nivel de aceptación que muestran los estudiantes sobre la estrategia didáctica de resolución de problemas en el curso de matemática, en la carrera profesional de Ingeniería Civil, es alta.		

ANEXO Nº 02

SILABO DEL CURSO DE MATEMÁTICA IV

1. INFORMACIÓN GENERAL

Facultad	: INGENIERA
Escuela	: INGENIERIA CIVIL
Nombre de la asignatura	: MATEMATICA IV
Código de la asignatura	:ING-401
Semestre Académico	:2014-I
Ciclo	: IV
Horas	: 06
Créditos	: 05
Tipo de asignatura	: (X) Obligatorio ( ) Electivo
Pre-Requisito	: ING-301
Docentes	: Arcadio Atencio Vargas, Edgardo Berrospi Zambrano
E-mail	: arcadioav@yahoo.com, aatencio@upt.edu.pe

2. SUMILLA.

El presente curso corresponde al Área de cursos Básicos; es de carácter teóricos-práctico y constituye un conjunto de conocimientos, habilidades y actitudes con la finalidad de desarrollar en el estudiante competencias y capacidades que lo habilitan en los pre requisitos de asignaturas superiores y otras relacionadas a su especialidad, desarrollando los procesos de análisis, síntesis, generalización y abstracción, mediante el modelamiento, planteamiento y resolución de problemas y ejercicios aplicativos.
Comprende los siguientes componentes: Conceptos y modelos básicos de ecuaciones diferenciales, ecuaciones diferenciales de primer orden, ecuaciones diferenciales de orden superior

3. COMPETENCIA DE LA ASIGNATURA.

Aplica los conocimientos de ecuaciones diferenciales en el modelamiento y solución de situaciones problemáticas concretas de las diferentes áreas del conocimiento relacionado con su carrera profesional, demostrando interés y actitud proactiva y valorando el cálculo diferencial como una herramienta útil para ello.	Presenta y expone un trabajo final donde crea, resuelve e interpreta problemas contextualizados haciendo uso de las ecuaciones diferenciales.
COMPETENCIA	**EVIDENCIA**

4. ARTICULACIÓN CON COMPETENCIAS GENÉRICAS UPT

Competencia Genérica UPT: Trabajo en equipo		
Criterio	**Nivel de Logro**	
Se involucra en el equipo	3	El equipo funciona de manera dinámica durante el desarrollo del trabajo, comparten, generan nuevas ideas; las decisiones fluyen por consenso de todos los miembros del equipo.

5. UNIDADES DIDÁCTICAS

5.1 PRIMERA UNIDAD DIDÁCTICA: INTRODUCCIÓN A LAS ECUACIONES DIFERENCIALES Y ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS DE PRIMER ORDEN **Total Horas: 36**
5.1.1 Resultados de Aprendizaje: RA1: Discrimina las principales características de la ecuación diferencial según su clasificación

y determina la solución general y particular de una ecuación diferencial. RA2: Resuelve problemas y ejercicios de ecuaciones diferenciales aplicando variables separables, ecuaciones exactas y no exactas, ecuaciones lineales.

5.1.2 Contenidos

Semana	Contenidos Conceptuales	Contenidos Procedimentales
1	TEMA I: Introducción a las ecuaciones diferenciales: Definiciones, clasificación de las ecuaciones diferenciales, TEMA II: Orden, grado de una ecuación diferencial.	Analiza las definiciones y clasificación de las ecuaciones diferenciales Determina el orden, grado y linealidad de una E.D
2	TEMA I: Ecuación diferencial ordinaria lineal y no lineal TEMA II: Solución general, particular, singular y total de una ecuación diferencial ordinaria.	Verifica los diferentes tipos de solución de una ecuación diferencial Determina la solución particular de una E.D. que cumpla ciertas condiciones dadas
3	TEMA I: Existencia y unicidad de soluciones, ecuación diferencial asociada a una familia de curvas TEMA II: Ecuación diferencial ordinaria de 1er orden. Ecuaciones del tipo $y' = f(x)$,	Determina una ecuación diferencial asociada a una primitiva dada y viceversa. Resuelve ejercicios sobre ecuaciones diferenciales del tipo $y' = f(x)$.
4	TEMA I: E.D. de variable separada y homogéneas TEMA II: Ecuaciones diferenciales exactas y forma de resolver	Resuelve problemas sobre ecuaciones diferenciales de variables separables y reducibles a ella. Determina si una ecuación diferencial es exacta y resuelve.
5	TEMA I: Factores integrantes que convierta una ecuación diferencial no exacta en exacta. TEMA II: Resolución de ecuaciones mediante factores integrantes	Determina si una ecuación diferencial es exacta y encuentra su solución haciendo uso de factor integrante.
6	Examen de Unidad	Aplica ecuaciones diferenciales lineales en la resolución de problemas contextualizados sobre las áreas del conocimiento relacionado con su carrera

Contenidos Actitudinales:

- Asiste puntualmente al desarrollo de las sesiones de aprendizaje.
- Valora la opinión de sus compañeros de clase.
- Participa activamente en el desarrollo de las actividades de aprendizaje.
- Muestra seguridad en la solución de ejercicios y problemas.
- Se muestra interesado en buscar diversas alternativas de solución a un mismo problema.

5.1.3 Estrategias Didácticas:

ED3	Estudio de casos
ED2	Resolución de problemas
ED5	Talleres
ED6	Aprendizaje cooperativo
ED4	Aprendizaje basado en problemas

5.1.4Evaluación

Tipo de evaluación	Ponderación de las evaluaciones	Ponderación de la unidad 1
Taller de matemática 01	20 %	35%
Resolución de ejercicios y problemas	20 %	
Trabajo en aula	10%	
Examen de Unidad	50%	

5.1.5 Bibliografía

1. Matemáticas avanzadas para Ingeniería I: Ecuaciones diferenciales, Dennis G. Zill, Michael R. Cullen Ed Mc Graw-Hill 3era Edición, México 2008.
2. Ecuaciones diferenciales con valores de frontera, Denniz G. Zill, Michael R.Ed.Cengage, México 2009
3. Ecuaciones diferenciales ordinarias: Una introducción, Fernando Meza y otros, Bogota 2012

<table>
<tr><td colspan="3">5.2 SEGUNDA UNIDAD DIDÁCTICA: ECUACIÓN DIFERENCIAL DE BERNOULLI, RICATTI Y OTRAS ECUACIONES DIFERENCIALES DE 1ER ORDEN NO RESUELTAS POR LA 1era DERIVADA Total Horas: 30</td></tr>
<tr><td colspan="3">5.2.1 Resultados de Aprendizaje:
RA1: Halla la solución de una ecuación de Ricatti, Lagrange y ED de Clairaut.
RA2: Halla la solución de ecuaciones de 1er orden no resueltas con respecto a la primera derivada.</td></tr>
<tr><td colspan="3">5.2.2 Contenidos</td></tr>
<tr><td>Semana</td><td>Contenidos Conceptuales</td><td>Contenidos Procedimentales</td></tr>
<tr><td>1</td><td>TEMA I: Ecuaciones diferenciales lineales de primer orden.
TEMA II: Ecuación diferencial de Bernoulli</td><td>Resuelve ecuaciones diferenciales lineales y de primer orden.
Resuelve ecuaciones diferenciales de Bernoulli</td></tr>
<tr><td>2</td><td>TEMA I: Problemas aplicando Ecuaciones diferenciales lineales de primer orden.
TEMA II: Ecuación diferencial de Ricatti</td><td>Resuelve problemas aplicando ecuaciones diferenciales.
Resuelve ecuaciones diferenciales de Ricatti.</td></tr>
<tr><td>3</td><td>TEMA I: Ecuación Diferencial de Lagrange.
TEMA II: Ecuaciones diferenciales de Clairaut</td><td>Resuelve ecuaciones diferenciales de Lagrange
Resuelve ecuaciones de Clairaut.</td></tr>
<tr><td>4</td><td>TEMA I: Ecuaciones diferenciales de 1er orden no resueltas con respecto a la primera derivada.</td><td>Resuelve ecuaciones diferenciales no resueltas por la primera derivada.</td></tr>
<tr><td>5</td><td>Examen de Unidad</td><td>Aplica ecuaciones diferenciales lineales Y ED no resueltas por la primera derivada en la resolución de problemas contextualizados sobre las áreas del conocimiento relacionado con su carrera</td></tr>
<tr><td colspan="3">Contenidos Actitudinales:</td></tr>
<tr><td colspan="3">▪ Asiste puntualmente al desarrollo de las sesiones de aprendizaje.
▪ Valora la opinión de sus compañeros de clase.
▪ Participa activamente en el desarrollo de las actividades de aprendizaje.
▪ Muestra seguridad en la solución de ejercicios y problemas.
▪ Se muestra interesado en buscar diversas alternativas de solución a un mismo problema.
▪ Discute en el aula lo referente al tema a través de ejercicios y problemas.
Muestra entusiasmo en la participación de clases</td></tr>
</table>

5.2.3 Estrategias Didácticas:

ED3 ED2 ED5 ED6	Estudio de casos. Resolución de problemas. Talleres. Aprendizaje cooperativo

5.2.4 Evaluación

Tipo de evaluación	Ponderación de las evaluaciones	Ponderación de la unidad 2
Taller de Matemática Nº 02	20 %	30%
Práctica calificada	20 %	
Examen de unidad	60%	

5.2.5 Bibliografía

1. Matemáticas avanzadas para Ingeniería I: Ecuaciones diferenciales, Dennis G. Zill, Michael R. Cullen Ed Mc Graw-Hill 3era Edición, México 2008.
2. Ecuaciones diferenciales con valores de frontera, Denniz G. Zill, Michael R.Ed.Cengage, México 2009
3. Ecuaciones diferenciales, Eduardo Espinoza, Lima, Perú, 1996

5.3 TERCERA UNIDAD DIDÁCTICA: ECUACIONES DIFERENCIALES DE ORDEN SUPERIOR
Total Horas: 36

5.3.1 Resultados de Aprendizaje:

RA1: Resuelve ejercicios y problemas aplicando ecuaciones diferenciales de orden superior.

RA2: Genera, y resuelve modelos matemáticos contextualizados en su carrera profesional a partir de estructuras propuestas de las ecuaciones diferenciales, reconociendo el valor de esta herramienta para interpretar esta realidad.

