

UNIVERSIDAD PRIVADA DE TACNA
ESCUELA DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN DOCENCIA UNIVERSITARIA Y GESTIÓN EDUCATIVA



**EL MÓDULO AUTOINSTRUCTIVO "ARQUÍMEDES" Y EL
RAZONAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO DE LOS ESTUDIANTES
DEL II SEMESTRE DE CONTABILIDAD DEL INSTITUTO DE
EDUCACIÓN SUPERIOR TECNOLÓGICO PÚBLICO "FRANCISCO DE
PAULA GONZÁLES VIGIL" DE TACNA, AÑO 2016.**

TESIS

Presentada por:

Br. Orlando Hugo Arce Chipana.

Asesor:

Dr. Arcadio Atencio Vargas

Para Obtener el Grado Académico de:

MAGÍSTER EN DOCENCIA UNIVERSITARIA Y GESTIÓN EDUCATIVA

TACNA – PERÚ

2 019

Agradecimiento

- A mis padres, por su amor, apoyo incondicional y porque forjaron en mí sólidos valores.
- A mi hija, quien, con su alegría y motivación, es mi motor e inspiración para seguir avanzando y lograr mis sueños en realidad.
- A mi asesor de tesis de grado, Dr. Arcadio Atencio Vargas, por sus consejos.
- Finalmente, a un gran amigo, Jesús Rey Calle Chaiña, por su apoyo, amistad, consejos y ánimo en la presente tesis.

Dedicatoria:

*A mi Padre y Madre, por ser
ellos forjadores del amor y la
unión en nuestra familia.*

*A mi hija, por su
constante apoyo
y estímulo en mi
labor profesional*

*A todas aquellas personas que
han confiado en mí, que me han
ayudado a superar las dificultades
y ahora comparten mi alegría por
haber alcanzado la meta propuesta.*

ÍNDICE

RESUMEN	IX
SUMMARY	X
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I	3
1. EL PROBLEMA	3
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	3
1.2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	5
1.2.1 Problema Principal	5
1.2.2 Problemas secundarios	5
1.3 JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN	6
1.4 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN	8
1.4.1 Objetivo General	8
1.4.2 Objetivos Específicos	8
1.5 DEFINICIÓN DE DEFINICIONES OPERACIONALES	9
CAPÍTULO II	12
2. MARCO TEÓRICO	12
2.1. ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN	12
2.2 BASES TEÓRICAS	14
2.2.1 Fundamentación Psicológica	14
2.2.2 Fundamentación Pedagógica	20
2.2.3 Teoría del aprendizaje significativo de Ausubel	24
2.2.4 Fundamentación Sociológica	26
2.2.5 Razonamiento Lógico Matemático	30
2.2.6 El Pensamiento	42
2.2.7 Aprendizaje	44
2.2.8 Práctica Docente	49
2.2.9 Manual De Razonamiento Lógico	59
2.2.10. El módulo autoinstructivo “Arquímedes”	66

CAPÍTULO III	69
3. MARCO METODOLÓGICO	69
3.1 HIPÓTESIS:	69
3.1.1 HIPÓTESIS GENERAL	69
3.1.2 HIPÓTESIS ESPECÍFICAS	69
3.2 VARIABLES	70
3.2.1 VARIABLE DEPENDIENTE	70
3.2.2 VARIABLE INDEPENDIENTE	71
3.3 TIPO DE INVESTIGACIÓN	71
3.4 DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN	71
3.5 ÁMBITO DE ESTUDIO	71
3.6 POBLACIÓN Y MUESTRA	72
3.6.1 Unidad de estudio	72
3.6.2 Población	72
3.7 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS	73
3.7.1. TÉCNICAS	73
3.7.2 INSTRUMENTOS	74
3.8 VALIDACIÓN Y CONFIABILIDAD DE LOS INSTRUMENTOS	74
3.8.1. VALIDACIÓN DE CONTENIDO DEL EXAMEN DE CONOCIMIENTOS	74
3.8.2. VALIDACIÓN DEL CONTENIDO DEL MÓDULO AUTONSTRUCTIVO ARQUÍMEDES.	74
CAPÍTULO IV	75
4. RESULTADOS	75
4.1 DESCRIPCIÓN DEL TRABAJO DE CAMPO	75
4.2 DISEÑO DE LA PRESENTACIÓN DE LOS RESULTADOS	75
4.3 PRESENTACIÓN DE LOS RESULTADOS	76
4.3.1 ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS NIVELES DE LA PRUEBA DE ENTRADA Y LA PRUEBA DE SALIDA	76
4.3.2 ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LAS MEDIDAS ESTADÍSTICAS DE LAS CALIFICACIONES DE LA PRUEBA DE ENTRADA Y LA PRUEBA DE SALIDA	82
4.4 PRUEBA ESTADÍSTICA DE NORMALIDAD	84
4.5 COMPROBACIÓN DE HIPÓTESIS	86
4.5.1. VERIFICACION DE LAS HIPOTESIS ESPECIFICAS	86

4.5.2. VERIFICACION DE LA HIPOTESIS GENERAL DE LA INVESTIGACION	92
4.6 DISCUSIÓN DE RESULTADOS	93
CAPÍTULO V	96
5 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	96
5.1 CONCLUSIONES	96
5.2 RECOMENDACIONES O PROPUESTA	98
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	99
ANEXO 01: EVALUACIÓN DE INICIO - MATEMÁTICA I (Ver módulo)	103
ANEXO 02: EVALUACIÓN DE SALIDA - MATEMÁTICA I	105
ANEXO 03: Clave de respuestas de los instrumentos de evaluación aplicados (Evaluaciones en anexos)	108
ANEXO 04: REGISTRO DE NOTAS DEL GRUPO EXPERIMENTAL	109
ANEXO 05: REGISTRO DE NOTAS DEL GRUPO CONTROL	110
ANEXO 06: CONSOLIDADO ESTUDIANTES DEL GRUPO CONTROL	111
ANEXO 07: CONSOLIDADO ESTUDIANTES DEL GRUPO EXPERIMENTAL	112
ANEXO 08: CUESTIONARIO DE VALIDACIÓN DE CONTENIDO POR JUICIO DE EXPERTOS DE LA PRUEBA DE CONOCIMIENTOS.	113
ANEXO 09: VALIDACIÓN DE CONTENIDO DEL EXAMEN DE CONOCIMIENTOS POR JUICIOS DE EXPERTOS DEL MÓDULO AUTOINSTRUCTIVO	119
ANEXO 10: CUESTIONARIO DE VALIDACIÓN POR JUICIO DE EXPERTOS DEL CONTENIDO DEL MÓDULO AUTOINSTRUCTIVO ARQUÍMEDES.	121
ANEXO 11: MATRIZ DE CONSISTENCIA	133
ANEXO 12: MÓDULO AUTOINSTRUCTIVO “ARQUÍMEDES” PARA MEJORAR EL RAZONAMIENTO LOGICO-MATEMÁTICO	135

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 01	76
Distribución de frecuencias de los niveles de razonamiento lógico matemático de la prueba de entrada de los estudiantes del I.E.S.T.P. "Francisco de Paula Gonzáles Vigil". Tacna – 2016	
Tabla 02	78
Distribución de frecuencias de los niveles de razonamiento lógico matemático de la prueba de salida de los estudiantes del I.E.S.T.P. "Francisco de Paula Gonzáles Vigil". Tacna – 2016	
Tabla 03	80
Comparación de los niveles de razonamiento lógico matemático de la prueba de entrada y salida de los estudiantes del I.E.S.T.P. "Francisco de Paula Gonzáles Vigil". Tacna – 2016	
Tabla 04	82
Medidas estadísticas de las calificaciones de razonamiento lógico matemático de la prueba de entrada y de salida de los estudiantes del I.E.S.T.P. "Francisco de Paula Gonzáles Vigil". Tacna – 2016	

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 01	76
Distribución porcentual de los niveles de razonamiento lógico obtenidas en la prueba de entrada.	
Figura 02	78
Distribución porcentual de los niveles de razonamiento lógico obtenida en la prueba de salida.	
Figura 03	80
Distribución porcentual de comparación de los niveles de razonamiento lógico en la prueba de entrada y de salida.	
Figura 04	83
Diagramas de cajas de las calificaciones de la prueba de entrada y salida.	

RESUMEN

La investigación: " Empleo del Módulo Autoinstructivo Arquímedes para mejorar el razonamiento lógico matemático de los estudiantes del II semestre de contabilidad del "Instituto de Educación Superior Tecnológico Público Francisco de Paula Gonzáles Vigil", de Tacna", tiene como objetivo, determinar en qué medida el empleo del módulo Autoinstructivo "Arquímedes", permite mejorar el nivel de razonamiento lógico matemático de los estudiantes del II semestre de contabilidad. Se trató de un trabajo de diseño cuasi experimental. Se realizó durante los años 2016 - 2017 en un grupo de estudiantes de la carrera profesional Contabilidad. El trabajo se hizo con una muestra de 36 estudiantes en el grupo experimental y 34 estudiantes en el grupo control. Mediante una evaluación pre test para conocer la situación del conocimiento y luego de la aplicación del auto instructivo se hizo una evaluación postest. Los resultados de investigación reportan una influencia significativa de la enseñanza del módulo autoinstructivo en los estudiantes del "Instituto superior Tecnológico Público Francisco de Paula Gonzales Vigil". Concluyendo que el grupo sometido a la aplicación del módulo autoinstructivo, mejoró en sus capacidades de intuición, abstracción y razonamiento lógico matemático.

Palabras clave: Módulo autoinstructivo, razonamiento lógico matemático, estrategias de resolución de problemas, rendimiento académico.

SUMMARY

The research: "Use of the Autoinstructive Arquímedes Module to improve the logical-mathematical reasoning of the students of the second semester of accounting of the Institute of Higher Technological Public Education Francisco Paula Gonzales Vigil," Tacna ", aims to determine to what extent the use of the module Autoinstructive "Archimedes" will improve the level of mathematical logical reasoning of the students of the second semester of accounting, it was a quasi-experimental design work. It was carried out during the years 2016 - 2017 in a group of students of the career Accounting. The sample consisted of 36 students in the experimental group and 34 students in the control group. The technique of evaluation before (pre-test) and after (post-test) of the experimentation was applied, that is to say, the application of the teaching of the self-instructional module. The research results report a significant influence of the teaching of the self-instructional module on the students of the Institute Superior Technologic Francisco de Paula Gonzales Vigil. This means that students who were submitted to the teaching program with the self-instructional module improved their abilities of intuition, abstraction and logical reasoning mathematical.

Keywords: Self-instructional module, mathematical reasoning, problem-solving strategies, academic performance

INTRODUCCIÓN

La matemática en todos los tiempos siempre han sido un significado de temor en los estudiantes, lo que muchas veces suele llevarlos al fracaso constante, sin embargo, la matemática es una herramientas básica que el estudiante debe manejar especialmente si el estudiante corresponde a la carrera de contabilidad.

El aprendizaje de la aritmética supone, junto con una lectura cuidadosa, uno de los aprendizajes básicos del entrenamiento matemático, un desafío en el aprendizaje de la aritmética que se ha convertido en una preocupación en la formación, especialmente en la remota posibilidad de que consideremos el alto nivel de decepción de los maestros en la matemática. A esto es importante incluir que la sociedad actual, progresivamente desarrollada, solicite grandes cantidades de habilidad en el territorio de la aritmética, pues es un gran problema, que presentan los alumnos , es el desnivel del conocimiento de la matemática y la preconcepción de que la matemática es muy difícil.

Presentamos el informe del trabajo de investigación titulado "Empleo del Módulo Autoinstructivo Arquímedes para mejorar el razonamiento lógico matemático de los estudiantes del II semestre de contabilidad del Instituto de Educación Superior Tecnológico Público "Francisco de Paula Gonzáles Vigil de la ciudad de Tacna", tras la necesidad de mejorar el rendimiento académico de los estudiantes mediante un modo eficaz y ventajoso, es que se elaboró un módulo autoinstructivo orientado al área de la matemática, entendiendo que “la matemática ha llegado a ocupar un lugar central en la civilización actual porque es una ciencia capaz de ayudarnos en el desarrollo de nuestras capacidades matemáticas y fundamentales”; como afirma Miguel de Guzmán (1993), “la mayor parte de los logros de nuestra tecnología no son sino matemática encarnada con la colaboración de otras ciencias”. De modo tal que configuramos este informe con la siguiente estructura.