5.3.2 Contenidos

Semana	Contenidos Conceptuales	Contenidos Procedimentales
1	TEMA I: Ecuaciones diferenciales lineales de orden "n". Soluciones. Teorema de existencia y unicidad. TEMA II: Dependencia e independencia lineal de funciones. Wronskiano. Teorema de estructura del conjunto de soluciones de la E.D. lineal homogénea	Determina funciones linealmente independiente o linealmente dependientes mediante el procedimiento algebraico. Utiliza el método del Wronskiano para determinar la independencia lineal de funciones
2	TEMA I: Métodos de resolución de ecuaciones diferenciales lineales de orden "n". TEMA II: Resolución de ecuaciones lineales homogéneas de coeficientes constantes	Resuelve ecuaciones diferenciales homogéneas de coeficientes constantes
3	TEMA I: Resolución de ecuaciones lineales completas de coeficientes constantes. TEMA: II: Métodos de coeficientes indeterminados, para ecuaciones lineales completas	Resuelve ecuaciones diferenciales no homogéneas de coeficientes constantes

4	TEMA I: Ecuación de Euler. Operadores diferenciales	▪ Aplica la teoría de Euler en la solución de ecuaciones diferenciales. ▪ Resuelve e interpreta problemas aplicativos.
5	**Examen de Unidad**	Aplica ecuaciones diferenciales lineales de orden superior en la resolución de ejercicios y problemas contextualizados sobre las áreas del conocimiento relacionado con su carrera
6	**Exposición de trabajo final**	Crea, resuelve e interpreta problemas contextualizados.
Contenidos Actitudinales:		
▪ Asiste puntualmente al desarrollo de las sesiones de aprendizaje. ▪ Valora la opinión de sus compañeros de clase. ▪ Participa activamente en el desarrollo de las actividades de aprendizaje. ▪ Muestra seguridad en la solución de ejercicios y problemas. ▪ Se muestra interesado en buscar diversas alternativas de solución a un mismo problema. ▪ Discute en el aula lo referente al tema a través de ejercicios y problemas. Muestra entusiasmo en la participación de clases		

5.3.3 Estrategias Didácticas:

ED3	Resolución de problemas.
ED4	Aprendizaje basado en problemas.
ED5	Aprendizaje cooperativo

5.3.4 Evaluación

Tipo de evaluación	Ponderación de las evaluaciones	Ponderación de la unidad 3
Taller de matemática 03	25 %	35%
Intervenciones en clases	10 %	
Trabajo final	25%	
Examen de Unidad	40%	

5.3. 5 Bibliografía

1. Matemáticas avanzadas para Ingeniería I: Ecuaciones diferenciales, Dennis G. Zill, Michael R. Cullen Ed Mc Graw-Hill 3era Edición, México 2008.
2. Ecuaciones diferenciales ordinarias: Una introducción, Fernando Meza y otros, Bogota 2012
3. Ecuaciones diferenciales: Teoría y problemas, MarilóLopez, Ignacio Acero, Madrid 2007.
4. Ecuaciones diferenciales Ordinarias, G. Makarenko, Ed. Mir, Moscú 1985.

6. **PLAN DE EVALUACIÓN DE LA ASIGNATURA:** Sumados los criterios deben dar el 100 % de la Unidad Didáctica.

Unidades Didácticas	Ponderación
Primera Unidad Didáctica	35%
Segunda Unidad Didáctica	30%
Tercera Unidad Didáctica	35%
Total	**100 %**

Elaborado por:
ARCADIO ATENCIO VARGAS
Edgardo Berrospi Zambrano
Docentes de la asignatura

ANEXO Nº 03

UNIVERSIDAD PRIVADA DE TACNA
FACULTAD DE INGENIERIA

PRUEBA DE ENTRADA DE MATEMÁTICA IV

Profesor: Mg. Arcadio Atencio Vargas
Fecha: 12 de junio de 2014 Tiempo: 90 minutos

Nombre: ____

Código: _______________ Carrera: ______________________________

INDICACIONES: *Resolver con letra clara y de manera ordenada cada problema planteado. No se permite el uso de calculadoras que derivan e integran, tampoco el uso de celulares. En la evaluación se califica todo el procedimiento de solución de cada problema planteado. El puntaje final hallado se convierte en nota sobre 20.*

COMPETENCIA: Aplica los conocimientos de ecuaciones diferenciales en el modelamiento y solución de situaciones problemáticas concretas de las diferentes áreas del conocimiento relacionado con su carrera profesional, demostrando interés y actitud proactiva y valorando el cálculo diferencial como una herramienta útil para ello.

----

1. Roberto, Juan y Pablo están tomando café, cuando uno de sus compañeros estudiantes les pregunta, cómo resolver la ecuación diferencial.

$$\frac{dv}{dq} = \frac{v+1}{q+1}$$

Después de un análisis, *Roberto dice: v(q) = q +c ; Juan dice v(q) = 2q+1+c; Pablo dice v(q) =* q^2*-2+c*

a) ¿Quién tiene razón? (1P)
b) ¿Qué solución debieron visualizar de inmediato? (1P)
c) ¿Quién o quiénes no tienen razón y por qué? (1P)

2. Dado las siguientes expresiones matemáticas:

$y = x - 1$; $y = x$; $y = x + 1$

a) Analizar y probar cuál de las anteriores expresiones, es una solución particular de la siguiente ecuación diferencial:
$y' = -8xy^2 + 4x(4x+1)y - (8x^3 + 4x^2 - 1)$ (1P)

b) Con la solución particular hallada, encontrar la solución general de la ecuación diferencial dada. (3P)

3. La población de una comunidad crece con una tasa proporcional a la población en cualquier momento. Su población inicial es de 500 habitantes y aumenta al 15% en 10 años. ¿Cuál será su población pasados 30 años? (4p)

4. Una varilla de fierro de ½ pulgada caliente que inicialmente se encuentra a 80ºC, se enfría y llega a 60ºC en 8 minutos mientras permanece en el almacén cuya temperatura está a 21ºC. Determine en qué tiempo la varilla de fierro estará a la temperatura de 40ºC. (4p)

5. Encontrar la cantidad de soluto en cualquier instante para una solución que consta inicialmente de 200 litros de agua con 30 gramos de sal. A esta solución entra una solución de agua con sal a una tasa de 4 L/min con una concentración de 1 g/L y sale la mezcla a una tasa de 4 L/min. (4p)

6. La aparición de salitre en estructuras de concreto armado cerca de las orillas del mar se ve incrementando muchísimo al pasar del tiempo. Si se tuvo una cierta cantidad de salitre x, después de 5 días se observó que aumentó en un 70% y después de 3 semanas aumentó en un 200%. Encontrar la expresión para la cantidad de salitre presente en la estructura de concreto al tiempo t y el porcentaje que había inicialmente de salitre. (4p)

Fuente: Instrumento creado para este estudio

ANEXO Nº 04

UNIVERSIDAD PRIVADA DE TACNA
FACULTAD DE INGENIERIA

PRUEBA DE SALIDA DE MATEMÁTICA IV

Profesor: Mg. Arcadio Atencio Vargas
Fecha: 10 de octubre de 2014 Tiempo: 130 minutos

Nombre: ____

Código: _________________ Carrera: ____________________________________

INDICACIONES: *Resolver con letra clara y de manera ordenada cada problema planteado. No se permite el uso de calculadoras que derivan e integran, tampoco el uso de celulares. En la evaluación se califica todo el procedimiento de solución de cada problema planteado. El puntaje final hallado se convierte en nota sobre 20.*

COMPETENCIA: Aplica los conocimientos de ecuaciones diferenciales en el modelamiento y solución de situaciones problemáticas concretas de las diferentes áreas del conocimiento relacionado con su carrera profesional, demostrando interés y actitud proactiva y valorando el cálculo diferencial como una herramienta útil para ello.

---

1. Roberto, Juan y Pablo están tomando café, cuando uno de sus compañeros estudiantes les pregunta, cómo resolver la ecuación diferencial.

$$\frac{dv}{dq} = \frac{v+1}{q+1}$$

Después de un análisis, *Roberto dice: v(q) = q +c ; Juan dice v(q) = 2q+1+c; Pablo dice v(q) = q^2-2+c*

a) ¿Quién tiene razón? (1P)
b) ¿Qué solución debieron visualizar de inmediato? (1P)
c) ¿Quién o quiénes no tienen razón y por qué? (1P)

2. Dado las siguientes expresiones matemáticas:

$y = x - 1$; $y = x$; $y = x + 1$

a) Analizar y probar cuál de las anteriores expresiones, es una solución particular de la siguiente ecuación diferencial:

$$y' = -8xy^2 + 4x(4x+1)y - (8x^3 + 4x^2 - 1) \qquad (1P)$$

b) Con la solución particular hallada, encontrar la solución general de la ecuación diferencial dada. (3P)

3. La población de una comunidad crece con una tasa proporcional a la población en cualquier momento. Su población inicial es de 500 habitantes y aumenta al 15% en 10 años. ¿Cuál será su población pasados 30 años? (4p)

4. Una varilla de fierro de ½ pulgada caliente que inicialmente se encuentra a 80ºC, se enfría y llega a 60ºC en 8 minutos mientras permanece en el almacén cuya temperatura está a 21ºC. Determine en qué tiempo la varilla de fierro estará a la temperatura de 40ºC. (4p)

5. Encontrar la cantidad de soluto en cualquier instante para una solución que consta inicialmente de 200 litros de agua con 30 gramos de sal. A esta solución entra una solución de agua con sal a una tasa de 4 L/min con una concentración de 1 g/L y sale la mezcla a una tasa de 4 L/min. (4p)

6. La aparición de salitre en estructuras de concreto armado cerca de las orillas del mar se ve incrementando muchísimo al pasar del tiempo. Si se tuvo una cierta cantidad de salitre x, después de 5 días se observó que aumentó en un 70% y después de 3 semanas aumentó en un 200%. Encontrar la expresión para la cantidad de salitre presente en la estructura de concreto al tiempo t y el porcentaje que había inicialmente de salitre. (4p)

Fuente: Instrumento creado para este estudio

ANEXO Nº 05

ENCUENSTA

NIVEL DE ACEPTACIÓN DE LA ESTRATEGIA

Muchas gracias por responder estas preguntas relativas a tu experiencia en el desarrollo del curso de Matemática IV.

En cada pregunta selecciona una de las opciones, marcando con una **X** en la línea punteada

1) ¿Dirías que la metodología basada en la resolución de problemas te estimuló a razonar?
   Si: ____ Mas o menos: _______ No: ____

2) ¿Te permitió ver a la matemática como una herramienta necesaria para resolver problemas de otras ciencias y de ingeniería?
   Si: ____ Más o menos: _______ No: ____

3) ¿Te pareció adecuado el desarrollo del trabajo sobre resolución de problemas?
   Si: ____ Más o menos: _______ No: ____

4) La resolución de problemas me ha resultado una actividad
   Aburrida: ____ Más o menos: _____ Interesante: _____

5) ¿La resolución de problemas te ha ayudado a aprender conceptos referidos a matemáticas y ecuaciones diferenciales?
   Si: ____ Más o menos: _______ No: ____

6) Con la estrategia de resolución de problemas que he aprendido, me siento más capacitado para intentar resolver otros problemas de mi carrera que en principio me resultan desconocidos.
   Si: ____ Más o menos: _______ No: ____

7) ¿Al desarrollar los talleres, trabajo final, te resultó útil trabajar con tus compañeros?
   Si: ____ Más o menos: _______ No: ____

8) Trabajando solo(a) o con tus compañeros ¿pudiste completar la solución de tus problemas?
   Si: ____ Más o menos: _______ No: ____

9) El docente ¿dio posibilidades a los estudiantes para discutir sobre las dudas que iban surgiendo en el desarrollo del curso?
Muchas posibilidades: ____ Escasas posibilidades: _____ No brindó posibilidades: ____

10) ¿Te pareció adecuado el ritmo de las clases?
Si: ____ Más o menos: _______ No: ____

11) La presentación de los contenidos de las unidades del curso, ¿te permitían relacionar distintos conceptos?
Si: ____ Más o menos: _______ No: ____

12) ¿Consideras que esta asignatura es importante en tu formación?
Si: ____ Más o menos: _______ No: ____

13) ¿La participación de tus compañeros en clases te ayudó a aprender?
Si: ____ Más o menos: _______ No: ____

14) Con respecto a las oportunidades que brindó el docente para analizar con toda la clase lo que los estudiantes iban entendiendo los temas, señala la opción que consideres verdadera:
Muchas oportunidades: ____ Escasas oportunidades: _____
No brindó oportunidades: __

15) El tiempo dedicado al desarrollo de los distintos temas fue
Excesivo: ____ Apropiado: _____ Insuficiente: _____

16) ¿Cómo te ha resultado la metodología con que se ha desarrollado las clases de matemática?
Adecuado: ______ Más o menos: ____ Inadecuado: _____

17) ¿Te habría gustado que los demás cursos de matemáticas se desarrollen así?
Si: ____ No: _______ Me es indiferente: ____

Justifica: ____
____

Fuente: Adaptado de Paloma Varela, “La resolución de problemas en la enseñanza de las ciencias, aspectos didácticos y cognitivos”.

ANEXO Nº 06:

SESIÓN DE APRENDIZAJE Nº 03

"SEPARACIÓN DE VARIABLES"

I. INFORMACIÓN GENERAL

1.1. Nombres y apellidos del docente	Arcadio Atencio Vargas
1.2. Carrera Profesional	Ingeniería Civil
1.3. Tema	Separación de Variables
1.4. Ciclo	IV
1.5. Duración (N° horas pedagógicas)	03
1.6. Fecha	

II. APRENDIZAJE ESPERADO

Aprendizaje Esperado	▪ Resuelve ecuaciones diferenciales de variables separables y reducibles a ellas.
Actitud	▪ Demuestra interés permanente por lograr su aprendizaje.

III. DESARROLLO DE LA SESIÓN

Mo	ESTRATEGIAS	RECURSOS	TIEMPO
INICIO	**MOTIVACIÓN:** Los estudiantes observan el video **Proyecto Olmos** a través: https://www.youtube.com/watch?v=zkwTo2ePSpw y responden las preguntas siguientes: ¿Qué proyectos se están construyendo? ¿Los conocimientos matemáticos que están aprendiendo se aplicarán en el desarrollo de este tipo de megaproyectos? ¿En qué trabajos del desarrollo del proyecto se aplicarán los conocimientos matemáticos? **RECOJO DE SABERES PREVIOS** Mediante lluvia de ideas los estudiantes responden las preguntas siguientes: ¿Cómo se clasifica las ED? ¿Qué tipo de soluciones podemos hallar al resolver una ED? ¿Qué caracteriza la presencia de una solución general o primitiva? ¿Cómo se obtiene una solución particular? **CONFLICTO COGNITIVO:**	Video	20

	El docente pregunta: ¿Cuál es la solución particular de $(1+x^3)dy-x^2ydx=0$ que satisfaga las condiciones iniciales x=1, y x=0?. Además, pregunta: ¿cómo se produce la separación de variables en una ED? ¿Cómo se escribe una ecuación diferencial ordinaria de variables separables? ¿Qué transformaciones deben realizarse a las ecuaciones que no son inmediatamente separables a fin de que adquieran dicha propiedad? **PRESENTACIÓN DEL TEMA Y PROPÓSITO DE LA SESIÓN** El docente presenta a los estudiantes el tema y el aprendizaje que deben lograr y las estrategias a utilizar.		
PROCESO/ DESARROLLO	**PROCESAMIENTO DE LA INFORMACIÓN Y CONCEPTUALIZACIÓN** ▪ El docente entrega a los estudiantes la lectura “Ecuaciones diferenciales ordinarias de variables separables”. ▪ Se formas equipos de cuatro (4) estudiantes; dan lectura en forma individual del material de estudio y subrayan ideas importantes; en equipo socializan ideas y elaboran un organizador gráfico. Un representante de cada equipo expone conclusiones. ▪ El docente precisa conceptos y procedimientos sobre: + Ecuación diferencial de primer orden y primer grado + Ecuación diferencial ordinaria de variables separables **APLICACIÓN DE LO APRENDIDO** Los estudiantes desarrollan la Actividad Nro. 03.	Lectura Actividad	110
CIERRE	**TRANSFERENCIA A SITUACIONES NUEVAS:** . Cada estudiante investiga en internet y/o bibliografía escrita sobre situaciones concretas de su carrera donde se aplica el tema de separación de variables. **METACOGNICIÓN:** El docente plantea las siguientes preguntas: ¿Qué estrategias te han ayudado para aprender el tema? ¿Qué dificultades se te presentaron? ¿Cómo lo superaste?	Evaluación	20

	¿Para qué crees te va a servir lo que has aprendido en esta sesión? **EVALUACIÓN** Evaluación práctica Resuelven las ecuaciones diferenciales de la actividad Nro. 03 y un representante de cada grupo expone la solución		

Fuente: Diseñado para este estudio

ANEXO Nº 07

SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 04

"SEPARACIÓN DE VARIABLES"

IV. INFORMACIÓN GENERAL

1.1. Nombres y apellidos del docente	Arcadio Atencio Vargas
1.2. Carrera Profesional	Ingeniería Civil
1.3. Tema	Separación de Variables
1.4. Ciclo	IV
1.5. Duración (N° horas pedagógicas)	03
1.6. Fecha	

V. APRENDIZAJE ESPERADO

Aprendizaje Esperado	▪ Resuelve problemas aplicando ecuaciones diferenciales de variables separables y reducibles a ellas.
Actitud	▪ Demuestra interés permanente por lograr su aprendizaje.

VI. DESARROLLO DE LA SESIÓN

Mo	ESTRATEGIAS	RECURSOS	TIEMPO
INICIO	**MOTIVACIÓN:** ▪ Los estudiantes mediante lluvia de ideas responden: ¿qué estrategias de resolución de problemas conocen? ▪ Los estudiantes observan el video: **Estrategias de estudio (Método de Polya)** a través: https://youtu.be/919CQtH2H2w y responden las preguntas: ¿Generalmente, cuáles son los pasos para resolver un problema? ¿Qué significa entender el problema? ¿Cómo trazamos un plan para resolver un problema? ¿Qué entendemos por estrategia? ¿Qué significa mirar hacia atrás? **RECOJO DE SABERES PREVIOS:** Mediante lluvia de ideas los estudiantes responden las siguientes preguntas, además escriben un ejemplo en cada caso:	Video Problema	25´

	¿Qué hacemos antes de intentar resolver una ecuación diferencial? ¿Cómo se obtiene la separación de variables? ¿Cómo se resuelve una ED homogénea? **CONFLICTO COGNITIVO:** El docente plantea el siguiente problema: ***La población de una comunidad crece a una tasa proporcional a la población en cualquier momento. Su población inicial es de 500 y aumenta al 15% en 10 años.*** ***Y pregunta a los estudiantes: ¿Cuál será su población pasados los 30 años?*** **PRESENTACIÓN DEL TEMA Y PROPÓSITO DE LA SESIÓN** El docente presenta a los estudiantes el tema y el aprendizaje que deben lograr y las estrategias a utilizar.		
PROCESO/ DESARROLLO	**PROCESAMIENTO DE LA INFORMACIÓN Y CONCEPTUALIZACIÓN:** ▪ El docente entrega a los estudiantes, la guía de resolución de problemas. ▪ En equipos de tres estudiantes, dan lectura a la guía, subrayan ideas importantes y elaboran un organizador gráfico. ▪ En equipos de tres estudiantes y con el apoyo del docente, resuelven el problema propuesto aplicando la metodología de resolución de problemas: ***La población de una comunidad crece a una tasa proporcional a la población en cualquier momento. Su población inicial es de 500 y aumenta al 15% en 10 años. ¿Cuál será su población pasados los 30 años?*** ▪ Por sorteo un equipo, expone el proceso de resolución del problema planteado. ▪ El docente fija ideas fuerza sobre la metodología de resolución de problemas matemáticos. **APLICACIÓN DE LO APRENDIDO** ▪ Los estudiantes desarrollan el **Taller N° 02: Resolución de problemas.**	▪ Guía de resolución de problemas ▪ Taller N°02	110

CIERRE	**TRANSFERENCIA A SITUACIONES NUEVAS:** Cada estudiante investiga en internet y/o bibliografía escrita sugerida en el silabo dos (02) problemas aplicados a su carrera y los resuelve. **METACOGNICIÓN:** El docente plantea las siguientes preguntas: ¿Qué estrategias te han ayudado para aprender el tema? ¿Qué dificultades se te presentaron? ¿Cómo lo superaste? ¿Para qué crees te va a servir lo que has aprendido en esta sesión? **EVALUACIÓN** Evaluación informe de Taller N°02. Evaluación 2 problemas aplicados a su carrera y resolución	Rúbrica de evaluación	15

ANEXO Nº 08

GUIA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

UNIVERSIDAD PRIVADA DE TACNA
FACULTAD DE INGENIERIA

GUÍA

DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICA IV

MAG. ARCADIO ATENCIO VARGAS

INTRODUCCIÓN

La **Guía de Resolución de Problemas (GRP)** tiene como propósito brindar información y orientar sobre la ruta a seguir en la resolución de problemas matemáticos contextualizados en la carrera profesional.

En este sentido, la guía comprende la explicación y ejemplificación de cada una de las cinco fases que comprende la resolución de problemas matemáticos.

Finalmente, te presentamos un glosario de términos con la definición de las palabras clave en esta temática y la bibliografía donde puedes profundizar el estudio de resolución de problemas.

OBJETIVOS

DE LA GUÍA

La presente guía tiene como objetivo ofrecer a los estudiantes las orientaciones necesarias y la ruta a seguir en la resolución de problemas matemáticos.

DEL CURSO

Aprender a resolver problemas cumpliendo la estrategia de resolución problemas en el aprendizaje significativo.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

I. Definición de problema matemático

Labarrere (1996, p.6) señala que "… un problema matemático es determinada situación en la cual existen nexos, cualidades de y entre objetos que no son accesibles de forma directa o indirectamente a la persona (…) es toda relación en la cual hay algo oculto para el sujeto, que este se esfuerza para hallar"; es decir, un problema es un aspecto desconocido y que no tiene solución inmediata.

II. Fases a seguir en la resolución de problemas

La estrategia de resolución de problemas presenta, cinco fases en su desenvolvimiento:

1. Análisis del problema,
2. Emisión de hipótesis,
3. Diseño de estrategias,
4. Resolución del problema,
5. Presentación de la solución y análisis.

A continuación, explicaremos cada una de las fases, pero para un mejor entendimiento, de lo que significa cada fase, ejemplificaremos cada una de las fases de resolución de problemas, para lo cual, partiremos del problema enunciado siguiente:

> **PROBLEMA:** Se sabe que la población en el Centro Poblado de Boca del Rio aumenta a una razón proporcional a la cantidad de personas que tiene en cualquier momento. Si la población se duplicó en 5 años, ¿en cuánto tiempo se triplicará y cuadruplicará?

6. ***ANÁLISIS DEL PROBLEMA. –*** Esta fase se refiere prácticamente a la representación y comprensión del problema, es decir, debemos llevar acabo algunas o todas las siguientes acciones:

- Leer cuidadosamente el problema, una y otra vez si no entiende e identificar el tipo de problema, es decir de qué aspecto o temática del curso o la carrera es.
- De ser posible, podemos parafrasear el problema, vale decir, si podemos escribirlo de otra manera más entendible a nosotros con nuestras propias palabras y contrastar lo que hemos escrito con el problema original para asegúrate que has representado el problema con exactitud.
- Recordar si hemos resuelto algún problema similar.
- Extraer los datos que tenemos en el enunciado, qué datos falta o tenemos que investigar o recordar,
- Establecer cuáles son las incógnitas (lo que buscamos) con sus propias unidades.
- Procuramos encontrar una relación entre los datos y las variables o incógnitas (lo que buscamos).
- Si es posible graficamos, es decir, hacemos esquemas, diagramas, dibujos, tablas, etc. de la situación planteada en el problema. Debemos contrastar los gráficos con el enunciado del problema.
- No olvidar, que debemos contrastar siempre toda la información extraída o graficada con el enunciado del problema original, ante de pasar a las siguientes fases.

Ejemplo de aplicación

Según el problema planteado, en la fase de análisis del problema correspondería considerar lo siguiente:

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

- *Este problema corresponde a "separación de variables" del curso.*
- *El problema trata de:* ***La población de Boca del Río crece proporcionalmente a la cantidad de personas que tiene en cualquier momento. En cinco años la población se duplicó. Se desea saber a partir de ahora en cuanto tiempo se triplicará y cuadruplicará.***
- *Hemos resuelto otros problemas similares anteriormente:* ***…***

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

LO DADO:

- P(t): Población en el Centro Poblado Boca del Río (personas)

  t: tiempo (años)

- No conocemos la población inicial y debemos calcular este dato. (P_0)

- En un instante CERO, es decir para $t = 0 \quad \Rightarrow P(0) = P_0$

- La población (P) se duplica en 5 años, es decir: $P(5) = 2P_0$

LO BUSCADO:

- Necesitamos saber en cuánto tiempo se triplicará y cuadruplicará la población.