En el capítulo 1, se trata la problemática en el razonamiento lógico matemático, de los estudiantes de educación secundaria, afectada por una enseñanza tradicional que lleva a la memorización y mecanismo del estudiante de la EBR y segundo a situaciones académicas y formativas de los docentes. y definiciones matemáticas.

En el capítulo 2, se plasmó la revisión de la literatura actual, a partir de los antecedentes del estudio, bases teóricas científicas, psicopedagógicas, el módulo autoinstructivo.

En el capítulo 3, estructuramos la metodología de la investigación, es decir, el tipo de investigación, la población estudiada, y las técnicas e instrumentos de recolección de datos, análisis estadístico y el trato de las variables.

En el capítulo 4, se muestran los resultados producto de la información recolectada, el contraste de hipótesis, se presentan la discusión de los resultados.

En el capítulo 5, se presentan las conclusiones y las recomendaciones. Finalmente terminamos con las referencias bibliográficas y anexos.

CAPÍTULO I

1. EL PROBLEMA

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Es indiscutible que la matemática es una destreza indispensable en nuestra sociedad, gracias a ella las personas han logrado descubrir cómo funciona todo lo que lo rodea, es por ello que se puede resaltar el gran valor que ha tenido la matemática en la historia, el valor que tiene en la actualidad y su valor futuro. La matemática es la base de todas las ciencias exactas y/o puras como pueden ser la astronomía, física o química, también es la base de estudios más exactos, como por ejemplo las relaciones entre números y figuras geométricas. Adicional a lo anteriormente detallado, el estudio de la matemática dota de conocimientos y desarrolla las habilidades de quienes la practican, ya que los obligan a razonar de manera continua.

En cuanto a la educación, se promueve el estudio de esta ciencia en el área Lógico Matemática, en donde se enseña al estudiante a razonar matemáticamente, utilizar procedimientos de estimación y hacer cálculos mentales para poder dar solución a problemas de la vida diaria, de modo que sea de fácil comprensión para los estudiantes, de esta manera se pretende que aprendan y desarrollen las capacidades matemáticas necesarias para aplicar sus conocimientos en una situación real.

Ello demanda que los alumnos desarrollen sus nociones básicas para el razonamiento lógico matemático, sin embargo, como podemos constatar esta es una de las debilidades que mayormente se presenta en los estudiantes; de este modo, al culminar el nivel secundario, se enfrentan al reto de continuar con sus estudios superiores, donde uno de los requisitos fundamentales está relacionado con su capacidad para el razonamiento lógico matemático. Este panorama se viene dando en los estudiantes del "Instituto Superior Tecnológico Público Francisco de Paula Gonzáles Vigil" de la ciudad de Tacna. Los mismos que, no logran desarrollar su capacidad de razonamiento lógico, cuando se enfrentan a varias premisas. De hecho, tienen grandes dificultades para la resolución de problemas lo cual dificulta su desenvolvimiento académico y personal.

En la problemática anteriormente descrita, podemos encontrar varias causas que desfavorecen el desarrollo de éstas capacidades, los cuales tendrían que ver con las estrategias de enseñanza, el desarrollo curricular, la bibliografía de apoyo, entre otros. Es probable que existan una serie de textos que sirven como apoyo a los estudiantes, pero, la mayoría de ellos están organizados de manera compleja que mayormente terminan por complicar, aún más, el aprendizaje de los estudiantes. Conscientes de la situación, se ha visto por conveniente poner a prueba el módulo autoinstructivo denominado "Arquímedes" a fin de desarrollar una serie de actividades, tendientes a superar el problema del razonamiento lógico matemático de los alumnos.

1.2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

1.2.1 Problema Principal

¿En qué medida el empleo del módulo Autoinstructivo "Arquímedes" permitirá mejorar el nivel de razonamiento lógico matemático de los estudiantes del II semestre de contabilidad del Instituto de Educación Superior Tecnológico Público "Francisco de Paula Gonzáles Vigil" de la ciudad de Tacna en el año 2016?

1.2.2 Problemas secundarios

- a. ¿Cuál es el nivel de razonamiento lógico matemático en los estudiantes del II semestre de contabilidad del Instituto de Educación Superior Tecnológico Público "Francisco de Paula Gonzáles Vigil" de la ciudad de Tacna en el año 2016 antes de la aplicación del módulo autoinstructivo "Arquímedes"?
- b. ¿Cuál es el nivel de razonamiento lógico matemático de los estudiantes del II semestre de contabilidad del Instituto de Educación Superior Tecnológico Público "Francisco de Paula Gonzáles Vigil" de la ciudad de Tacna en el año 2016 después de la aplicación del módulo autoinstructivo "Arquímedes"?
- c. ¿Existe diferencia entre el nivel de razonamiento lógico matemático que presentan los estudiantes del II semestre del Instituto de Educación Superior Tecnológico Público "Francisco de Paula Gonzáles Vigil" de la ciudad de Tacna en el año 2016 antes y después de la aplicación del módulo autoinstructivo "Arquímedes"?

1.3 JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

Desde los inicios y en todos los niveles de la educación, el rendimiento académico y cómo este se ha visto afectado por la lógica matemática, ha representado un problema digno de la atención de los principales responsables e interesados en brindar educación de calidad, sobre todo, cuando se habla de educación superior, donde los estudiantes deben resolver problemas lógico matemáticos, con abstracción, deducción e inferencia.

Es por ello que todos los estudios que traten esta problemática son importantes, pues ayudan a comprender la realidad de las situaciones que tienen que vivir tanto estudiantes como docentes. En la actualidad se han realizado varios estudios, sin embargo, éstos no han sido suficientes, el problema aún está latente, tal como se refleja en las bajas calificaciones de las áreas de matemática.

Gracias a esta investigación los responsables de la docencia en matemática tendrán una herramienta que podrán utilizar para la mejor orientación cognitiva buscando mejorar el rendimiento de sus estudiantes, para ello, deberán también prestar especial atención a los estudiantes que sean de aprendizaje más lento.

Entonces, se afirma que el presente estudio propondrá el uso de un módulo Autoinstrutivo de razonamiento lógico matemático para la efectividad en la enseñanza a los estudiantes.

Adicional a ello, no sólo se busca mejorar la calidad del proceso de aprendizaje, sino también, las capacidades de los estudiantes en base a su mejor preparación académica, se busca evitar problemas en el proceso de aprendizaje.

Se deben tomar en cuenta los dos escenarios de aprendizaje, en primer lugar, se tiene el escenario en el cual los estudiantes consiguen tener un buen nivel

de rendimiento escolar, para lo cual se debe considerar la influencia que tienen los factores motivacionales e intelectuales, propios de la persona y del entorno que los rodea; en el otro escenario, se encuentra el bajo rendimiento escolar, en el cual influye la ansiedad generada por un mal manejo del factor emotivo.

La sociedad en general, hace responsables del bajo rendimiento académico a las instituciones educativas y también a la familia, estos indicadores son válidos, pero en menor proporción, fuera de buscar culpables, lo que realmente se necesita es una buena estrategia de enseñanza-aprendizaje de modo que el estudiante asimile mejor las materias en las que ha tenido dificultades.

Se cuenta con la autorización y colaboración de las autoridades del Instituto Tecnológico Público “Francisco de Paula Gonzáles Vigil” pues es evidente su interés en conocer las conclusiones a las cuales arribará este estudio.

De modo concreto, la presente investigación está dirigida a los estudiantes del Instituto de Educación Superior Tecnológico Público “Francisco de Paula Gonzáles Vigil” para incrementar sus niveles de rendimiento académico en cuanto a Matemática se refiere, gracias al uso del módulo Autoinstructivo “Arquímedes”, lo cual llevará indefectiblemente al logro de beneficios en todos los ámbitos de su vida, ya que la matemática se puede aplicar en todos los aspectos de la vida.

En cuanto a los beneficios para la Institución educativa, se tiene que, mejorará el nivel de calidad de su enseñanza con la utilización de una nueva estrategia de estudio aplicable a todos los estudiantes de educación básica.

1.4 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

1.4.1 Objetivo General

Determinar en qué medida el empleo del módulo Autoinstructivo "Arquímedes" permitirá mejorar el nivel de razonamiento lógico matemático de los estudiantes del II semestre de contabilidad del Instituto de Educación Superior Tecnológico Público "Francisco de Paula Gonzáles Vigil" de la ciudad de Tacna, en el año 2016.

1.4.2 Objetivos Específicos

- a) Diagnosticar el nivel de razonamiento lógico matemático de los estudiantes del II semestre del Instituto de Educación superior tecnológico Público "Francisco de Paula Gonzáles Vigil" de la ciudad de Tacna en el año 2016, antes de la aplicación del módulo autoinstructivo "Arquímedes"
- b) Establecer el nivel de razonamiento lógico matemático de los estudiantes del II semestre del Instituto de Educación superior tecnológico Público (IESTP) "Francisco de Paula Gonzáles Vigil" de la ciudad de Tacna en el año 2016, después de la aplicación del módulo autoinstructivo "Arquímedes"
- c) Determinar la diferencia existente entre el nivel de razonamiento lógico matemático de los estudiantes del IESTP "Francisco de Paula Gonzáles Vigil" de la ciudad de Tacna en el año 2016, antes y después de la aplicación del módulo autoinstructivo "Arquímedes"

1.5 DEFINICIÓN DE DEFINICIONES OPERACIONALES

- **RAZONAMIENTO:** Llegar a una conclusión por medio del pensamiento y análisis de ideas.
- **RAZONAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO:** Capacidad para realizar operaciones ordenadas de carácter matemático con fluidez y exactitud.
- **MÓDULO AUTOINSTRUCTIVO ARQUÍMEDES:** Conjunto de actividades ordenadas que generan experiencias individuales para desarrollar su capacidad de razonamiento lógico matemático.
- **RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS:** Capacidad del estudiante para captar, evaluar alternativas y tomar decisiones para la solución de un problema.
- **LÓGICO MATEMÁTICA:** Área educativa destinada al desarrollo de la capacidad de analizar, criticar y responder creativamente a las circunstancias que se presenten con soluciones matemáticas, ésta área también desarrolla otras habilidades, como es la autoconfianza, autosuficiencia y la perseverancia.
- **MATEMÁTICA:** Conjunto de disciplinas que busca estudiar números, figuras geométricas y la relación entre ellos.
- **ATENCIÓN:** Capacidad que tiene la persona para aplicar voluntaria o espontáneamente todos sus sentidos a un estímulo.
- **APTITUD:** Particularidades innatas de una persona que le dan habilidades para poder aprender o desarrollar una actividad con facilidad.
- **AUTOESTIMA:** Término de la psicología para describir la valoración y amor propio.
- **AUTOMOTIVACIÓN:** Capacidad de influir en el propio estado de ánimo para perseguir un objetivo.