7. ***EMISIÓN DE HIPÓTESIS. -*** Luego del análisis o cálculos previos, corresponde emitir algún juicio a priori, es decir, aventurar alguna probable solución. Esta hipótesis debe ser contrastada con el resultado final obtenido.

Ejemplo de aplicación

Según el análisis del problema, la población se duplicó en 5 años, ello implica que la población crece aproximadamente 2.5 partes en un año, lo cual, permite afirmar que:

HIPÓTESIS

La población del Centro Poblado de Boca del Río en 7.5 años de triplicaría y en 10 años se cuadruplicaría.

8. ***ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN***. – Esta fase consiste en realizar las acciones siguientes:

- Determinar las fórmulas o modelos a utilizar; si el problema es complejo, probablemente se requiera más de una fórmula o modelo.
- De ser necesario se revisa algún marco teórico referido a la temática del problema y el uso de conocimientos matemáticos necesarios.

- Plantea la solución del problema por partes o resolviendo casos similares más simples, que hayan utilizado los mismos modelos y cálculos.
- Formula una lista de pasos a seguir (plan) para resolver el problema, a fin de tener organizado nuestro procedimiento lógico elegido, ello en base al análisis del problema.

Ejemplo de aplicación

En base al problema planteado, se pueden considerar las siguientes estrategias de resolución:

Selección de fórmulas o modelos

- Para resolver el problema debemos hacer uso del modelo matemático de crecimiento poblacional, es decir, $\frac{dP}{dt}\ \alpha\ P$ o $\frac{\mathrm{dP}}{\mathrm{dt}} = kP$ Sabiendo que $P(0) = P_0$ en un instante CERO. Aquí podemos hallar la población para cualquier tiempo, es decir P(t).

Pasos previos a seguir

- Hacemos uso del método de separación de variables para resolver $\frac{\mathrm{dP}}{\mathrm{dt}} = kP$ y hallar la fórmula o modelo matemático para calcular la población en cualquier instante.
- También debemos hallar la constante de proporcionalidad K que no conocemos.
- Una vez calculado estos datos, reemplazamos en el modelo de población hallado y calculamos en cuánto tiempo la población de triplica y cuadruplica.

9. ***RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA.* –** En esta fase:

- Ejecutamos nuestro plan de solución diseñado en la anterior fase, vale decir, procedemos a ejecutar los cálculos.
- Después de hallar las respuestas previas, debemos revisar los cálculos a fin de evitar los errores y que innecesariamente nos conduciría a cambiar de procedimiento.
- Si el plan seguido no funciona, regresamos a la fase de diseño de estrategia a fin de diseñar un nuevo plan. No desanimarse, ello es común

cuando estamos iniciado a aprender algo nuevo, debemos continuar aprendiendo a aprender.

Ejemplo de aplicación

Luego que hemos definido las fórmulas a utilizar y establecido el plan a seguir, ponemos en práctica dicho plan:

Resolviendo el modelo de población:

$\frac{dP}{dt} = kP \quad \Rightarrow \quad \frac{dP}{P} = kdt$; integrando tenemos: $\int \frac{dP}{P} = \int kdt + c$

$\ln P = kt + c \quad \Rightarrow \quad \mathrm{P} = \mathrm{e}^{\mathrm{kt+c}}$ ó $\mathrm{P} = \mathrm{e}^{\mathrm{kt}}.e^{c}$ como sabemos e^c es una constante, luego:

$$\mathrm{P(t)} = C\mathrm{e}^{\mathrm{kt}}$$

Ahora en el tiempo cero, t=0, la población inicial es P(0)= P_0 , reemplazando en la última ecuación:

$P(0) = Ce^{k(0)} \quad \Rightarrow P_0 = C$ con esta igualdad la solución de la ED es:

$$\boxed{P(t) = P_0 e^{kt}}$$

En este modelo, debemos hallar k para encontrar la población del centro poblado en cualquier tiempo t.

Del enunciado del problema sabemos que en 5 años se duplica la población, es decir,

$P(5) = 2P_0$ Es decir, cuando la población se duplica t=5

$$2P_0 = P_0 e^{k(5)} \quad \Rightarrow 2 = e^{5k}$$

Aplicamos logaritmos a ambos miembros:

$$\ln 2 = \ln e^{5k} \quad \Rightarrow \quad \ln 2 = 5k \ln e \quad \Rightarrow \quad \ln 2 = 5k$$

$k = \frac{\ln 2}{5} = 0.139$, entonces el modelo queda así: $\boxed{P(t) = P_0 e^{0.139t}}$

El modelo anterior permite responder las preguntas planteadas en el problema:

a) ¿En cuánto tiempo la población se triplicará? P = 3 P_0

b)¿En cuánto tiempo la población se cuadruplicará? P = 4 P_0

Además, entonces podemos decir, en cuánto tiempo la población será n veces la población inicial: P = n P_0

Como la incógnita es el tiempo y la ecuación a usar es $P(t) = P_0 e^{0.139t}$, entonces:

$nP_0 = P_0 e^{0.139t}$, eliminando P_0 en ambos miembros se tiene: $n = e^{0.139t}$

Aplicando logaritmos a ambos miembros:

$$\ln n = \ln e^{0.130t} \quad \Rightarrow \ln n = 0.139\,t \quad \Rightarrow \quad \boxed{t = \frac{\ln n}{0.139}}$$

Entonces reemplazando n en el modelo anterior podemos hallar el tiempo en que la población crece n veces

a) Si n = 3, entonces: $t = \dfrac{\ln 3}{0.139} = 7.92 \quad años$; es decir que en 7.92 años la población se triplica.

b) Si n = 4, entonces: $t = \dfrac{\ln 4}{0.139} = 10 \quad años$; es decir que en 10 años la población se cuadruplica.

10. ***PRESENTACIÓN DE SOLUCIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS.*** - En esta fase cuando el estudiante ha resuelto el problema de manera correcta:

- Vuelve a revisar todo el proceso seguido y reflexiona sobre el mismo en la posibilidad de resolver nuevos problemas similares. También identifica los conceptos que no ha tenido claro a fin de superar esta deficiencia.

- Presenta el resultado obtenido interpretando el mismo; además indicando si es posible generalizar el procedimiento o los cálculos realizados.

Ejemplo de aplicación

La respuesta del problema es:

Respuesta: La población de triplica en 7.92 años, es decir, 7 años con 11 meses y un día. Se cuadruplica en 10 años.

Contratación de hipótesis

Como se observa, nuestra hipótesis estaba muy cercana a la realidad, nos acercamos en un 95 y 100 por ciento

.

Finalmente, de la solución del problema ejemplo podemos decir lo siguiente:

Como se observa, en la solución de problema utilizamos el modelo matemático de crecimiento poblacional, y para resolver este modelo hacemos uso del método de “separación de variables”, que nos interesa aprender.

El problema también se ha podido resolver mediante procedimientos algebraicos, pero la respuesta sería menos precisa.

En el análisis del problema se dijo que necesitamos hallar la población inicial, pero durante la solución, se precisa que no era necesario por ahora.

III. GLOSARIO DE TERMINOS

- **EJERCICIO**. - Un ejercicio consiste en el desarrollo de tareas matemáticas, fundamentalmente las que están vinculadas al desarrollo de operaciones o procedimientos heurísticos conocidos. Muchas veces estas tareas tienen la característica de ser mecánicas, sencillas, de repetición y hasta memorísticas.

- **CAPACIDADES MATEMÁTICAS**. – Conjunto de recursos y aptitudes matemáticas que tiene el individuo, que fueron aprendidas anteriormente o son innatas para desarrollar una tarea.

- **NEXO.** – Unión o combinación entre dos partes que normalmente están separadas.

- **PROBLEMA.** – Es un enunciado o situación que requiere movilizar una serie de capacidades matemáticas adquiridas para realizar una variedad de nexos y relaciones que nos permitan encontrar una respuesta o solución a una situación desconocida.

- **HIPÓTESIS**. – Es una probable solución, una conjetura o juicio anticipado y que luego de la resolución del problema se confirma o se desmiente.

- **ESTRATEGIA**. – Es un artificio ingenioso que conduce a un final planeado, es decir, es el diseño de un plan de acciones para conseguir lo buscado, en este caso para resolver el problema.

- **MODELO MATEMATICO**. – Es la descripción del comportamiento de algún sistema o fenómeno real, ya sea físico, sociológico, o económico en términos matemáticos. Esta descripción puede ser algo tan simple como una función o fórmula. (Zill D. 2008 p. 21)

- **PLAN**. – Conjunto de medios, pasos o procedimientos necesarios para conseguir un objetivo, en nuestro caso, resolver un problema.

IV. BIBLIOGRAFÍA

ESCUDERO J. (1999) Resolución de Problemas Matemáticos. Recuperado de http://platea.pntic.mec.es/jescuder/BLOG-1/Resolucion%20de%20problemas%20matematicos.pdf

POLYA, G. (1957). How to solve it. Garden City, New York: Doubleday Anchor. En castellano, Cómo plantear y resolver problemas. México: Trillas, 1987

SCHOENFELD, A.H. (1987). Cognitive science and mathematics education. Hillsdale. N.J.: Lawrence Eribaum Associates.

VARELA N. P. (1991) La resolución de problemas en la enseñanza de las ciencias. Aspectos didácticos y cognitivos. Tesis doctoral, Universidad Complutense de Madrid.
VILANOVA S. Y OTROS. El papel de la resolución de problemas en el aprendizaje. recuperado de: file:///C:/Users/ARCADI~1/AppData/Local/Temp/203Vilanova-2.PDF

ANEXO Nº 09

TRABAJO FINAL

18 de setiembre 2014 Presentación de Trabajo Final
23 y 25 de setiembre 2014 Exposición de Trabajo Final

OBJETIVO

Al finalizar esta actividad, el estudiante habrá aplicado ecuaciones diferenciales en la solución de problemas referidos a su carrera profesional haciendo uso de la metodología de resolución de problemas.

INSUMO

- Material de estudio (apuntes de clases)
- Guía de resolución de problemas

INDICACIONES

Para realizar el trabajo final, considere lo siguiente:

- **Primera parte:** TRABAJO FÍSICO
  1. Organízate en equipos de trabajo de tres (03) estudiantes.
  2. Selecciona o formula 6 problemas con temática de tu carrera profesional.
  3. Resuelve cada problema aplicando la metodología de resolución de problemas.
  4. No se calificará trabajos incompletos e inconclusos.
  5. Desarrolla y presenta el trabajo considerando la estructura que se adjunta como anexo (ESTRUCTURA DEL TRABAJO).

- **Segunda parte:** EXPOSICIÓN
  1. Estar presente en el sorteo de exposición, que será el mismo día de entrega de trabajo impreso.
  2. Elige uno de los seis problemas para tu exposición.
  3. Elabora material para tu exposición.
  4. El tiempo de exposición por equipo es 30’ minutos como máximo.

CRITERIOS

- Los criterios de evaluación tanto en el trabajo físico como en la exposición, son:

Características formales

- Realizar el trabajo en un procesador de texto
- Utilice letra Arial 11 puntos, espacio interlineal 1.5
- El plagio dará lugar a descalificación del trabajo final, con nota de cero (0)

Instrucciones para la entrega

- El trabajo final puedes presentarlo impreso o en CD.
- El trabajo debe ser entregado directamente al docente en horas de clase, en la fecha señalada hasta las 10:30 am.