- **AUTOPERCEPCIÓN:** Se trata de la idea que tiene una persona de sí misma, cómo se ve o cómo se siente. Es el resultante de un análisis introspectivo.
- **COGNICIÓN:** Conocer gracias a la percepción, experiencia y valoración de acontecimientos de forma consciente o inconsciente.
- **CONCENTRACIÓN DE LA ATENCIÓN:** Capacidad que tiene la persona para centrar la atención, fijar su pensamiento en algo.
- **EMOCIONES:** Reacciones intrínsecas, sensaciones o sentimientos propios de la persona.
- **EMOCIONES CONDUCTUALES:** Es uno de los componentes de las emociones, el cual indica que las emociones dirigen el comportamiento y toma de decisiones de las personas.
- **EMOCIONES FISIOLÓGICAS:** Gracias al cerebro, las emociones de una persona tienen una respuesta en su mismo cuerpo, desde sus expresiones faciales hasta los niveles más internos de su organismo, con la finalidad de expresar con coherencia dichas emociones y actuar con efectividad.
- **EMOCIONES PSICOLÓGICAS:** Se tratan de las emociones que controlan por completo el comportamiento sin control, afectando la atención de la persona, elevando la conducta a niveles poco usuales y en muchos casos las personas utilizan su memoria emotiva para resolver alguna situación.
- **ESTRATEGIAS PARA MEJORAR EL RENDIMIENTO ACADÉMICO:** Son acciones encaminadas a lograr incrementar el nivel de rendimiento de los alumnos. Previa coordinación, el estudiante se sincera sobre las áreas en las que tiene dificultad y merecen mayor atención.
- **HÁBITOS DE ESTUDIO:** Es cuando una persona ha desarrollado la capacidad de estudiar frecuentemente, es decir en su estilo de vida estudia de manera regular, haciendo del estudio un hábito.

- **INTERESES:** Dentro del contexto de la presente investigación, el interés se define como la disposición intelectual que una persona tiene por aprender, saber, comprender o poseer algo.
- **MOTIVACIÓN:** Impulso externo o interno que anima al hombre a actuar de una manera determinada.

CAPÍTULO II

2. MARCO TEÓRICO

2.1. ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN

De la revisión sobre antecedentes de investigación, presentamos los estudios que a nuestro parecer merecen ser mencionadas debido a su relevancia.

En primer lugar, se encuentra el estudio presentado por Rojas Montoya. A.M. (2002) en el cual pretendía determinar la influencia del programa de razonamiento lógico matemático en el aprendizaje de los estudiantes de primer año de educación secundaria, las conclusiones a las cuáles llegó son las que se detallan a continuación:

- Tras evaluar la realidad del nivel del rendimiento académico de los estudiantes del primer año de secundaria, el investigador corroboró que tenían un nivel bajo, presentaron dificultades en el aspecto de razonamiento lógico para la solución de problemas matemáticos, sin embargo, los estudiantes incrementaron su nivel de rendimiento académico al aplicar el programa “El razonamiento lógico matemático”.
- El Programa “El razonamiento lógico matemático” influyó de manera positiva en el rendimiento de los estudiantes de primer año de educación secundaria, que fue la población a la cual se aplicó dicho programa.

RAMIREZ AMAYA, J. (2000) ha publicado una investigación en la cual llegó a las siguientes conclusiones:

- Se evaluó a los estudiantes a lo largo de todo el programa y se determinó que los mejores resultados se obtuvieron al culminar el mismo.
- Gracias a la implementación del programa se obtuvo un incremento significativo en el rendimiento escolar.
- Para el estudio de la aplicación del programa se utilizó un grupo experimental de estudiantes en el área lógico matemática, y el rendimiento escolar se incrementó sustancialmente gracias a los módulos de clasificación, seriación e inclusión.

También se ha encontrado el trabajo de investigación presentado por, RUÍZ GONZÁLES, C.F, en el cual se tienen las siguientes conclusiones:

- El Programa aplicado a los estudiantes de segundo año influyó de manera significativa en el rendimiento escolar de los mismos.
- Gracias al análisis estadístico de la investigación, se puede afirmar que las habilidades desarrolladas por los estudiantes tras la aplicación del programa fueron la seriación y clasificación, las que tuvieron menos éxito fueron las de espacio tiempo, combinatoria y la resolución de problemas.

La diferencia con el trabajo que se pretende realizar, es que ahora los problemas para el aprendizaje que evidencian los estudiantes, disminuyan mediante la aplicación del módulo Auto-instructivo "Arquímedes"

2.2 BASES TEÓRICAS

2.2.1 Fundamentación Psicológica

2.2.1.1 Teoría Cognitiva

Esta teoría postula que el aprendizaje ocurre cuando la persona es capaz de relacionar los conocimientos que ya tiene, con nuevos conocimientos, en el proceso es la misma persona quien desarrolla su inteligencia y hace del aprendizaje un proceso constructivo. También considera que en este proceso existen varias dimensiones que se deben desarrollar para lograr la efectividad, en primer lugar, se encuentran los ejercicios de comparación, asimilación y organización o reorganización de conocimientos. También influyen en el proceso de aprendizaje el entorno en donde éste se desarrolla, pues en el entorno existen factores que favorecen o entorpecen, es decir dan buenas o malas condiciones para la tranquilidad que se requiere para hacer un análisis o contrastar los conocimientos antiguos con los nuevos, y assimilarlos correctamente, también dan la libertad o limitan el pensamiento creativo.

Esta teoría también indica que el hecho de aprender, es una situación interna y voluntaria de la persona, ya que la adquisición, transformación o complementación de conocimientos se da de manera particular.

A su vez resalta la importancia que tiene esta teoría para la humanidad, pues ha dotado a la psicología del aprendizaje una nueva dimensión digna de estudio, dentro de ésta dimensión se encuentran factores medibles como el activismo, la autorregulación, la reflexión, la meta cognición y la motivación.

Se puede afirmar entonces, que permite y promueve el pensamiento creativo y a su vez dota a la persona de nuevos conocimientos los cuales le permitirán desarrollar estrategias y crear valor en sus procesos de aprendizaje.

Así mismo realza que en análisis todas las personas adquieren conocimientos que influye directamente en la conducta, es decir, que el estudiante va a comparar la nueva información con la información existente. Las nuevas circunstancias o sucesos son analizados bajo el lente de los nuevos conocimientos.

La teoría cognitiva, es estudiada a nivel mundial, sobre todo por la importancia que tiene el conocimiento y buen manejo de la información en la conducta de las personas.

La corriente conductista, así como el cognitivismo dan especial importancia a los factores del entorno que crean las condiciones para un correcto aprendizaje. Existen una serie de instrumentos debidamente validados que son de utilidad para dirigir a las personas dentro de un proceso de aprendizaje, entre ellos se tienen: Instrucciones, demostraciones, ejemplos y contraejemplos. Del mismo modo, es de vital importancia la constancia con la cual se estudia, evaluar, corregir y retroalimentar al estudiante. Toda la humanidad vive en un constante aprendizaje, y es la teoría cognoscitiva quien estudia de qué manera cada persona estructura y conjuga sus conocimientos con el entorno para la toma de decisiones o cómo toda esa información determina su forma de actuar.

Otro factor que no debe tomarse con ligereza para el debido desarrollo del aprendizaje es la memoria. Toda la información llega a la memoria y es el individuo quien la clasifica y organiza. Los responsables de la dirección en la enseñanza deben dar todas las directrices necesarias para que el estudiante sepa con claridad cómo debe clasificar dicha información. Algunas técnicas de organización son: organizadores avanzados, analogías, relaciones jerárquicas, y matrices.

Según Valera es obligación de todo estudiante tener predisposición para aprender y mantener su compromiso académico a lo largo del proceso de aprendizaje asumiendo un rol activo, pues todo estudiante tiene la capacidad de aprender y crecer. (Valera, 2000, p.79).

También indica que es función del docente elaborar las estructuras que el estudiante interioriza, estas estructuras deben contener información de calidad que le permitan desarrollar conocimiento. (Valera, 2000, p.87).

Por lo tanto, la principal función del educador es la de fabricar estrategias de enseñanza y crear experiencias que queden en la memoria del educando. Concentrarse no solo en brindar conocimientos, sino tomar la batuta del procedimiento de aprendizaje, enseñando a los estudiantes la forma correcta de abordar un problema y darle solución a un tema propuesto, es importante también la retroalimentación continua para una mejor comprensión.

Para lograr lo descrito en el párrafo anterior, se requiere que el educador tenga pleno conocimiento de todos los temas que imparte, pero además tenga la capacidad para crear todas las condiciones que garanticen al estudiante un correcto proceso de aprendizaje.

Como ya se ha mencionado, ésta teoría indica que debe haber una evaluación continua, sin embargo es importante aclarar que éstas evaluaciones no tienen como finalidad clasificar a los educandos y mucho menos juzgarlos, la finalidad en concreto es tener una foto real de la situación del rendimiento o nivel de comprensión alcanzado por parte de los estudiantes, detectar aquello en lo cual ya se ha desarrollado alguna capacidad y aquello que representa una falencia, de modo que sirva de punto de partida para corregir o impulsar aún más el proceso de aprendizaje.

Hay tres formas de evaluar que todo educando debe conocer y aplicar: en primer lugar, está la observación del docente de manera constante en el aula, en segundo lugar, se encuentran las evaluaciones de tareas encargadas y en tercer lugar se ubican los exámenes de rendimiento escolar.

2.2.1.2 Teoría del desarrollo cognitivo según Piaget

Piaget publicó una teoría que aportó en gran manera al estudio del proceso de aprender, en esta teoría se puso en vitrina el tema de la edad del aprendiz, afirma que en el cognitivismo existen dos fuerzas que juntas determinan la efectividad del aprendizaje, estas son: la madurez de la persona y su entorno.

En esta teoría el autor postula que la información llega al cerebro en forma de esquemas de conocimiento, los cuales determinan la conducta del ser humano. Afirma que los esquemas en un principio son actos reflejos, luego se convierten en movimientos voluntarios y finalmente llegan a ser operaciones mentales, de modo que la persona genera nuevos esquemas mentales y reorganiza los que ya tenía.

Según la teoría de Piaget la evolución del aprendizaje se da de la siguiente manera:

- **Estructura:** Cuando la información llega al cerebro, ésta se ordena en esquemas, los cuales, basados en otros elementos del exterior se integran convirtiéndose en una estructura. La estructura se crea en la mente del individuo seleccionando cuidadosamente los elementos de cada esquema para generar una respuesta acorde a cada situación, de modo que a medida que el individuo posea más esquemas podrá crear estructuras de mayor complejidad. Es decir, a medida que el individuo posea más información, conocimiento, las respuestas serán más eficientes.

- **Organización:** El ser humano tiene la capacidad gracias a su inteligencia de poder organizar la información que adquiere en cada etapa del proceso cognitivo. Según el autor de esta teoría, las personas no pueden percibir absolutamente nada sino es por la organización de información que cada persona hace de manera intrínseca, quien percibe más cosas, es porque ha desarrollado más sus conocimientos.
Esta organización tiene como finalidad no solo crear esquemas que permitan dar una respuesta en el presente, también busca conservar la información de manera ordenada y coherente.
- **Adaptación:** Es un atributo de la inteligencia, y se manifiesta de dos maneras, la asimilación y la acomodación. (Piaget, 1990, p.178)

En cuanto a la asimilación, se trata de la comprensión de algo y en cuanto a la acomodación se trata de la adopción de algún conocimiento para con un leve cambio ajustarlo a una nueva estructura, ambas funciones permiten la sinergia y la interrelación de los esquemas que nutren de estructuras a la persona, brindando mayores posibilidades de respuesta en el individuo.

- **Asimilación:** Define la manera en la cual una persona reacciona ante la nueva información recibida, se trata básicamente de añadir en los esquemas que ya se tienen nueva información, todo ello determina el comportamiento del individuo.

Entonces se puede afirmar, que éste término se refiere a la interiorización de la información que el individuo encuentra en el entorno, la incorporación de dicha información en las estructuras ya creadas en base a antigua información y experiencias.

- **Acomodación:** Éste término se refiere a la inserción de un cambio dentro de las propias estructuras para tener una gama más amplia de respuestas potenciales. Es decir, el individuo se acomoda al entorno. Es entonces factible afirmar que la acomodación como respuesta de evolución del conocimiento para que el individuo pueda responder a un entorno cambiante.
- **Equilibrio:** Dentro del sistema de aprendizaje se trata de la capacidad que tiene el individuo para poder organizar sus conocimientos y crear “ladrillos” para la construcción de dicho sistema. El equilibrio dictamina los límites o las directrices bajo las cuales debe organizarse la nueva información.

Para hablar del correcto proceso de aprendizaje se tiene que tomar en cuenta que los términos recientemente descritos se relacionen entre sí, es decir, cuando el individuo equilibra la información y la acomoda con su entorno asimilando la información y nutriendo sus propias estructuras. Esto significa que el estudiante al ir desarrollándose en su entorno, irá haciendo internamente los cambios necesarios a sus experiencias y conocimientos para crear nuevas respuestas dentro del límite del equilibrio autoimpuesto, de modo que las respuestas sean coherentes.

Según Piaget: Existen tres niveles que equilibrar con efectividad la asimilación con la acomodación.

- En primer lugar, el equilibrio se da entre los esquemas internos y los factores del entorno.
- Una vez asimilados los factores externos, el sujeto crea nuevos esquemas y modifica los que correspondan.
- Por último, se produce la clasificación y el orden dentro de los esquemas creados o modificados.

En base a lo descrito por el autor, todo conocimiento es una copia fiel de lo que ocurre en el entorno, esto gracias a la asimilación, ya que de todas maneras el individuo se basa en la creación de las estructuras en hechos reales.

Los primeros esquemas del ser humano son los conocimientos innatos, es decir información heredada e instintiva. Gracias a la genética todas las personas vienen al mundo con información básica la cual permite dar respuestas de ese nivel y poco a poco ir desarrollando sus propias estructuras e incrementando la gama en las respuestas potenciales en base a la nueva información y a las experiencias vividas.

En cuestión de la conducta determinada por la información y la experiencia, es importante resaltar que existe autorregulación por parte del individuo, el pensamiento da las instrucciones para adecuar la forma en la que se recibe la información y cómo se debe actuar, especialmente cuando se trata del pensamiento lógico – matemático.

2.2.2 Fundamentación Pedagógica

2.2.2.1 Teoría del aprendizaje de Vygotsky

Vygotsky es un psicólogo que acuñó el término “Zona de Desarrollo Próximo”, de gran aporte para la cognición, que trata básicamente de la diferencia que existe entre la capacidad que tiene el individuo de desarrollar un problema autosuficientemente y el potencial que tiene al resolver un problema con la asesoría de un maestro o guía.

El autor también se refiere a la evolución del aprendizaje como un tema social, y lo denomina “Ley genética general del desarrollo cultural”, Vygotsky (1984)

“Todas las funciones psicointelectuales superiores aparecen dos veces en el curso del desarrollo del niño: la primera vez en las actividades colectivas, en las actividades sociales, o sea, como funciones intersíquicas, la segunda como propiedades individuales, como propiedades internas del pensamiento del niño, es decir, como funciones intrapsíquicas”. (Vygotsky, 1984, p.114).

Es importante que el niño evolucione en su entorno para que desarrolle las actividades colectivas, como las actividades sociales, por esa razón es imprescindible evaluar al estudiante, para determinar en qué nivel de aprendizaje se encuentra, adicional a ello nutrirlo de información adicional para propiciar su desarrollo. Tras la evaluación se brindará mayor información en las áreas débiles de modo que a una posterior evaluación se verán los resultados.

El autor refiere también que existen dos funciones psíquicas superiores que aparecen en todo el proceso cognitivo del estudiante, en primer lugar, tenemos la función social, en la cual el estudiante interactúa con otros sujetos y desarrolla un aprendizaje colectivo que se asimila de forma individual, en segundo lugar, se tiene la función intra-psicológica se refiere a la propia asimilación de conocimientos en base a la información y experiencia con las que ya cuenta.

Con respecto al término que Vygotsky señala como Zona de Desarrollo Potencial se resaltan los siguientes puntos:

- Los estudiantes pueden ser parte de actividades que no llegan a entender o resolver de manera autosuficiente.
- En un escenario real, el aprendizaje se construye de manera creativa, asignando a cada estudiante un rol distinto para la resolución del problema según la situación que se presente y las circunstancias que

vive el mismo estudiante, no se puede actuar de manera mecánica en la enseñanza.

- Esta teoría también indica que es de vital importancia que el adulto, maestro o guía esté atento a las señales que da el estudiante, lo que comenta, o los gestos que tiene y los tome como indicadores para determinar también el avance de su desarrollo.
- Resalta que la nueva información que llega al alumno no es percibida en la misma medida por todos los estudiantes, se debe considerar que cada estudiante proviene de un entorno y experiencias distintas.
- Para tener éxito en el desarrollo del aprendizaje se debe considerar que se puede modificar el entorno de aprendizaje, o crearlo en función de lo que se desea enseñar o aprender. (Vygotsky, 1981, p.114)

En conclusión, se puede señalar que es importante que exista un cambio en el desempeño de los docentes, pues, son las personas a cargo de dar todas las facilidades y el soporte constante para que el estudiantado pueda vivir el proceso de aprendizaje con éxito.

Según la web ("innovemos.wordpress.com" 2017) indica con referencia al papel del sujeto y el objeto de aprendizaje lo siguiente:

2.2.2.2 Papel del sujeto.

Se dice que todo ser humano es un ser bio-psicosocial porque cuenta con aspectos biológicos que influyen, pero, no determinan las potencialidades del individuo, es decir, la persona evoluciona en el proceso de aprendizaje, tomando de su entorno la cultura material y espiritual, resaltando la importancia que tiene el entorno en el proceso de educación de todo ser humano.

Es importante resaltar que el estudiante viene al mundo en un momento determinado, pues, desde el momento en que él nace, influye en su educación, ya

que al tener únicamente conocimientos heredados por genética adquiere después de su nacimiento, nueva información de la realidad en la cual le ha tocado vivir, información sobre su cultura, costumbres, conocimientos alcanzados a la fecha en su sociedad, entre otros; Por lo tanto, el medio en el cual el individuo se desarrolla, no debe tomarse con ligereza, pues, es básico para el aprendizaje primigenio, contiene los valores y capacidades que el individuo se encargará de hacer propios a lo largo de su evolución y en los cuáles se basará para decidir qué hacer con los conocimientos que adquiere.

En los primeros años de aprendizaje del estudiante, son las personas adultas quienes deben asumir la responsabilidad de enseñar, proveyéndolo de todas las herramientas y métodos que necesite para un aprendizaje coherente.

2.2.2.3 Objeto de aprendizaje.

Casi siempre se evidencia cierto rechazo o resistencia ante hacer propios algunos conceptos, pues la apropiación de dichos conceptos implica que el individuo debe romper alguna estructura para crear otra y acercarse a tener un conocimiento más completo de su realidad. Es por eso, que el proceso de asimilar algún conocimiento haciéndolo parte de las propias creencias o inclusive de la propia identidad no es un proceso pasivo, sino activo y constructivo, en el cual cada individuo ajusta los conocimientos adquiridos a sus valores, creencias y visión de la realidad, resultando una estructura única de pensamiento.

En cuanto a la formación de la persona teniendo en cuenta el factor “Cultura” como influencia significativa en su desarrollo, no se debe considerar a la persona como un ente pasivo que simplemente almacena información, debe considerarse como un ente participativo, que interactúa, analiza, piensa, se equivoca, aprende, decide qué es importante retener en la memoria por largo tiempo, y qué es lo que debe retener en la memoria de corto plazo y que tiene

valores los cuales le permiten discernir entre lo correcto e incorrecto; es allí en donde recae la importancia de socializar, pues, se adquieren conocimientos y experiencias únicas que junto a lo anteriormente descrito, son fundamentales para determinar una conducta.

Desde esa óptica, se puede afirmar que los educadores u orientadores se convierten en personas indispensables que con sus conocimientos y su propia cultura incentivan la apropiación de esa información al sujeto.

2.2.3 Teoría del aprendizaje significativo de Ausubel

Esta teoría fue de gran ayuda para la psicología cognitiva, la teoría explica que el aprendizaje no es nada más que la comprensión, y que requiere mirar cómo el alumno recibe la información brindada, aparte del modo de responder como los conocimientos adquiridos. Para incentivar la mejor comprensión de los conocimientos, el docente usará organizadores que faciliten nuevas interrelaciones entre los conocimientos antiguos y los que se van adquiriendo. Estos instrumentos tienen el objetivo de propiciar la enseñanza receptivo-significativa, por lo que se puede afirmar que cuando se enseña de forma organizada toda la información que el estudiante requiere, entonces habrá una mejor comprensión por parte del mismo.

Esta teoría dio mayores luces acerca del aprendizaje por descubrimiento, afirmando que este tipo de aprendizaje no es inversamente proporcional al aprendizaje por exposición, y tienen muchas características en común que pueden ser aprovechadas ya que ambas tienen comprobada efectividad. De este modo, en el proceso cognitivo se puede aplicar estos dos tipos de aprendizaje estratégicamente hablando.

La teoría del aprendizaje significativo postula que, la información que llega al ser humano se da de forma independiente sobre los conocimientos que ya

se tienen, para posteriormente interrelacionarse, ahora, se resalta también que el estudiante debe tener la voluntad de aprender y estar totalmente comprometido con el objetivo.

2.2.3.1 Ventajas Del Aprendizaje Significativo.

- Consigue que la información se conserve por más tiempo en la persona.
- Permite que sea fácil asimilar nueva información sobre la base de los conocimientos ya adquiridos.
- Al crear una estructura de conocimiento la información se guarda en la memoria de largo plazo.
- Se da cuando el proceso es activo, depende de la acción del estudiante.
- Es un proceso personal (Tayupe, 2009, parr.58)

Según Ausubel no es posible asimilar mucha información si es que no se tiene un aprendizaje significativo (Ausubel, 1976, pág.82).

En resumen, ésta teoría resalta la importancia que se debe dar el proceso de construcción de significados en el proceso cognitivo. Existen dos condiciones en las cuales se debe dar dicho proceso de construcción:

- **Significatividad lógica:** básicamente habla de los conocimientos que ya se han adquirido y han conformado estructuras propias para cada individuo.
- **Significatividad psicológica:** Se trata de las interrelaciones de los conocimientos antiguos con los nuevos de forma involuntaria, pero dentro de los márgenes propios de cada persona.
- **Motivación:** El alumno debe estar incentivado por voluntad propia para aprender. La motivación se da por querer cubrir tres necesidades:

poder, afiliación y logro. Es el individuo quien determina qué necesidad es la que desea cubrir y por la cual está motivado.

Conforme indica Piaget, el proceso cognitivo de un estudiante se basa indefectiblemente en el nivel que éste ha alcanzado, al mismo tiempo, según Vygotsky, el mismo hecho de aprender es un incentivo para continuar desarrollando el conocimiento. En cuanto al estudio de estrategias de aprendizaje, muchas se basan en los temas a enseñar, en lugar que a los procedimientos de enseñanza, olvidando que al enseñar se trata de construir una estructura en cada alumno, no dictar clases sin pensar en la asimilación interna de los contenidos, todas las acciones deben orientarse a brindar enseñanza de calidad teniendo en cuenta todos los puntos detallados en el párrafo anterior.

El principal aporte de Ausubel, ha sido el encontrar un punto medio para relacionar la enseñanza de tipo expositiva con la enseñanza de descubrimiento, este punto medio se encuentra en la interrelación de los conocimientos que el estudiante ya tiene con la motivación para adquirir nuevos conocimientos.

2.2.4 Fundamentación Sociológica

Es una construcción cultural, que consiste en conseguir una mejor liberación fuera de los parámetros de los sistemas de instrucción oficial. Cabe resaltar que existen algunos postulados que ya gozan de gran aceptación: La fundamentación sociológica se define como una ciencia que busca desarrollar todos los aspectos del conocimiento acerca de la sociedad, estudiando también las particularidades, pero solo para construir y explicar la idea de un “todo”. Un “Todo” social, en el cual no influye la voluntad de la persona, se estudian las condiciones sociales en general, para analizar la dinámica del comportamiento colectivo en diversas situaciones, desde las más cotidianas, hasta las circunstancias de crisis.

2.2.4.1 Teoría Socio-Crítica

Esta teoría fue de gran aporte para la correcta construcción de los diseños curriculares, pues se plasmó la importancia de tomar como base de cualquier diseño, las necesidades de la sociedad y debilidades en la formación de educandos.