Instrucciones para la exposición

- Estar minutos antes de su turno de exposición.
- Desarrollar su exposición según tiempo establecido.
- El grupo con trabajo físico incompleto e inconcluso no tiene lugar a exposición.
- La **RUBRICA** de evaluación del trabajo físico y exposición es la siguiente:

CRITERIOS	INDICADORES DE LOGRO			
	Excelente (4 puntos)	Bueno (3 puntos)	En proceso (2 puntos)	En inicio (1 punto)
Análisis del problema	Utiliza gráficos, extrae todos los datos del problema y los datos que debe investigar o recordar.	Utiliza gráficos, extrae parcialmente los datos del problema y los datos que debe investigar o recordar.	Extrae parcialmente los datos del problema y los datos que debe investigar o recordar.	Extrae algunos datos del problema.
Emisión de hipótesis	Propone una correcta solución a priori del problema planteado.	Propone una solución a priori muy cercana a la solución real del problema planteado.	Propone una solución a priori poco cercana a la solución real del problema planteado.	No propone una solución a priori del problema planteado
Estrategias de resolución	Diseña un plan en el cual, se observa que identifica o crea las fórmulas o modelos utilizando ED. de acuerdo al análisis. Justifica su propósito. Indica los cálculos previos que debe hacer para hallar la solución del problema.	Diseña un plan en el cual, se observa una selección correcta de las fórmulas o modelos de acuerdo al análisis. Justifica su propósito.	Se observa una selección de las fórmulas o modelos. Justifica su propósito de manera ambigua. Indica algunos cálculos previos.	Se observa una selección incorrecta de las fórmulas o modelos. Justificación incorrecta del propósito.
Resolución del problema	En la resolución se evidencia orden lógico, el uso cálculos previos y la aplicación de las fórmulas o modelos seleccionados.	En la resolución se evidencia orden lógico, el uso cálculos previos y la aplicación de las fórmulas o modelos	En la resolución no se evidencia orden lógico, ni el uso de cálculos previos. Aplica fórmulas o	En la resolución no se evidencia orden lógico, el uso cálculos previos ni

	El resultado obtenido es el correcto.	seleccionados. El resultado obtenido es el correcto parcialmente.	modelos seleccionados.	aplicación de fórmulas o modelos seleccionados.
Presentación de solución y análisis de resultados	Señala con precisión la respuesta que da solución al problema. Interpreta correctamente los resultados obtenidos. Contrasta resultados con la hipótesis planteada. Evidencia con claridad la ruta lógica seguida que le permite obtener resultados correctos.	Señala con precisión la respuesta que da solución al problema. Interpreta correctamente los resultados obtenidos. Evidencia con claridad la ruta lógica seguida que le permite obtener resultados correctos.	Señala con precisión la respuesta que da solución al problema. Interpreta correctamente los resultados obtenidos.	Presenta resultados incorrectos.

Puntaje

- El trabajo físico tiene un puntaje de 20 puntos. (TF)
- La exposición tiene un puntaje de 20 puntos. (ET)
- El promedio se obtiene considerando el puntaje obtenido en el trabajo físico y el puntaje obtenido de la exposición: $Nota = \frac{(TF+ET)}{2}$

ESTRUCTURA DEL TRABAJO FINAL

TITULO

Contiene, en síntesis, el título de los problemas a desarrollar.

INDICE

Contiene la estructura de su trabajo indicando la página.

1.- INTRODUCCION

Es la presentación del trabajo, por qué es importante y que pretende demostrar en el área de estudio, qué aspectos se desarrolló en el trabajo.

2.- OBJETIVOS

Qué pretende lograr con la solución de problemas aplicados a su carrera, cuál es el aporte. Empezar la redacción con un verbo en infinitivo.

Se recomienda hasta tres objetivos.

3.- BREVE FUNDAMENTO TEÓRICO DEL PROBLEMA

Se refiere a un resumen de las bases teóricas que sostiene a los problemas. Si los problemas son de diferente temática, el resumen teórico debe tener correspondencia a cada problema.
Es fundamental colocar la fuente bibliográfica consultada o tomada en cuenta.

4.- PROBLEMA

4.1 Presentación del problema o enunciado en el contexto de su carrera.
4.2 Solución del problema, tomando en cuenta las fases de resolución dadas en la ***guía de resolución de problemas***:

- 4.2.1 Análisis del problema
- 4.2.2 Emisión de hipótesis
- 4.2.3 Planteamiento de estrategias
- 4.2.4 Resolución del problema
- 4.2.5 Presentación de solución y análisis de resultados

5.- CONCLUSIONES

Contiene los resultados obtenidos con la solución del problema. Se expresan en enunciados o afirmaciones que señalan sus resultados. Son breves y claras.

6.- BIBLIOGRAFÍA

Se consigna la bibliografía consultada: Autor, año, título, editorial. Seguir la Norma APA

ANEXO Nº 10

PROPUESTA DE RÚBRICA ANALÍTICA PARA EVALUAR COMPETENCIAS DEL MODELO EDUCATIVO UPT					
COMPETENCIAS	**NIVELES DE LOGRO**				TOTAL
	MUY BAJO (1)	BAJO (1)	MODERADO (1)	ALTO (2)	
GENERICAS (1)	El estudiante se desenvuelve correctamente en la aplicación de las competencias genéricas como: emprendimiento, trabajo en equipo. En su actuación frente a la solución de problemas.	El estudiante se desenvuelve correctamente en la aplicación de las competencias genéricas como: emprendimiento, trabajo en equipo, innovación. En su actuación frente a la solución de problemas.	El estudiante se desenvuelve correctamente en la aplicación de las competencias genéricas como: emprendimiento trabajo en equipo, innovación, compromiso ético. En su actuación frente a la solución de problemas.	El estudiante se desenvuelve correctamente en la aplicación de las competencias genéricas como: emprendimiento trabajo en equipo, innovación, creatividad, aprendizaje continuo y compromiso ético. En su actuación frente a la solución de problemas.	

ESPECIFICAS (2)	El estudiante se desenvuelve correctamente en la aplicación de las competencias específicas como: Resuelve ecuaciones diferenciales lineales	El estudiante se desenvuelve correctamente en la aplicación de las competencias específicas como: Resuelve ecuaciones diferenciales lineales, y ecuaciones no resueltas con respecto a la primera derivada	El estudiante se desenvuelve correctamente en la aplicación de las competencias específicas como: Resuelve ecuaciones diferenciales lineales, ecuaciones no resueltas con respecto a la primera derivada, ecuaciones diferenciales de orden superior.	El estudiante se desenvuelve correctamente en la aplicación de las competencias específicas como: Resuelve ecuaciones diferenciales lineales, ecuaciones no resueltas con respecto a la primera derivada, ecuaciones diferenciales de orden superior, resuelve problemas aplicados a Ingeniería Civil.	
					20

ANEXO Nº 11

PRODUCTO FINAL DEL CURSO

UNIVERSIDAD PRIVADA DE TACNA
FACULTAD DE INGENIERÍA

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL

APLICACIONES DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES

DOCENTE: MG. ARCADIO ATENCIO VARGAS

CURSO: MATEMATICA IV

INTEGRANTES:

- **ROMERO QUILLE, KIMBERLY**
- **CATARI SOTO, MARIO**
- **NINA TORRES, BEYKER**

GRUPO: “A”

FECHA DE ENTREGA: 18 de septiembre de 2014

FECHA DE EXPOSICION: 18 y 25 de septiembre de 2014

TACNA - PERÚ

2014

INTRODUCCIÓN:

El presente trabajo está distribuido en tres capítulos, en los que se detalla el estudio de las vigas con ecuaciones diferenciales, los cambios de temperatura en los materiales de construcción, representadas con ecuaciones diferenciales y por ultimo las mezclas de los diferentes insumos como agua y cemento o aditivos formulados mediante ecuaciones diferenciales.

Cómo las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias Lineales pueden ser útiles en las soluciones de variados tipos de problemas de la situación del mundo real, en particular se muestra cómo al traducir problemas de un lenguaje de ecuaciones diferenciales ordinarias, esto es, establecer la formulación matemática de problemas y realización del modelo matemático.

En este trabajo se desarrollará el aprendizaje de la matemática en particular y las ciencias generales aplicadas en la rama de Ingeniería Civil.
La importancia de las ecuaciones diferenciales de primer orden aplicadas en la rama de Ingeniería Civil se ha puesto especial énfasis en que los estudiantes apliquen la matemática en situaciones profesionales de su especialidad, en calidad de experto, con el doble fin de ganar en motivación y fortalecer la formación profesional.

Nuestro Propósito es mostrar un conjunto de problemas de carácter integrador en la formación del Ingeniero Civil, de forma que su resolución logre el desarrollo de habilidades de uso profesional y la elevación de la estima por la matemática debido a su utilidad instrumental.

OBJETIVOS:

- Desarrollar habilidades para la selección y aplicación de métodos analíticos, cualitativos y numéricos en la resolución de ecuaciones diferenciales de primer orden.
- Introducir al estudiante en el análisis de la solución de ecuaciones diferenciales de primer orden.
- Potenciar el desarrollo de competencias para la resolución de problemas propios de la Ingeniería Civil.
- Aplicar las ecuaciones diferenciales en la resolución de problemas reales que se presentan en el campo de la construcción
- Establecer nuevas relaciones de las ecuaciones diferenciales y problemas aplicativos a la ingeniería civil.

FUNDAMENTO TEÓRICO DEL PROBLEMA:

Identificación de las variables a las que se atribuye el cambio del sistema. Al principio se podría elegir no incorporar todas estas variables en la sustentación del problema. En este paso se está especificando el nivel de resoluciones modelo.

Se elabora un conjunto de suposiciones razonables, o hipótesis acerca del sistema que se está intentando describir estas suposiciones también incluirán algunas leyes empíricas que podrían ser aplicados a los sistemas

La ley de Newton expresa que la rapidez con que se enfría un objeto es proporcional a la diferencia entre su temperatura y la temperatura ambiente. La ecuación diferencial que modela dicho fenómeno es T´(t) = K$[T(t) - Ta]$; cuya solución es:

$$T(t) = Ta + C.e^{kt}$$

PROBLEMA 1.-

1. Cuando un objeto absorbe calor del medio que lo rodea sigue la ley de Newton. Se tiene una barra de acero de 3/8”, cuya temperatura inicial es de 20°C, ésta es usada como una prueba de resistencia al aumento de calor, por lo que se deja caer en un recipiente con agua hirviendo. Calcular el tiempo que dicha barra de acero tardará en alcanzar los 90°C, si por dato sabemos que su temperatura es aumentada 2°C por segundo ¿Cuánto tardará la barra de acero de 3/8” en alcanzar la temperatura de 98°C?

<u>Análisis del problema</u>

Por el enunciado sabemos que la barra de acero pasará de una temperatura ambiental a otro medio más caliente, es decir:
T_1= 20ºC Pero el punto de ebullición del agua es de T= 100ºC
T_2= 90ºC y 98ºC

El proceso de cambio será en el agua hirviendo (medio de cambio)

La temperatura aumenta a una temperatura constante de 2ºC en cada segundo.
Se requiere saber en qué tiempo (t) alcanza 90 y 98 grados centígrados.

<u>Emisión de Hipótesis</u>

La barra de acero se calienta rápidamente, es buen conductor de calor.