De esta manera se le da relevancia a la educación como rol determinante para el éxito del desarrollo de una sociedad, siendo la implementación de un currículo educativo el principal instrumento para la generación del avance colectivo.

Adicional a ello, se ideó crear un registro de los conocimientos ya alcanzados, teniendo las directrices de razón, libertad y humanidad. Postula también que la labor pedagógica dota de conocimientos al ser humano para que pueda decidir con libertad, la libertad de pensamiento y el conocimiento dan el poder necesario para que éste no sea sometido por nadie por su ignorancia.

Los conocimientos son importantes para la sociedad, es por ello que el maestro no solo debe dictar información, sino debe incentivar el análisis crítico. Es entonces cuando se dice que él también es un agente de cambio social.

La teoría también indica que el diseño curricular no se trata simplemente de un trabajo técnico, se trata principalmente de una política cultural. Se trata de cuestionar todo para crear conciencia sobre la realidad en la que viven y con los conocimientos adquiridos decidan tomar acción. (Martín, 2012, parr.23)

Para esta teoría la parte medular del currículo es el medio social donde el estudiante puede encontrar respuesta a sus necesidades, así como las necesidades de la sociedad, es por ello que se debe dar la debida importancia al rol que desempeña, deben ser las prioridades del mismo y en los alumnos creando soluciones para la sociedad y considerándose entonces un agente socio-educativo

del cambio. El diseño curricular en el ámbito socio-crítico también es un agente de cambio, pero más evolutivo, pues requiere e implica el análisis situacional de la sociedad para llegar a progresar y desarrollar la sociedad en su totalidad de la manera más justa.

Martin (2017) afirma que las siguientes son las consecuencias de los elementos curriculares del diseño y desarrollo de proyectos:

- **Los grupos destinatarios:** Se define a el grupo al cual van destinados todos los esfuerzos para la formación de su educación, en base a este grupo se desarrolla el diseño curricular, se caracterizan por su pertenencia a la misma cultura, sociedad y por tener las mismas necesidades de aprendizaje para desarrollarse en sociedad y a su vez lograr su independencia de manera muy particular. Se afirma también que tanto el currículum como los proyectos formativos son indispensables para guiar la satisfacción de necesidades provenientes de los grupos destinatarios y es por ello que el diseño curricular debe ajustarse a su realidad.
- **Los objetivos:** En cuanto a los objetivos, existe un gran consenso en que ellos deben ser coherentes con las necesidades, la cultura, la realidad y la visión a futuro, ya que la finalidad de impartir conocimientos es que estos repercutan directamente en el desarrollo social a lo largo del tiempo. Este desarrollo implica crear una sociedad más justa, equitativa, que cubra las necesidades de todos, promueva el desarrollo de todos y no sacrifique o sea abusiva con nadie. Se trata de crear conciencia del impacto que tiene la educación en cualquier contexto, desde la economía hasta la tecnología o inclusive hasta actividades netamente altruistas.
- **Los contenidos:** En palabras sencillas, los conocimientos son instrumentos que dan la capacidad a una persona para poder discernir, analizar y criticar, solo con el conocimiento de algo determinado se podrá proponer nuevas mejoras o buscar crear conciencia en la sociedad. Es entonces cuando se hace evidente la importancia de la calidad de los

contenidos, un mal contenido puede llevar a una mala toma de decisión, por lo tanto, al fracaso en los planes de desarrollo sociales, a mayor información de calidad mayor potencial tendrá la sociedad.

- **La metodología:** En muchas ocasiones se aplica a un grupo de estudio, con la finalidad de interrelacionar al estudiante, incrementando la autoestima de cada uno de los participantes según sea el rol que desempeñen, adicional se crea un grupo de aprendizaje que ejerce presión y obliga a todos los integrantes a ir al mismo ritmo, no dejando que ninguno de los participantes se quede en el camino, es decir se presionan de manera colaborativa. De esta manera es como se construye una red social que interrelaciona a sus estudiantes con un nivel fuerte de compromiso y conocimientos consolidados que les dan las herramientas suficientes para tomar buenas decisiones. Como metodología de usos más comunes se tienen: definición y análisis de situaciones para definir variables y estrategias de intervención alternas.
- **Los recursos tecnológicos:** Conforme a la metodología a utilizar, el uso de la tecnología no es tan exhaustivo, más bien, lo que si se necesita son registros documentales del conocimiento a impartir por medio de diversos instrumentos, carpetas, videos, separatas, etc. La finalidad es enseñar de manera gráfica y de fácil entendimiento los temas en cuestión.
- **La evaluación:** Sirve para medir la calidad de los temas impartidos, del docente y los alumnos. De manera general metodológicamente hablando, el análisis de los resultados medirá la creatividad de las estrategias y la viabilidad de las mismas para la resolución de problemas.
- **El formador:** Se trata de la persona responsable de orientar el proceso de aprendizaje, tiene la habilidad para hallar las deficiencias del estudiante y las necesidades de él y el medio que lo rodea, así como determinar el modo en el que el medio influye en la educación. Es por lo que anteriormente descrito que el formador asume el rol de investigar, analizar y después de ello hacer algo al respecto, asumiendo el control de la situación con el firme propósito de cubrir las necesidades no cubiertas y

modificar su diseño curricular si la realidad cambiante lo requiere, (Martín, 2012, parr.28 -34)

El docente debe dominar esta estrategia de modo que pueda desarrollar las capacidades y competencias en los educandos, la estrategia metodológica es válida, pues, pretende recabar toda la información con respecto a los conocimientos con los que ya cuentan los estudiantes, adquiridos empíricamente o por estudios, así como, qué tipo de incentivos utilizar con ellos a fin de idear la mejor estrategia que puedan usar en el proceso de aprendizaje teniendo en cuenta la satisfacción de sus necesidades.

2.2.5 Razonamiento Lógico Matemático

Podemos señalar que el razonamiento es la capacidad que tiene el hombre para lograr el desarrollo de situaciones de manera consciente de la vida diaria, esta actividad lo faculta para transmitir mensajes, pues los comprende interiorizando su significado, también le otorga la facultad para la comunicación e interrelación con su entorno, la manera en la cual se da el razonamiento es analizando las conexiones causales y lógicas de diversas situaciones. Son diversos los conceptos que se le da al razonamiento, de manera general se considera que es cuando el cerebro procesa la información creando conexiones entre toda la información con la que cuenta agrupándola bajo ciertos parámetros. Se define también como el acto de dar solución a un problema. En otra concepción se define como el resultado del pensar.

Así mismo el razonamiento lógico matemático es una de las vertientes de la matemática que es parte del desarrollo, por ejemplo cuando se le presentan situaciones en un supermercado y se debe realizar operaciones sobre porcentajes, regla de tres o aplicar el razonamiento deductivo, en este último necesariamente debe existir datos suficientes para otorgar la validez al razonamiento, en cuanto al razonamiento no deductivo, no es correcto definirlo en términos de validez, se

debe definir en términos de “fortaleza o debilidad” del razonamiento, teniendo en cuenta que tan fuertes son las bases que sostiene cada afirmación, La conclusión puede ser más o menos probable, pero jamás necesaria. El término de validez se otorga solo al razonamiento del tipo deductivo, y para otorgar dicha validez, la premisa necesita que la conclusión sea verdadera.

Gracias al razonamiento las personas pueden adquirir más conocimientos muchas veces dejando lo adquirido empíricamente, es de utilidad para argumentar sobre algo que ya se conoce e inclusive proveer mayor información a quien lo necesita y por último también faculta al ser humano para evidenciar que se conoce algún tema.

Solo el razonamiento lógico permite crear afirmaciones gracias a la comprensión. El razonamiento lógico utilizado en la matemática trata de una práctica mental que procesa la información de manera organizada, creando grupos de información con características en común, se analizan situaciones tomadas de la realidad, así como situaciones irreales.

Mientras Ferro señala que se trata de un proceso que se desarrolla bajo ciertas pautas con la finalidad de validar un supuesto. Adicional a ello resalta que cada sujeto tiene su propia manera de razonar, cada conclusión es inalterable hasta que no se tenga nueva información. (Ferro, 2013, parr.3).

La argumentación es una forma de razonamiento, se basa en el razonamiento de forma verbal, el otro tipo se llama razonamiento informal, en el cual se tienen varias afirmaciones que conjugan distintos puntos de vista para llegar a la misma conclusión, se utilizan varias vertientes argumentativas, desde la teoría hasta la experiencia. Lo usual en las personas que cuentan con mayores conocimientos es utilizar el razonamiento lógico, pues tienen más herramientas.

Conforme a lo ya explicado, según el razonamiento inductivo se crea un concepto general para definir a todos componentes de un grupo. Sin embargo, no se puede afirmar que todos los componentes del grupo gozan de la misma característica, pues eventualmente puede haber algún componente diferente.

Finalmente, el razonamiento lógico es una forma de pensamiento que se centra en el desarrollo de situaciones problemáticas del entorno, por tanto, podemos concluir señalando que el razonamiento interrelaciona de manera incompleta las afirmaciones, sin embargo, con el uso del razonamiento inductivo se puede dar validez a una premisa. La probabilidad determinará si una conclusión es correcta o no lo es.

2.2.5.1. El comienzo de la lógica matemática

Surge a mediados del siglo XIX, por el afán de crear un significado simbólico para definir la lógica clásica, es entonces que investigadores del rubro de matemática convierten la lógica clásica en lógica matemática.

A continuación, se detallan los principales períodos históricos de la lógica:

- El Clásico antiguo (hasta siglo VI D.C.).
- La Escolástica (siglos XI al XV).
- Lógica matemática (desde el siglo XIX).

En el proceso de aprendizaje de la humanidad la filosofía se ha constituido como uno de los pilares que han permitido interrelacionar el razonamiento con la lógica. Es por ello que hablando en términos generales la filosofía ha contado con doctrina lógica en todo su bagaje intelectual.

Se considera que hubo un par de períodos en los que no se realizaron suficientes aportes, la alta edad media (siglo VII al XI) y La moderna lógica clásica (siglos XVI al XIX) En los periodos Clásico Antiguo y La Escolástica, En el lenguaje normal, la lógica está al servicio del razonamiento, sin embargo, para tener una lógica matemática se debe elaborar una forma de álgebra abstracta. Kneale, hizo una publicación en la cual se resalta que la principal diferencia entre los períodos reside en que los dos primeros son desarrollados por filósofos y el último por matemáticos.

Leibniz, es quien estudió primigeniamente la moderna lógica matemática, sin embargo, no fue hasta el año 1901 que se publicaron sus estudios. Posteriormente Boole afirmó que la lógica pertenece a la matemática y Frege indicó que es la matemática es su pleno conocimiento quien se convierte en lógica desarrollada.

Para representar la ciencia lógica matemática se utilizan cálculos, entonces se tienen dos formas de demostración:

- Servirse del cálculo: Se utiliza el lenguaje matemático para explicar o demostrar algo.
- Conseguir demostraciones exactas; Se colocan los fundamentos matemáticos bajo el dominio de la lógica.

Boole, de Morgan o CH.S Pierce, se ubican dentro de la corriente de nuevos desarrollos en álgebra. Gracias a Boole se inicia el desarrollo de la lógica con la fundación de su escuela y publicación de su libro. Él trae a colación la silogística, la lógica proposicional, en la cual deja de lado la psicología clásica.

El matemático Frege (1848-1925), por su parte, explica el paradigma del rigor, a fines del siglo XIX.

Desde su óptica se habla de dos procesos, uno de ellos refiere la creación de un cálculo lógico que acomete en “Conceptografía”. El segundo, aborda la filosofía de la matemática donde defiende una posición liguista, desarrollada en dos de sus publicaciones: Los fundamentos de la Aritmética y Principios de la Aritmética.

El formalismo Hilbertiano: D. Hilbert (1862-1943) se convirtió en su principal referente. Publicó una investigación en donde define a la matemática como una disciplina formal, abstracta, simbólica y sin referencia alguna al significado. A partir de axiomas lógicos y matemáticos expresados como fórmulas o colecciones de símbolos obtendremos otras fórmulas que serán teoremas deducidos.