<u>Estrategias</u>

La ley de Newton expresa que la rapidez con que se enfría un objeto es proporcional a la diferencia entre su temperatura y la temperatura ambiente. La ecuación diferencial que modela dicho fenómeno es T´(t) = K$[T(t) - Ta]$; cuya solución es:

$$T(t) = Ta + C.e^{kt}$$

La temperatura ambiente es este caso es Ta =100, mientras que la temperatura inicial es T(0) =20

Solución:

Por lo tanto:

$$T(0) = 100 + Ce^{k0} = 100 + C = 20 \qquad \Rightarrow \qquad C = -80$$

Como la temperatura aumento 2°C en 1 s encontramos que T (1) =22. Así que:

$$T(1) = 100 + 80.e^{k} = 22 \qquad \Rightarrow \qquad 78 = -80e^{k} \qquad \Rightarrow \qquad K = \ln\frac{78}{80}$$

Por tanto, la temperatura en cualquier instante "t" es:

$$T(t) = 100 - 80e^{t\ln\frac{78}{80}}$$

Para calcular el tiempo que tarda la barra de acero 3/8" en alcanzar 90°C resolvemos la ecuación T(t) = 90:

$$100 - 80e^{t\ln\frac{78}{80}} = 90 \qquad \Rightarrow \qquad 10 = 80e^{t\ln\frac{78}{80}} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{1}{8} = e^{t\ln\frac{78}{80}}$$

$$\Rightarrow \qquad t = \frac{\ln\frac{1}{8}}{\ln\frac{78}{80}} \simeq 82.1\, s.$$

Similarmente, para calcular el tiempo que tarda en alcanzar 98°C resolvemos la ecuación T(t) = 98:

$$100 - 80e^{t\ln\frac{78}{80}} = 98 \qquad \Rightarrow \qquad 2 = 80e^{t\ln\frac{78}{80}} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{1}{40} = e^{t\ln\frac{78}{80}}$$

$$\Rightarrow \qquad t = \frac{\ln\frac{1}{40}}{\ln\frac{78}{80}} \simeq 145.7\, s.$$

Presentación de resultados y análisis

La barra de acero alcanza una temperatura de 90ºC en 82.1 segundos y 98ºC en 145.7 segundos.

Es decir, pasados los dos minutos y medio se alcanza los 98ºC, ello indica la buena conductividad térmica de la barra de acero.

CONCLUSIONES:

- El equipo de estudio concluyó que la aplicación de ecuaciones diferenciales de primer orden con respecto al teorema de variabilidad de temperatura de Newton nos damos cuenta que los datos teóricos son muy similares a los encontrados con el experimento físico.

- Las ecuaciones diferenciales son una herramienta práctica para el desarrollo de diversos problemas que se plantean en la Ingeniería y las ciencias intervienen la física, la química, la economía, etc.

BIBLIOGRAFIA:

- Mora,H,;Argüelles,L; Recarey ,C." Experiencias en la aplicación de la Computación en las asignaturas de perfil estadísticos en la Carrera de Ingeniería Civil. COMPUMAT 2000. Cuba.

- Escalona, E. ¿Aprender Descubriendo? Una nueva tendencia de la Matemática Educativa, Capitulo 2 de Tendencias Iberoamericanas en la Educación Matemática, Edición de la Universidad Autónoma de Sinaloa,2001.

FUNDAMENTO TEÓRICO DEL PROBLEMA:

Es por ello que el estudiante universitario debe conocer, desarrollar y aplicar las ecuaciones diferenciales para poder resolver los problemas que se les presenta siendo importante conocer formas de aplicar en su vida cotidiana en el desarrollo de problemas directamente relacionados con la carrera de ingeniería Civil.

Se experimenta cuáles son las variables y en segundo lugar la expresión diferencial que describe el problema, tenemos aquí la presencia de dos soluciones:

- ✓ Solución General
- ✓ Solución Particular

Al aplicar la solución particular se debe aplicar las condiciones iniciales del problema a la solución general.

PROBLEMA 2.-

2. Un producto nuevo de cemento se introduce a través de unas campañas de publicidad a una población de 1 millón de clientes potenciales. La velocidad a la que la población se entera del producto se supone que es proporcional al número de personas que no son conscientes de este producto. Al final de un año, la mitad de la población ha oído hablar del producto. ¿Cuántos han oído hablar de él por el final de 2 años?

Análisis del problema

Clientes potenciales = 1,000,000
En 01 año se enteran 500,000 clientes
En dos años = ¿?

Emisión de Hipótesis

En dos años se enteran del producto, la totalidad de la población.

Estrategias

1) En primer lugar, definiremos las variables que forman parte del problema:

- Y: es el numero en millones de personas (clientes potenciales).
- T: tiempo que ha oído hablar del producto.
- (1-y): es el número de personas que no han oído de este producto de cemento.
- $\frac{dy}{dt}$: la velocidad a la que la población conoce sobre el producto del cemento.

2) En segundo lugar, especificamos la expresión diferencial que describe el problema.
Esta ecuación significa que la tasa de cambio de "y", es proporcional a la diferencia entre "1" y "y".

$$\frac{dy}{dt} = k\,(1-y) \qquad ECUACION\ DIFERENCIAL$$

SOLUCION:

Para resolver la ecuación diferencial:

Separamos las variables:

$$dy = k(1-y)dt \qquad \rightarrow \qquad Forma\ Diferencial$$

$$\frac{dy}{(1-y)} = k\,dt$$

Integramos a ambos lados de la igualdad:

$$\int \frac{dy}{(1-y)} = \int k\,dt$$

$$-\ln|1-y| = k\,t + C_1$$

$\ln|1-y| = -k\,t + C_1$ $\rightarrow$ $\mathit{Multiplicamos\ por\ }(-1)$

$1-y = e^{-kt} + C_1$
$\rightarrow$ $\mathit{Aplicamos\ propiedades\ de\ los\ logaritmos\ y\ asumimos\ que\ } y < 1$

$y = 1 - Ce^{-kt}$

$y = 1 - Ce^{-kt}$	Solución General

Para el cálculo de la solución particular se debe aplicar las condiciones iniciales del problema a la solución general, es decir:

Y = 0 cuando t = 0 , por tanto C = 1

Y = 0.5 cuando t =1 , por tanto k = ln(2) = 0.693 $0.5 = 1 - Ce^{-k}$

$y = 1 - Ce^{-0.693t}$	Solución Particular

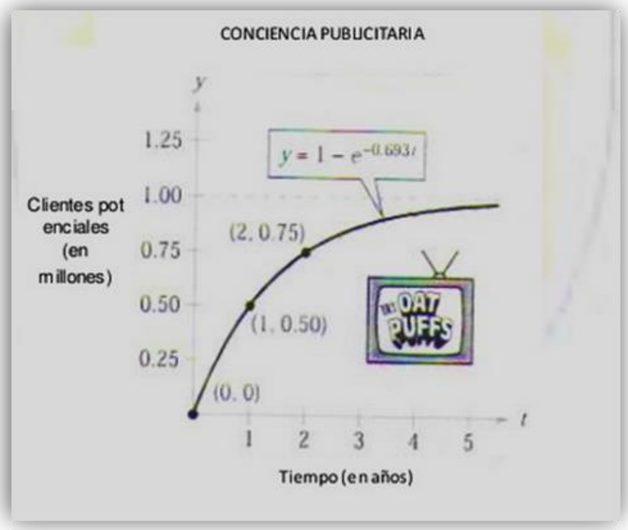
En la solución particular reemplazamos t =2, esto es el número de años que ha transcurrido desde la publicación del producto y sobre el cual se va a evaluar el total de personas que lo conocen hasta el momento.

$y = 1 - Ce^{-0.693(2)}$

$y = 0.75$ ó 750000 Personas

Presentación de la solución y análisis

Explicación: Al final de dos años las personas que han oído hablar del producto (nuevo cemento) son 750000.



Interpretación: Notamos que la curva asciende a medida que avanza el tiempo. Eso significa que los clientes potenciales aumentan cuando pasa el tiempo.

CONCLUSIONES:

- Las ecuaciones diferenciales permiten posibilitan calcular variaciones de diferentes magnitudes ya sean escalares y/o vectoriales.
- Las ecuaciones diferenciales permiten aprovechar el enfoque de resolución de problema útiles en la vida profesional de los Ingenieros.

BIBLIOGRAFIA:

- Argüelles, L, Chagoyén, E. "Plan Director de Matemática para Ingeniería Civil,UCLV,1996.
- Waner, S; Castenoble, S. Applied Calculus (second edition). Books/Cole, 2001.

FUNDAMENTO TEORICO DEL PROBLEMA:

En el campo de la ingeniería civil, básicamente en la construcción existen muchas aplicaciones de las ecuaciones diferenciales las cuales están relacionadas a los cambios que surgen los materiales, en este caso al estudio de flexiones.

El problema consiste en determinar la flexión de una viga rectangular sometida a una carga. Inicialmente la viga es recta y su eje central coincide con el eje x.

Posteriormente, dicho eje se ha desplazado debido a la acción de la carga; Lo que se desea es obtener la ecuación de la curva punteada, llamada curva elástica, que nos da la deformación de la viga.

Por simplicidad consideraremos la curva elástica y un punto P(x, y) sobre ella. De los cursos de Física se sabe que el momento M en el punto P es la suma algebraica de los momentos de las fuerzas externas que actúan sobre el segmento de la curva. Aquí supondremos que las fuerzas hacia arriba dan momentos positivos y las fuerzas hacia abajo dan momentos negativos. El momento está dado por

$$M = EI\frac{dy^2}{dx}$$

Dónde:

- E: módulo de elasticidad
- I: momento de inercia

(VENTURA B. JOSE 2004)

PROBLEMA 3.-

En una construcción de una vivienda unifamiliar se tiene una viga principal de 8 m de longitud que está apoyada en dos columnas verticales.

Si la viga tiene una carga uniforme de 2500 kg por metro de longitud y una carga al centro de 15000 kg, ¿cuál es la curva elástica de la viga?

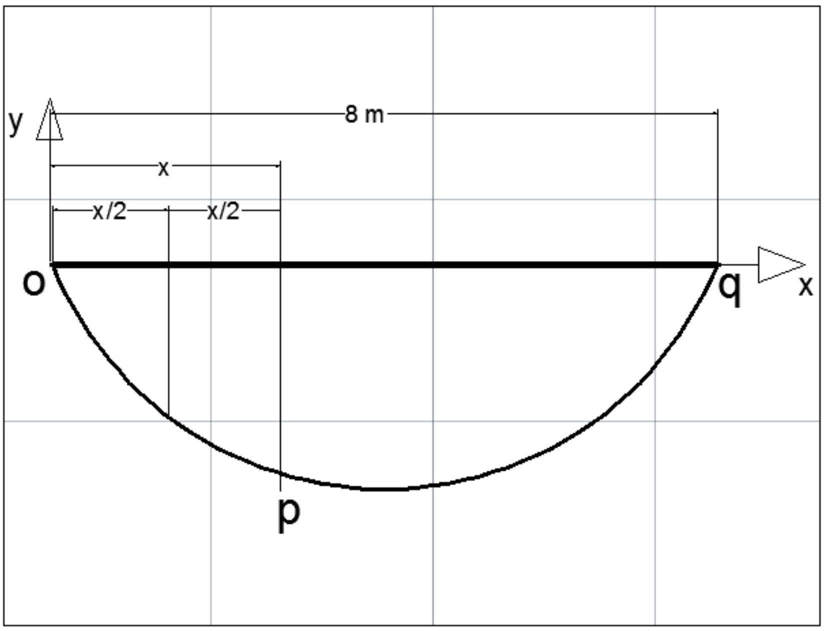
<u>Análisis del problema</u>

Longitud de la viga = 8m

Carga Uniforme =2500Kg por metro de longitud

Carga al centro = 15000 Kg

Se pide la ecuación de la curva elástica de la viga



<u>Estrategias y solución</u>

Las fuerzas que actúan sobre *OP* son:

- Una fuerza aplicada en O a x metros de P, dirigida hacia arriba e igual a la carga total, es decir:
  $\frac{1}{2}[(15000) + 8(2500)]$

- Una fuerza de 15000X dirigida hacia abajo que está en el punto medio de OP
  Así el momento flector en P es.

$$M = F_1 d_1 + F_2 d_2$$

$$M = \frac{1}{2}[(15000 + 8(2500)]X - 2500X(\frac{x}{2})$$

$$M = 17500x - 1250x^2$$

Entonces la ecuación diferencial tiene la siguiente forma:

$$\mathrm{M} = \mathrm{EI}\frac{\mathrm{dy}^2}{\mathrm{dx}}$$

$$\mathrm{EI}\frac{\mathrm{dy}^2}{\mathrm{dx}} = 17500x - 1250x^2$$

Resolvemos integrando directamente una vez

$$\mathrm{EI}\frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{dx}} = 8750x^2 - \frac{1250}{3}x^3 + c1$$

Volvemos a integrar:

$$\mathrm{EI(y)} = \frac{8750}{3}x^3 - \frac{1250}{12}x^4 + c1(x) + c2$$

Ahora analizamos la viga:

En el punto O, $x = 0$ y $y = 0$

$$\mathrm{EI}(0) = \frac{8750}{3}0^3 - \frac{1250}{12}0^4 + c1(0) + c2$$

$$\mathrm{c}2 = 0$$

En el punto Q, $x = 8$ y $y = 0$

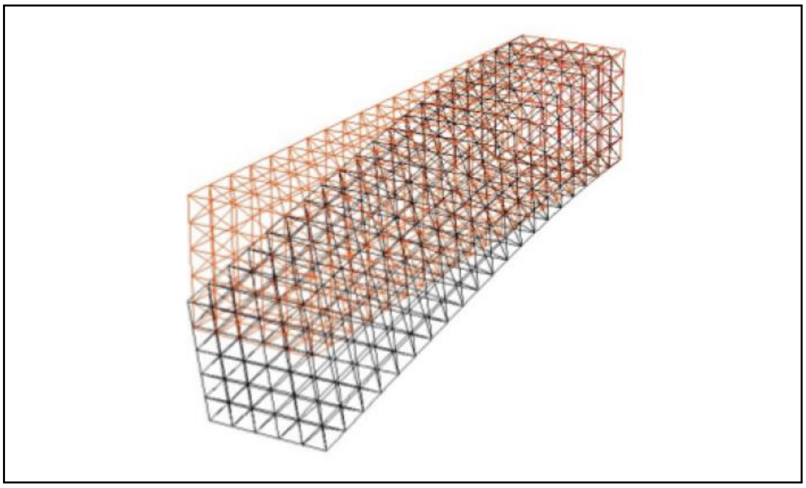
$$EI(0) = \frac{8750}{3}8^3 - \frac{1250}{12}8^4 + c1(8) + c2$$

$$c1 = -133333.33$$

Presentación de resultado e interpretación

Por lo tanto, la curva elástica de la viga está dada por la solución:

$$y = \frac{2916.667x^3 - 104.1667x^4 - 133333.33(x)}{EI}$$



INTERPRETACION:

Si queremos conocer la ecuación de la curva elástica debemos resolver la ecuación diferencial, con esta ecuación hallada, conociendo el módulo de elasticidad y la inercia de la viga se puede representar gráficamente cual será la deformación de la viga.

CONCLUSIONES:

- La ecuación del momento flector en el punto "P" es de $17500x - 1250x^2$
- En el punto "O" no se tiene valor de constante pero el punto "P" donde hay una distancia y por consiguiente un momento el valor de constate es de $c1 = -133333.33$.
- La ecuación final de la curva elástica de la viga de 8 metros es:

$$y = \frac{2916.667x^3 - 104.1667x^4 - 133333.33(x)}{EI}$$

FUNDAMENTO TEORICO DEL PROBLEMA:

Una viga es un elemento estructural que soporta cargas aplicadas en varios puntos a lo largo del elemento.

(BEER, JOHNSTON, DEWOLF, & MAZUREK, 2013)

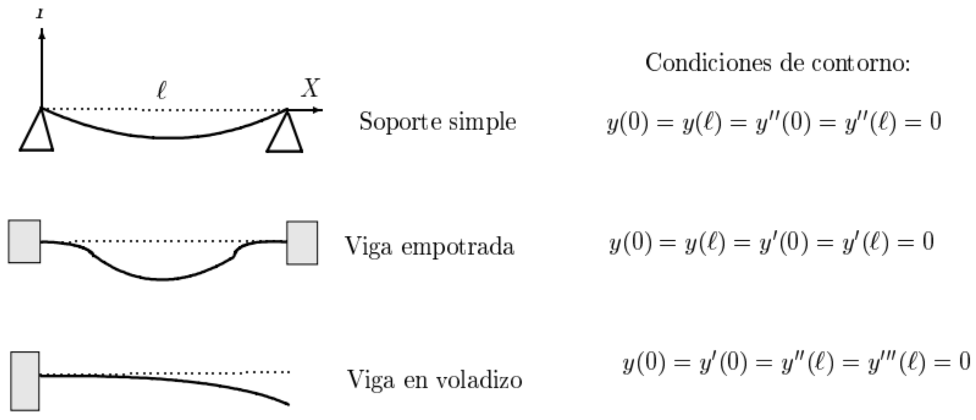
Aunque en vigas y marcos las deformaciones se presentan principalmente por flexión, las deformaciones por esfuerzos axiales en columnas de marcos y las deformaciones por cortante, sobre todo en elementos altos o profundos no dejan de ser importantes.

Trazado tentativo de la curva elástica

Se denomina por curva elástica, la curva que representa la deformada del elemento en su línea centroidal.

En vigas y marcos se puede hacer un trazado tentativo de la curva elástica considerando las curvaturas que se producen por flexión y las restricciones de los apoyos.

VENTURA B. JOSE 2004)



PROBLEMA 4.-

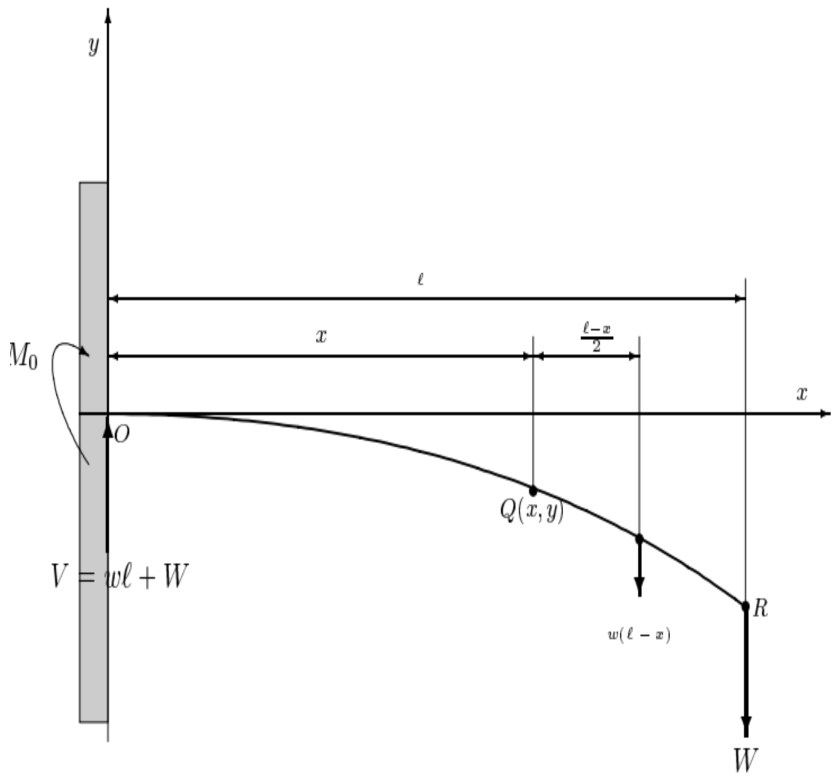
Una viga horizontal de longitud 200 cm está apoyada en su extremo izquierdo y libre en el derecho, siendo esta una viga empotrada el peso de la viga es de 1000 kg y la fuerza en un extremo es de W1= 2500 kg.

Encontrar la ecuación de su curva elástica y su deflexión máxima cuando:

a) La viga está sometida a su propio peso por unidad de longitud (W = constate)
b) La viga está sometida a su propio peso y a una carga W1 localizada en el extremo libre.

Análisis del problema

L = 200cm
Apoyada en su expremo izquierdo, libre en el extremo derecho
Peso de la viga = 1000 Kg
Fuerza en un extremo = 2500 Kg.
Debemos hallar la ecuación de la curva elástica sometida a su propio peso y cuando está sometida a 2500 Kg.



Estrategias y solución:

Solución para la parte A:

Recordando igualmente que $M'(x) = -F(x)$, el momento flexor M puede calcularse como la integral:

$$M(x) = M(0) - \int_0^x F(l)dl = M(0) + \sum_{x>x_i} x_i W_i + \int_0^x l w(l)dl - xF(x),$$

que introducida en la ecuación diferencial anterior rebaja el orden a dos:

$$y''(x) = -\frac{1}{EI_x} M(x),$$

Ecuación de su curva elástica:

$$EI\ y(x) = \frac{w}{24}(4lX^3 - 6l^2x^2 - x^4$$

$$EI\ y(x) = \frac{1000}{24}(4(2)X^3 - 6(2)^2x^2 - x^4)$$

$$EI\ y(x) = 333.33X^3 - 1000x^2 - 41.66x^4$$

Ecuación de la deflexión máxima:

$$ymax = \frac{wl^4}{8EI}$$

$$ymax = \frac{1000(2^4)}{8EI}$$

Calculo del momento de inercia

$$I = \frac{30x45^3}{12}$$

$$I = 227812.5\ cm^4$$

Solución para la parte B:

Ecuación de su curva elástica:

$$EI\ y(x) = \frac{w}{24}(4lX^3 - 6l^2x^2 - x^4) + W1(\frac{x^3}{6} - \frac{lx^2}{2})$$

$$EI\ y(x) = \frac{1000}{24}(4(2)X^3 - 6(2)^2x^2 - x^4) + 2500(\frac{x^3}{6} - \frac{(2)x^2}{2})$$

$$EI\ y(x) = (333.333)X^3 - 1000x^2 - 41.46x^4) + 416.66x^3 - 2500x^2)$$

Ecuación de la deflexión máxima:

$$ymax = -(\frac{wl^4}{8EI} + \frac{w1l^3}{3EI})$$

$$ymax = -(\frac{1000\,(4)^4}{8EI} + \frac{2500(2)^3}{3EI})$$

Calculo del momento de inercia

$$I = \frac{30x45^3}{12}$$

$$I = 227812.5\ cm^4$$

INTERPRETACION:

Con esta ecuación hallada, conociendo el módulo de elasticidad y la inercial de la viga se puede representar gráficamente cual será la deformación de la viga. Para el cálculo de la deflexión máxima solamente se necesita remplazar los pesos y la longitud de la viga.

CONCLUSIONES:

La viga tiene una longitud de 200 cm y dos cargas una es su mismo peso y la otra que es aplicada en el extremo, estas se agregan a las ecuaciones que se calcularon.

- el momento de inercia en ambos casos es de 227812.5 cm4, ya que son de la misma dimensión.

BIBLIOGRAFÍA:

- Beer, F., Johnston, R., DeWolf, J., & Mazurek, D. (2013). Mecánica de Materiales (Sexta edición ed.). México: McGraw-Hill Education.

- Simmons, G., & Krantz, S. (2007). Ecuaciones diferenciales. Teoría, técnica y práctica. México: McGraw-Hill Education.

- Zill, D., & Wright, W. (2012). Matemáticas Avanzadas para Ingeniería (Cuarta edición ed.). México, Distrito Federal: McGraw-Hill.