A lo largo de la historia, se puede apreciar toda una evolución en la conceptualización desde diversos puntos de vista, cada uno de ellos bien argumentados y alimentados de sus antecedentes. Es trascendental que todo aquel que pretenda asumir un rol en la enseñanza se preocupe de conocer todos estos conceptos pues solo de ese modo, podrá hacer un análisis correcto de los mismos creando un propio criterio y pensamiento y la forma en la que debe aplicarse en un entorno real.

2.2.5.2. Reseña histórica de la lógica

Desde el punto de vista de la historia, se tiene acceso al estudio de la lógica a través del tiempo.

Suarez afirma que:

La lógica se origina en la antigua Grecia, en la llamada época de los sofistas. Se pensaba que era netamente mecánica, eso se debía a que las grandes mentes de ese tiempo no se permitían tener ningún tipo de dudas, más que aprender el

objetivo era demostrar que estaban en lo cierto. (Suarez, 2015, parr. 5)

Aristóteles fue un filósofo que se apoyaba en tres principios simples: Identidad, Contradicción y Exclusión. Estos son declarados verdaderos a priori, en todo tiempo y espacio. Son considerados innatos dentro de la universalidad real. Más adelante en el tiempo, Alejandro, discípulo de Aristóteles, fue en gran parte responsable de influir en el clima político del mundo Helénico en el cual los pensamientos clásicos de Platón y Aristóteles estaban fuertemente arraigados. Cleantes de Assos (331-233a. c.) y Crisipuo (281-208a. c.) desarrollaron el estoicismo como una estructura completa, la cual poseía una lógica. Ésta lógica es semejante a una dialéctica.

En la edad media Santo Tomas de Aquino utiliza la lógica matemática para demostrar la existencia de Dios (Célebre). Más tarde Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 - 1716) desarrolló la lógica simbólica formulando las propiedades principales de la suma lógica y la multiplicación lógica, entre otras muchas. Su contribución más notable a la matemática fue la creación, simultáneamente con Newton, de las bases del cálculo diferencial. (Suarez, 2015, parr. 8)

En esa época el joven matemático ruso Nikolai Lobachevski quien en 1826 finalmente se percató de que el quinto postulado no puede deducirse de las otras proposiciones fundamentales de la geometría y se atrevió a negar la "verdad evidente" de ese postulado de Euclides. Implicando el origen de las geometrías no-euclidianas; las cinemáticas no-cartesianas y las aritméticas no-pitagóricas, en 1800.

Más tarde descartes introduce la geometría analítica. Este paso produjo mucho esfuerzo al momento de definir estructuras matemáticas complejas en términos de otras estructuras más simples. De hecho, puede hablarse de la lógica en los diferentes contextos históricos y filosóficos.

Para Napolitano (1989)"Lo importante es profundizar cada postulado y de esta manera, inferir concepciones que son fundamento epistemológico del saber general a través del tiempo". (p.122)

2.2.5.3 Importancia del razonamiento lógico.

Es necesario que el docente incentive la capacidad del estudiante para prepararse solo, a utilizar todos los materiales que se le otorga de manera adecuada, para que finalmente logre alcanzar conocimientos sólidos y que perduren en el tiempo, es decir, se interiorice toda la información por un correcto proceso de aprendizaje. Para lograr eso se necesita de la metodología, pero, también de la capacidad que tiene el docente para hacer que el alumno sienta que él puede hacerlo, es decir, trabajar su autoconfianza.

Amat afirma que la única manera de resolver un problema es a través del razonamiento lógico. Es por ello que nadie puede debatir la importancia que tiene generar autosuficiencia en los alumnos, se debe enseñar a aprender, es decir, enseñar técnicas de estudio eficientes que aporten a la formación integral. (Amat, 2004, p.135)

No es hallar textos matemáticos que promuevan el desarrollo del razonamiento lógico, es más usual hallar ,resolver problemas con el contenido que ofrecen. Sin embargo, también se tiene que en cuanto a los problemas que requieren razonamiento lógico, éstos requieren un desarrollo de tipo muy básico.

Una manera de desarrollar la capacidad creativa del estudiante es buscar que sea una experiencia placentera para el estudiante. El ser humano tiene una necesidad innata de resolver adivinanzas, hacer nuevos descubrimientos, armar rompecabezas, jugar, etc. Entonces, una práctica eficaz para desarrollar la

creatividad es generar el deseo de jugar con el uso del razonamiento lógico, pero al nivel que el docente propone según las capacidades del estudiante.

2.2.5.4 Pensamiento Lógico Matemático en la educación básica.

Según el fundador, Jean Piaget (1896-1980) gracias a la manipulación de objetos, una persona adquiere conocimiento lógico matemático ya que acumula conocimientos empíricos que inconscientemente analiza y guarda en sus esquemas mentales. Por ejemplo, una persona al probar dos alimentos puede diferenciar un sabor dulce de otro salado y determina que no son iguales. Esta concepción se da gracias al análisis de la propia persona, pues ella crea el pensamiento tras su relación con los alimentos, una vez adquirido ese conocimiento, la persona lo conservará por toda su vida, pues, la información no proviene de los alimentos en sí, sino, proviene de la experiencia que la persona acaba de vivir.

Velásquez manifiesta:

"El conocimiento social es un conocimiento arbitrario, basado en el consenso social, el niño lo adquiere al relacionarse con otros niños o con el docente en su relación niño-niño y niño-adulto. Este conocimiento se logra al fomentar la interacción grupal. De allí que a medida que el niño tiene contacto con los objetos del medio y comparte sus experiencias con otras personas mejor será la estructuración del conocimiento lógico-matemático; es a partir de esas características físicas de los mismos, que el niño puede establecer semejanzas y diferencias o crear un ordenamiento entre ellos". (Velásquez, 2008, parr.13).

Conforme indica Piaget, las interacciones de sujeto con su entorno y las experiencias que crea en su accionar sirven de base para el pensamiento lógico-matemático, en donde las funciones lógicas utilizan los conocimientos matemáticos para la clasificación de la información, comprensión y posterior explicación.

El docente tiene dos funciones, en primer lugar, proveer al alumno de un medio ambiente que fomente la eficacia de su aprendizaje, sin elementos distractores manteniendo la atención del alumno, a su vez brindándole confianza y tranquilidad. En segundo lugar, debe incentivar la interacción del alumno con su entorno, para que a modo de descubrimiento vaya resolviendo problemas del mismo y permita (como en el ejemplo anterior) crear nuevas experiencias que interiorizará y llevará con el mismo por siempre, garantizando un aprendizaje exitoso.

Es por eso que las instituciones educativas van más allá de ser entidades que brindan conocimientos, las instituciones deben elaborar un ambiente creativo en el cual el alumno pueda desarrollarse con confianza y adquirir conocimientos por medio de experiencias propuestas y pensadas por su escuela. También es importante analizar el nivel en el cual se encuentra el niño para tomarlo como punto de partida y trabajar en base a sus necesidades e intereses, teniendo en cuenta que el alumno es quien aprende solo, pero es el maestro quien dirige qué es lo que aprende y cómo lo hace, es por eso que se dice que el alumno es el centro de todo proceso de aprendizaje.

2.2.5.5 Tipos De Razonamiento

- **Razonamiento inductivo:** Análisis en el cual se toma una verdad particular para afirmar que hay un grado de porcentaje muy alto de que en la forma general tenga esas mismas características.

- **Razonamiento Deductivo:** Análisis en el cual se toma una verdad de un grupo en promedio para asumir que es muy probable que todas sus partes tengan las mismas características.
- **Razonamiento analógico,** Es en análisis en el cual se toman dos grupos de características similares, pero de elementos diferentes para compararlos.
- **Razonamiento cuantitativo,** Es el análisis en el cual las conclusiones están basadas en cantidades.

2.2.5.6 La Lógica Matemática

Desde los inicios el hombre ha utilizado su lógica en diversas situaciones cotidianas, en el presente, la lógica matemática es parte de la lógica y la matemática. Se interrelaciona también, con otras ciencias como son la filosofía y la tecnología. Es la base del estudio matemático, pues codifica ideas abstractas y las representa para la mejor comprensión del mundo que nos rodea.

Mientras que la lógica tradicional tenía como finalidad generar argumentos explicativos, la lógica matemática relaciona los argumentos con cálculos matemáticos. De manera sintáctica se da por ejemplo cuando un programador utiliza códigos numéricos para ordenar a un artefacto electrónico a realizar una tarea y de manera semántica, cuando se da a comprender algo por medio de argumentos matemáticos, como en el caso de teorías. La Lógica matemática da fuerza a conceptos abstractos gracias a la comprobación de sus cálculos.

Hay cuatro teorías que componen la lógica matemática: teoría de modelos, de demostración, de conjuntos y de la recursión.

2.2.5.7 Importancia de la lógica matemática

La importancia de la lógica matemática incide de manera directa en la capacidad que brinda a la humanidad para responder a problemas que con el uso de su inteligencia y conocimientos no puede. Con la lógica matemática el ser humano adquiere las habilidades para materializar conocimientos abstractos y crear nuevas teorías, cálculos predictores, inventar o mejorar algo. Para dar por válido un argumento la lógica propone que el razonamiento de dicho argumento debe cumplir ciertas reglas y técnicas, de esta manera la lógica matemática se extiende y aplica a otras ciencias. Como por ejemplo en la filosofía, en donde permite afirmar si una premisa es válida, o en la matemática para demostrar teorías. (Murillo, 2007, parr.2)

La lógica es de uso cotidiano, pues, en todos los aspectos de nuestra vida debemos realizar algún proceso de razonamiento lógico para decidir y actuar.

Según el tipo de relaciones que tengan los objetos de estudio se pueden establecer las siguientes nociones: Autorregulación, Concepto de Número, Comparación, Asumiendo Roles, Clasificación, Secuencia y Patrón, y Distinción de Símbolos. Todas ellas facultan al estudiante para adquirir con mayor facilidad información de calidad.

Funciones cognitivas:

- El estudiante presta atención a las indicaciones.
- El estudiante sigue las normas.
- El estudiante analiza las normas.
- El estudiante ordena y agrega normas.
- El estudiante sabe las funciones de las normas.
- El estudiante resuelve problemas.

2.2.5.8 Inteligencia Lógico- Matemática

Bernard señala:

La energía sigue al pensamiento; nos movemos hacia, pero, no más allá, de lo que podemos imaginar. Aquello que asumimos, esperamos, o creemos crea y da color a nuestra experiencia. Expandiendo nuestras más profundas creencias sobre lo que es posible, cambiamos nuestra experiencia de la vida. Nuestras vidas están moldeadas no tanto por nuestras experiencias, sino por nuestras expectativas. (Bernard, citado por, Ambros, 2015 parr. 9)

En esta inteligencia se desarrolla el pensamiento lógico y de inferencia en la resolución de problemas, es importante el método matemático que se utiliza en cada caso según corresponda, estos suelen ser: agrupación por categorías, la clasificación, la generalización, el cálculo y la comprobación de hipótesis.

2.2.5.9 Patrones y relaciones de la lógica matemática en los estudiantes.

- Observa la dimensión real de los objetos su relación con el entorno.
- Asimila la información referida a cantidad, tiempo y causa-efecto.
- Tiene la capacidad para graficar cualquier tipo de información con símbolos abstractos.
- Evidencia capacidad para solucionar problemas.
- Crea conjeturas y las comprueba.
- Capacidad matemática para utilizar la estimulación, cálculo de algoritmos, interpretación de estadísticas y representación gráfica de la información.
- Utiliza los recursos tecnológicos para dar solución a problemas.

- Tiene iniciativa por desarrollar profesiones u oficios relativos a los números.