FUNDAMENTO TEORICO DEL PROBLEMA:

Velocidad de flujo es la velocidad a la que se transporta una sustancia a través de una línea de un proceso. Puede expresarse en unidades másicas (masa/tiempo), volumétricas (volumen/tiempo) o molares (moles/tiempo).

La densidad de un fluido puede utilizarse para convertir una velocidad de flujo volumétrico conocida de un flujo de un proceso en la velocidad de flujo másico de ese flujo, o viceversa.

La masa molar de una sustancia puede utilizarse para relacionar la velocidad de flujo másico de un flujo continuo de la sustancia con su correspondiente velocidad de flujo molar.

Los medidores más empleados para la velocidad de flujo son el rotámetro y el medidor de orificio.

PROBLEMA 5.-

Un tanque que está lleno con 200 gal de agua en los cuales se disuelven 20 lb de sal. Una salmuera que contiene 2lb de sal por galón, se bombea al tanque con una rapidez de 6 gal/min y la mezcla bien agitada sale a la misma tasa.

a) Halle el número de libras de sal en el tanque en cualquier tiempo.

b) ¿Cuánta sal está presente después de 1hora?

c) ¿Cuánta sal estará presente después de un tiempo largo?

<u>Análisis del problema</u>

Al tanque se bombea 6 gal/min de salmuera y sale la misma cantidad, por lo tanto, el volumen de la solución permanece constante; no se disminuye, ni rebosa el tanque.
Volumen del tanque = 200 gal
Cantidad de sal inicial = 20 lb
Salmuera tiene 2 lb/gal de sal
Velocidad de entrada de la salmuera = 6 gal/min
Velocidad de salida de la solución = 6 gal/min

Se pide calcular la ecuación que halle la cantidad de sal para cualquier tiempo t También se pide la cantidad de sal después de 1 hora.

Emisión de hipótesis

La cantidad de sal luego de una hora debe aumentar.

Estrategias y solución:

Denotemos con A(t) el número de libras de sal en el tanque después de t

minutos. Entonces $\frac{dA}{dt}$ mide la tasa de cambio de A(t) con respecto al tiempo.

Por conservación de masa, tenemos que:

$$\frac{dA}{dt} = R_1 - R_2 \ldots\ldots\ldots\ldots (*)$$

Donde R_1 y R_2 son la rapidez con que entra y sale la sal del tanque, respectivamente.

Sean G_1 y G_2 el gasto volumétrico de las soluciones de entrada y la salida al tanque y C_1 , C_2 sus concentraciones de sal. Entonces

$$R_1 = G_1C_1 = \left(2\frac{lb}{gal}\right)\left(6\frac{gal}{min}\right) = 12\frac{lb}{min}$$

$$R_2 = G_2C_2 = \left(\frac{A(t)}{200}\frac{lb}{gal}\right)\left(6\frac{gal}{min}\right) = \frac{3}{100}A(t)\frac{lb}{min}$$

En consecuencia, la ecuación (*) se reduce a

$$\frac{dA}{dt} = 12 - \frac{3}{100}A$$

$$\frac{dA}{dt} + \frac{3}{100}A = 12$$

la cual resolvemos sujeta a la condición inicial $A(0) = 20$.

Presentación de solución y análisis

a) La solución a este problema de valor inicial es

$$A(t) = 400 - 380e^{-\frac{3}{100}t}$$

que nos da la cantidad de sal al tiempo t (en minutos).

b) Después de 1 hora la cantidad de sal es

$$A(30) = 400 - 380e^{-\frac{3}{100}*60} = 337.19\ lb$$

c) Después de que transcurra un largo tiempo notamos que A tiende a 400.

CONCLUSIONES:

- La cantidad de sal que se encuentra presente después de una hora son 337.19 libras.
- La cantidad de sal que habrá en el tanque de agua va a tender siempre a 400 lb, de modo que aumentará de manera proporcional al tiempo sin tener variaciones.

BIBLIOGRAFÍA:

- Simmons, G., & Krantz, S. (2007). Ecuaciones diferenciales. Teoría, técnica y práctica. México: McGraw-Hill Education.

- Argüelles, L, Chagoyén, E. "Plan Director de Matemática para Ingeniería Civil,UCLV,1996.

- Zill, D., & Wright, W. (2012). Matemáticas Avanzadas para Ingeniería (Cuarta edición ed.). México, Distrito Federal: McGraw-Hill.

FUNDAMENTO TEORICO DEL PROBLEMA:

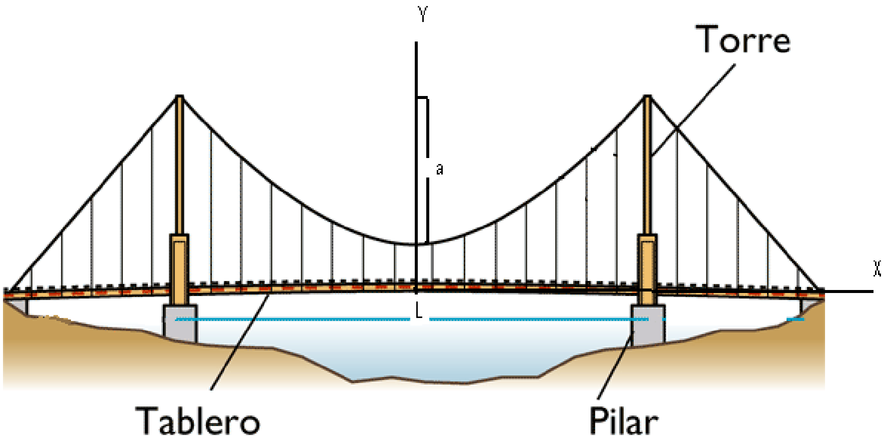
Si la tasa de entrada de líquido al tanque es igual a la tasa de salida de líquido del tanque (Q1 = Q2) entonces el volumen en cualquier instante de tiempo t es el mismo, es decir, el volumen se mantiene constante (V(t) = V0, con V0 volumen inicial).

Si la tasa de entrada de líquido al tanque es mayor a la tasa de salida de líquido del tanque (Q1 > Q2) entonces el volumen en cualquier instante de tiempo t es mayor que el volumen inicial V0 (V(t) > V0).

Si la tasa de entrada de líquido al tanque es menor a la tasa de salida de líquido del tanque ($Q1 < Q2$) entonces el volumen en cualquier instante de tiempo t es menor que el volumen inicial V0 ($V(t) < V0$).

PROBLEMA 6.-

Un cable de un puente colgante tiene sus soportes en el mismo nivel, separados a una distancia de L pies. Los soportes están a "a" pies por encima del punto mínimo del cable. Si el peso del cable es despreciable pero el puente tiene un peso uniforme de w libras por pies. Se pide hallar la tensión de los cables y soporte.



Análisis del problema

Los cables a menudo son usados en estructuras ingenieriles para soportar y transmitir cargas de un miembro a otro. Cuando se utilizan para soportar puentes colgantes y ruedas de tranvía. Los cables constituyen el elemento principal de carga de la estructura.

En el análisis de fuerzas de tales sistemas, el peso del cable puede ser ignorado por ser a menudo pequeño comparado con la carga que lleva.

Por otra parte, cuando los cables se usan como líneas de transmisión y retenidas para antenas de radio y grúas, el peso del cable puede llegar a ser importante y debe ser incluido en el análisis estructural.

- Se examinará la parte de un cable entre su punto mínimo y un punto arbitrario P. Tres fuerzas actúan sobre el cable: las tensiones T1 y T2 que son tangentes al cable en P y la porción W de la carga vertical total entre el punto P.

- Cable flexible de peso despreciable, soporta un puente uniforme, su forma es parabólica.

$$w = \frac{dw}{dx}$$

Peso por unidad de longitud del puente es constante (en dirección al eje x).

$w(x)$: funcion del peso del puente

w: peso por unidad de longitud del puente

<u>Planteamiento de estrategias</u>

Si

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{T_1} \cdot \frac{dw}{dx} = \frac{w}{T_1}$$

Es una ecuación diferencial de segundo grado, la cual resolveremos por sustitución:

Sea

$$P = \frac{dy}{dx} \quad ; \quad \frac{dP}{dx} = \frac{d^2y}{dx^2}$$

Entonces:

$$\frac{dP}{dx} = \frac{w}{T_1} \quad ; \quad \text{donde } P = \frac{w}{T_1} + C_1$$

Condiciones iniciales:

$$Y(0) = b \quad , \quad Y'^{(0)} = P(0) = 0 \quad \text{(pendiente de la tangente al cable en } x = 0\text{)}$$

$$P(0) = 0 = C_1$$

Entonces:

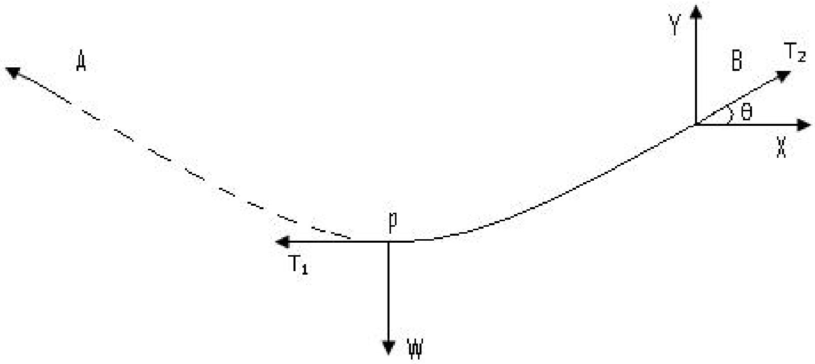
$$\frac{dy}{dx} = P = \frac{w}{T_1}x$$

Luego la solución general será:

$$y = \frac{w}{2T_1}x^2 + b$$

Solución del problema

a) Para calcular la tensión en el punto más bajo T_1 hacemos un diagrama de fuerzas para un segmento de cable.



$W = wx$, el peso en funcion de la distancia

Equilibrio de fuerzas:

$$\sum Fx = 0 \Rightarrow T_1 = T_2\cos\theta$$

$$\sum Fy = 0 \Rightarrow W = T_2\,\text{sen}\theta$$

$$\frac{dy}{dx} = \tan\theta = \frac{W}{T_1} = \frac{wx}{T_1}$$

Haciendo un traslado del eje x al punto más bajo de la curva descrita por el cable, la ecuación queda:

$$y(x) = \frac{w}{2T_1}x^2$$

En el punto B de coordenadas (L/2, a), se tiene:

$$\alpha = \frac{w}{2T_1}\cdot\frac{l^2}{4} \quad , \quad \text{de donde,}$$

$$\mathbf{T_1 = \frac{wl^2}{8a}}$$

b) La tensión en los soportes A y B, de las torres según el esquema plantado, seria:

$T_A = T_B$

Como:

$$\tan\theta = \frac{W}{T_1} = \frac{wx}{T_1}$$

En el extremo B tenemos x=L/2, y θ_B, luego

$$\tan\theta_B = \tan\frac{W}{T_1} = \frac{wL/2}{wL^2/8a} = \frac{4a}{L}$$

Entonces:

$$\cos\theta_B = \frac{L}{\sqrt{16a^2 + L^2}}$$

Donde:

$$T_B = \frac{T_1}{\cos\theta_B} = \frac{wL}{8} * \sqrt{16a^2 + L^2}$$

Entonces:

$$\mathbf{T_B = \frac{wL}{8} * \sqrt{16a^2 + L^2}}$$

Análisis de resultados

Un cable, debe tener un peso por unidad de longitud, también hay situaciones en que un cable sostiene un peso tan grande que este puede considerarse despreciable.

Los cables que cuelgan bajo la acción de su propio peso no están cargados uniformemente a lo largo de la horizontal y, por tanto, no forman una parábola. Sin embargo, cuando el cable está lo suficientemente tenso, el error que se comete al suponer una forma parabólica para cables que cuelgan bajo la acción de su propio peso es pequeño.