2.2.6 El Pensamiento

Es cuando la mente procesa información de manera creativa, se trata del proceso mental que se utiliza para definir la información que se ha creado intrínsecamente, ya sea sobre hechos reales o hipotéticos. Es por ello que cuando se habla de pensamiento estratégico en una institución, lo que se trata de definir es el conjunto de ideas coordinadas que tienen todas las personas que trabajan en la misma institución con una finalidad en común. Desde otra perspectiva, también se define el pensamiento estratégico como las ideas creativas que tienen los trabajadores para poder afrontar cualquier imprevisto con algún plan de contingencia y del mismo modo aprovechar las oportunidades que según los cálculos muy bien pensados pueden darse en el futuro. Todas las ideas deben seguir ciertos patrones y como si de un individuo se tratara, pensar en sus valores y entorno para la sostenibilidad de las ideas a lo largo del tiempo. Una vez concertado el pensamiento, la institución está lista para actuar y tomar medidas correctivas en base a lo ya formulado.

2.2.6.1 Definición De Pensamiento.

No existe una definición única del pensamiento, sin embargo, es oportuno resaltar algunas aproximaciones del concepto:

"El pensamiento se podría definir como imágenes, ensoñaciones o esa voz interior que nos acompaña durante el día y en la noche en forma de sueños" (Vallejo, 2006, p.45).

"El proceso de pensamiento es un medio de planificar la acción y de superar los obstáculos entre lo que hay y lo que se proyecta"(Vallejo, 2006, p.85).

- **Imagen:** La imagen en el pensamiento hace referencia a la representación mental muy particular que se hace con respecto a cualquier objeto o situación, comprende el análisis integral de los mismos.
- **Lenguaje:** es el medio por el cual una persona puede expresar sus ideas, indispensable para la comprensión y la comunicación efectiva.
- **Pensamiento:** Proceso mental en el cual se analiza una idea, objeto, situación que requieran solución.

2.2.6.2 Características

- Trabaja por medio de definiciones y el raciocinio.
- El pensamiento depende de los sentidos del ser humano para poder recibir información, luego de ello el cerebro comienza a procesar la información con muchos micro procesos y llegan a las conclusiones finalizando el proceso de pensamiento, todo ello a una gran velocidad.
- Cada persona tiene sus propias directrices para crear un pensamiento, basado en factores intrínsecos y extrínsecos.
- Con el pensamiento se busca solucionar problemas y cubrir necesidades.
- El pensamiento lógico se orienta a una dirección, que a su vez tiene la finalidad de dar solución a un problema, buscando en diferentes caminos, es decir analizando toda una gama de alternativas.
- En cuanto al proceso, éste tiene por características ser sistemático, mantener un orden jerárquico de ideas y ser secuencial de modo que genere coherencia.
- Pone en orden las ideas matemáticas para expresarlas por medio del lenguaje.

Es naturaleza de las personas buscar el equilibrio en todos los ámbitos de su vida para sentirse tranquilo. Hay determinados factores que impiden conseguir ese equilibrio deseado, uno de los principales es un concepto negativo acerca de sí

mismo, porque las experiencias que desarrolla la persona a partir de ese concepto son generalmente de desaprobación o ambivalencia.

2.2.6.3 Desarrollo Del pensamiento

Cuando se habla del desarrollo del pensamiento, se debe aclarar que se tratan de los procesos racionales en los cuales se analiza algo determinado haciendo uso de la metodología de razonamiento empírico o aprendido y respetando las directrices de cada persona, es decir los propios parámetros que establecen los valores, la cultura, el entorno, las creencias, etc. Todo ello con la finalidad de alcanzar un conocimiento cada vez mayor que permita al sujeto tomar una decisión en base al resultado del pensamiento.

Los procesos mentales se pueden conceptualizar de la siguiente manera: Un grupo de procesos que tienen por función analizar la información que proviene del entorno, es todo aquello que sucede en la mente del individuo. (Chavez, 2009, parr. 2)

Rosales afirma:

Los procesos mentales son los siguientes: la atención, comprensión, adquisición, reproducción, transformación, el almacenamiento de información (memoria), el procesamiento de la información, la transferencia y la percepción. Existen procesos mentales específicos como: recepción o búsqueda de información, caracterización, división del todo en partes, ejecución de procesos y estrategias, (Rosales, 2009, p.135)

2.2.7 Aprendizaje

Es un procedimiento mediante el cual se desarrollan conocimientos gracias al análisis de la información recibida y experiencias vividas. (Riva, 2009, p.77).

El aprendizaje ha sido primordial para la evolución del ser humano, sin embargo, no es una habilidad netamente humana. Tanto otros seres vivos como sistemas artificiales pueden aprender, es así como logran evolucionar, sin embargo, los seres humanos el proceso del aprendizaje vincula los elementos de la educación y desarrollo personal, propiciando que sea el individuo quien se interese por aprender.

Cuando ya se ha aprendido algo, este conocimiento adquirido lleva a la persona a modificar su conducta, y como el conocimiento permanece en la persona para siempre, estos cambios son duraderos, para tener mejores conocimientos, es importante la constancia y también la práctica, porque así se genera experiencias.

Cabe resaltar que cuando se menciona que el aprendizaje condiciona un cambio en la conducta, ésta se considera en términos generales, es decir, se modifican los conocimientos pasados, la metodología, capacidades, creencias, posturas, etc.

2.2.7.1 El Aprendizaje Humano

“Todo aprendizaje se da por el razonamiento y la calidad de lo aprendido se basa en la calidad de los pensamientos” (Schmeck, 1988, p.124).

Aprender para el ser humano comprende hacerse de nuevos conocimientos y adicional a ello procesar información, analizarla, comprenderla, establecer una conjetura con ella y por último utilizar lo aprendido en un entorno real. Esto significa que cuando un ser humano aprende ajusta los conocimientos a la realidad en que vive, utilizando toda la información a su conveniencia. La evolución en la conducta del ser humano se da en función de los conocimientos adquiridos, pero, siempre dentro de un parámetro que no desestabiliza a la persona, es entonces que el aprendizaje ha

llevado a la humanidad a su libertad, a manejar su entorno en cierta medida y ajustarlo a sus necesidades.

2.2.7.2 Proceso De Aprendizaje

Tiene por característica ser un proceso muy personal que se desarrolla tomando la información del entorno socio-cultural. En el proceso de aprendizaje se procesa y hacen propios nuevos conocimientos, creando graficas virtuales para su posterior explicación y aplicación en la resolución de problemas. Parte de aprender es memorizar, pero, adicional a ello vida que es crear asociaciones, valoraciones, análisis, y clasificaciones. Resumiendo, el proceso de aprendizaje ineludiblemente llevará a crear una estructura nueva en la mente del ser humano y con ello un cambio conductual.

2.2.7.3 Tipos De Aprendizaje

- **Aprendizaje receptivo:** El docente entrega metodológicamente al alumno información y medios educativos para su aprendizaje.
- **Aprendizaje por descubrimiento:** Es cuando el alumno descubre la información por su cuenta, este tipo de aprendizaje puede ser orientado por el docente.
- **Aprendizaje memorístico:** Es el que se da cuando el alumno utiliza la memoria para grabar información que posteriormente puede ayudarlo a crear estructuras.
- **Aprendizaje significativo:** Es cuando el alumno por iniciativa propia aprende por medio de tareas secuenciales, es el mismo alumno quien interrelaciona el contenido que desea aprender. (Conde, 2007, parr.2)

2.2.7.4 El Proceso De Enseñanza Aprendizaje

La enseñanza aprendizaje es un proceso en el cual se busca formar al estudiante, la función del docente es dirigir ese proceso. Los estudiantes también pueden cultivarse a sí mismos por medio de acciones que creen experiencias que finalmente serán asimiladas como conocimientos, este proceso busca que sea placentero para facilitar el aprendizaje. (Marista, 2018, parr.1)

Analizando todos los elementos que influyen en la mala calidad en el aprendizaje, muchos analistas han llegado al consenso que el problema radica en los diferentes estilos de aprendizaje, siendo ellos los culpables de las reacciones de los alumnos ante un proceso de enseñanza.

Es allí en donde radica la relevancia de estudiar los estilos del aprendizaje para la elaboración del diseño curricular y la metodología de enseñanza – aprendizaje, quien suele definir el estilo de aprendizaje con el cual se va a trabajar usualmente es el educador, pues es él quien analiza objetivamente la realidad en la que se desenvuelve el alumno, así como su nivel alcanzado. Numerosos estudios han comprobado la efectividad de la correcta aplicación de los estilos de enseñanza con niveles altos de rendimiento escolar. En base a todo esto se puede afirmar que, los docentes son de vital importancia para un buen proceso, pero, docentes preparados que tengan en cuenta la realidad, pero también qué hacer con ella buscando estimular el interés por aprender con el correcto uso de estrategias metodológicas.

2.2.7.4.1 Características

Los estilos cognitivos son las formas en la cual los estudiantes reciben y procesan la información. La investigación de los estilos cognitivos y sus

descubrimientos han determinado que existen relevantes cambios entre el estilo de educación tradicional y el estilo que propone un estudio autosuficiente por parte del alumno, resulta entonces que los estilos afectan las capacidades que tienen las personas para aprender. (Fariñas, 1995, p.146).

Gracias a la relevancia que se le dio a la psicología cognitivista, diversas investigaciones sobre los estilos cognitivos llamaron la atención de los docentes e instituciones educativas que tenían la necesidad de aplicar nuevas e innovadoras maneras de enseñar. Es así que en lugar de decir “estilo cognitivo” se popularizó el término “estilos de aprendizaje” en el ámbito escolar. Término que desde entonces se define como aquellas características del aprendizaje, afectivas y fisiológicas que ayudan y facilitan la orientación del docente hacia el alumno en donde se analiza sus reacciones en el proceso de aprendizaje y la post aplicación de los conocimientos.

2.2.7.5 Clasificación De Los Estilos De Aprendizaje

Existe una gran variedad de estilos de aprendizaje basados en la metodología y en el tipo de estudiantes según dos premisas, en primer lugar, la manera en la que la información es recibida y en segundo lugar, la manera en la que la información es analizada.

Se consideran tres estilos de enseñanza – aprendizaje que son los más aceptados por los alumnos: estilo visual, estilo auditivo y estilo táctil o kinestésico. Lo cual es muy ventajoso, para tener una gama más amplia en el campo de la enseñanza, generar interés real del alumno y no dar pie a algún tipo de dejadez. Trabajar con estos tres estilos seleccionándolos según el tema a impartir y cómo este permite graficar mejor una realidad que puede darse en el entorno, garantiza un proceso de enseñanza – aprendizaje exitoso.

2.2.8 Práctica Docente

El principal objetivo de la práctica docente es trabajar en educación para formar personas de bien, autosuficientes y con conocimientos sólidos que aporten a la sociedad. Si bien el soporte administrativo de la educación es muy importante, se debe dar la respectiva relevancia a la ética académica, los docentes deben realizar su labor teniendo de la mano la ética ya sea cuando se enseñe a niños como a adultos, pero, no se puede fingir tener ética, por lo cual ésta debe ser un estilo de vida, un valor interiorizado.

Entonces, ser docente implica otorgar información a los alumnos siguiendo un diseño curricular y una metodología, en cambio la vocación docente en la práctica implica un real compromiso con la educación, corresponde a los valores y experiencia propios de cada docente.

Por todo lo anteriormente expuesto, la pedagogía ha innovado en sus procesos de enseñanza – aprendizaje incluyendo nuevas metodologías de enseñanza siempre en busca de la eficacia y la calidad.

Al respecto “la educación recae en la praxis del docente, único responsable de la conducción curricular del aprendizaje” (Huertas, 2008, p.172).

Analizando esta frase se puede afirmar que los estudiantes dependen de la dedicación y conocimientos del educador para poder incrementar su nivel de rendimiento académico.

2.2.8.1 DEFINICIÓN DE PRÁCTICA DOCENTE

El docente es un profesional como cualquier otro, analiza situaciones y toma decisiones en un medio cambiante, el docente orienta su conducta en base a su razonamiento, valores y decisiones (Shalvenson , 1981, p. 373).

Podemos afirmar que los docentes interpretan la realidad los cuales no son constantes y mutan en la medida del docente y lo que lo rodea. La práctica docente se define también como el ámbito que permite evidenciar el trabajo de un educador como influencia directa en el nivel de educación del alumno. Para ello es importante que el docente tenga pleno conocimiento de lo que pretende enseñar y los instrumentos didácticos que permitan diseñar buenos estilos de enseñanza, así como la capacidad para observar con objetividad el entorno en el que se desarrolla para aplicar de la mejor manera el plan de estudios que le corresponde a cada alumno.

La tarea del docente no es simplemente impartir clases, la tarea comprende hacer trabajos de investigación, los cuales conlleven a alimentar los fundamentos del aprendizaje, todo aporte es importante, además un punto a favor de los docentes es que las investigaciones en educación no requieren demasiada inversión económica.

Las escuelas necesitan de un docente abocado a la práctica pedagógica, que este inmerso en los cambios de la tecnología y de la sociedad, para esto es imprescindible que los docentes estén capacitados en cuanto a pedagogía, neurociencia, tutoría y en su especialidad, además, es importante que el docente sepa reconocer cuál es la retroalimentación que tiene después de dirigir una clase y qué valor tiene para la educación, esto será de vital trascendencia sobre todo

para las personas que quieren ser parte del cambio educativo y de la evolución de la sociedad.

En síntesis, la investigación docente es una herramienta imprescindible del docente para tocar los temas que no se han considerado en la educación tradicional. Si bien no es un tema fácil de abordar, es necesario realizar este tipo de investigaciones para remover los cimientos de la educación con la finalidad de lograr una mejora en ella.

Muchos de los problemas de la educación son por no determinar con exactitud la realidad del entorno en el que viven los niños, las experiencias generales, su cultura, creencias y su forma de percibir el conocimiento. Con la comprensión de estos elementos, se podrán disminuir en gran medida los problemas en la educación.

2.2.8.2 Elementos De La Práctica Docente

Ejercer docencia no es sencillo, se deben considerar los factores que inciden en medida en el desarrollo pedagógico; éstos son: la planificación, aplicación y evaluación. Una de las partes más importantes para crear una experiencia en la que el alumno pueda asimilar los conocimientos, son las tareas o asignaciones, que promuevan el análisis y la investigación. La interrelación de docentes y educandos también es importante en primer lugar, para crear un buen clima de trabajo y en segundo lugar, para complementar las ideas propias con las de los compañeros. Las actividades tienen que ser organizadas en secuencias didácticas, estructurando de manera coherencia y jerárquica el contenido de lo que se enseña, el orden debe ser conocido en todo momento tanto por el docente como por los estudiantes.

2.2.8.3 Rol Del Docente Ideal

En la revisión de investigaciones se han encontrado algunas definiciones interesantes sobre el rol del docente ideal “que supera los límites de lo humano”, en tanto que supone que el maestro sea “Un sujeto polivalente, profesional competente, agente de cambio, practicante reflexivo, profesor investigador, intelectual crítico e intelectual transformador entre otras características deseables” (Torres, 2005, p.89).

Se tiene entonces, una pequeña paradoja compuesta por dos elementos tanto coyunturales como definitivos:

El primer elemento, es el docente como ser humano, con características idóneas para la enseñanza, buenos valores, habilidad para saber guiar al alumno, conocimientos pedagógicos, conocimientos de los temas a tratar, ética y sobretodo compromiso con la educación, todo ello con el soporte que le da la sociedad y su institución en el desempeño de su labor.

El segundo elemento, está conformado por todos aquellos factores del entorno que influyen en una estima social baja desencadenando de esta manera en el malestar del docente, esto se puede evidenciar por ejemplo en la poca relevancia y atención que reciben los educadores por parte del estado, se les exige resultados, pero, no se preocupa por brindarle mejores condiciones de trabajo, motivarlos con incentivos salariales o reconocimientos.

2.2.8.4 Didáctica

El espacio nuclear de la Didáctica lo constituye la enseñanza orientada al aprendizaje formativo de los

estudiantes, con la finalidad de capacitarles intelectual y socio-afectivamente, y promover en el profesorado la comprensión y compromiso integral con la complejidad personal y social de tal proceso, implicándole en la mejora y consolidación de tal saber. (Pearson, 2010, parr. 3)

Esta se concreta en la reflexión y el análisis del proceso de enseñanza aprendizaje, profundizando en su naturaleza y en la anticipación y mejora permanente, la didáctica se fundamenta y consolida mediante la práctica indagadora, el estudio de las acciones formativas y la proyección de estas en la capacitación y caracterización de los estudiantes y la identidad del docente con el proceso de enseñanza-aprendizaje.

La finalidad es enseñar y aprender, tanto docentes como alumnos deben comprender la importancia de planificar de modo didáctico este proceso, de modo que todos salgan beneficiados, los docentes crecerán profesionalmente con la adquisición de nuevas experiencias en la enseñanza y los estudiantes podrán adquirir conocimientos y desarrollar su pensamiento creativo. El estilo de construcción del conocimiento didáctico y la creación de experiencias se pueden lograr si es que el proceso de enseñanza se aplica como un proceso investigador y generador de saber e interculturalidad, por medio del cual todos los participantes analicen cuáles son sus propios puntos de vista y se involucren de manera voluntaria en la representación de cada concepto así como en la mejora del proceso enseñanza – aprendizaje.

2.2.8.4.1 Modelos Didácticos

"Es la respuesta al verbalismo y al abuso de la memorización típica de los modelos tradicionales, los

modelos activos (característicos de la escuela nueva) buscan la comprensión y la creatividad, mediante el descubrimiento y la experimentación. Estos modelos suelen tener un planteamiento más científico y democrático y pretenden desarrollar las capacidades de autoformación" (Chacón, 2017, parr. 3).

"Actualmente, la aplicación de las ciencias cognitivas a la didáctica ha permitido que los nuevos modelos sean más flexibles y abiertos y muestren la enorme complejidad y el dinamismo de los procesos de enseñanza-aprendizaje" (parr. 4).

Trata de una estrategia didáctica para que el educador enseñe con efectividad al alumno, esta estrategia comprende varias actividades que promueven la interrelación de toda la información brindada con los alumnos. Lo primordial en una estrategia de este tipo es que facilite la orientación del alumno en el proceso de aprendizaje y que lo motive, ahora bien, hay ciertos principios que el estratega debe considerar:

- Tener en cuenta los estilos cognitivos y de aprendizaje del estudiante.
- Propiciar un clima motivador teniendo en cuenta los intereses del alumno.
- Organizar el espacio, distribuir los materiales y programar el tiempo de estudio.
- Brindar información en el momento oportuno.
- Propiciar la práctica para el aprendizaje.
- Partir de las debilidades y la retroalimentación para nuevos contenidos de enseñanza.
- Promover la autosuficiencia.

- Promover trabajos grupales, pero preocupándose por una asimilación individual.
- Evaluar después de cada contenido.

Componentes

- El docente o profesor
- El discente o estudiante
- El contexto social del aprendizaje
- El currículo

2.2.8.5 El docente o profesor.

Es el sujeto encargado de enseñar un tema determinado. Se considera que el docente tiene capacidades muy superiores al resto para poder dirigir una materia, cuenta con conocimientos y capacidades pedagógicas. (telesecundaria, 2007, parr. 2)

Hoy en día se exige que el educador no solo brinde conocimientos, si no que enseñe a analizar situaciones, debe llevar al alumno por caminos que lo orillen a reflexionar. Para esto, el educador debe tener pleno conocimiento de estrategias metodológicas, solo así tendrá las aptitudes y autoridad suficiente para poder dirigir adecuadamente un proceso de aprendizaje y formar personas con capacidad analítica. Nadie dice que sea una tarea sencilla, pero es una tarea que se debe aceptar con compromiso primero a nivel personal y para su posterior proyección hacia los alumnos.

2.2.8.5.1 Rendimiento Académico

Se define como el resultado de la evaluación de todo lo aprendido en un ámbito educativo de cualquier nivel. Se determina que un alumno tiene buen rendimiento académico cuando tras las evaluaciones obtienen resultados positivos. Diciéndolo

de otro modo, el rendimiento académico es un instrumento que sirve para medir el nivel de conocimientos de los alumnos, detallando también cuáles son sus puntos fuertes y los que necesitan un refuerzo en la enseñanza, así como si la estrategia o estilo de enseñanza ha sido el correcto a lo largo de todo el proceso de formación educativa.

El rendimiento escolar viene a ser el resultado o logros obtenidos por el alumno, a lo largo del proceso enseñanza aprendizaje. Este Logro es medido por evaluaciones periódicas o permanentes, con el objeto de establecer en qué medida se alcanzan los objetivos o competencias propuestas.

El rendimiento escolar se constituye elemento trascendental en el desarrollo de la personalidad del alumno que se beneficia de los aprendizajes. Lo que se manifiesta en el comportamiento general que muestra frente a las diversas situaciones que le toque vivir y pueda resolver problemas

En el ámbito educativo, desde el punto de vista del alumno, el rendimiento es la capacidad que éste tiene para hacer frente a los estímulos educativos, el rendimiento es un instrumento que puede llevar a diversos propósitos, pero éstos deben ser planificados.

Según Carrasco, "este tipo de rendimiento escolar puede ser entendido en relación con un grupo social que fija los niveles mínimos de aprobación ante un determinado cúmulo de conocimientos o aptitudes" (Carrasco, 1985, p.63). También, el rendimiento escolar es considerado como el nivel de objetivos alcanzados según un diseño curricular propuesto. (Himmel citado en Andrade, G; Miranda, C y Freixas, 2003, p.48).

Chadwick lo define como:

Expresión de capacidades y de características psicológicas del estudiante desarrolladas y actualizadas a través del proceso de enseñanza-aprendizaje que le posibilita obtener un nivel de funcionamiento y logros escolares a lo largo de un período, que se sintetiza en un calificación final (cuantitativo en la mayoría de los casos) que evalúa del nivel alcanzado. (Chadwick, 1979, p.96).

En pocas palabras, el rendimiento escolar es un indicador del nivel de aprendizaje conseguido en un aula, mismo que es el principal objetivo de la educación. A pesar de ello, es importante recalcar que el rendimiento no es lo mismo que el aprovechamiento escolar.

Para Reyes:

Ambos participantes son activos responsables de la educación, el alumno y el docente, el aprovechamiento escolar intenta describir el resultado de un proceso educativo. (Reyes, 2003, p.63).

Para Pizarro:

Existe una visión muy optimista acerca de las facultades humanas para la instrucción y los potenciales humanos para el aprendizaje, especialmente en las orientaciones instrumentales de la educación. Para algunos autores, la noción relativa a que cuando se entregan a todos los alumnos las más apropiadas condiciones o ambientes de aprendizaje, éstos son capaces de alcanzar un

alto nivel de dominio. Es básico entonces, definir lo que se entiende por Rendimiento Académico. (Pizarro, 1997, p.69).

Según otro investigador, se entiende el rendimiento académico como un instrumento que mide las habilidades que tienen los alumnos para asimilar información gracias a un buen proceso de instrucción (Pizarro, 1985, p.88).

En cambio, Gardner manifiesta que:

Se ha evidenciado la problemática educativa que las sociedades modernas deben solucionar, esto significa abrirse paso hacia el desarrollo y la innovación, entonces, se puede decir que todas las sociedades necesitan ajustarse a las exigencias del mundo moderno, a una realidad cambiante, lo que implica aceptar sus propias debilidades, evidenciadas en las evaluaciones de rendimiento escolar. (Gardner, 1994, p. 106).

Un tema relevante para el presente estudio es la Inteligencia escolar con la finalidad de explicar su relación con el rendimiento escolar.

Bravo define la inteligencia escolar de la siguiente manera:

Es el conjunto de habilidades cognitivas y verbales que procesan, integran y organizan el aprendizaje y toda la experiencia escolar y lo van relacionando con los aprendizajes y experiencias anteriores, por medio de la codificación y categorización de sus contenidos, de modo de permitir la aplicación a situaciones nuevas. (Bravo, 1990, p.35).

Resumiendo, es la habilidad que tiene las personas para hacer suyas las experiencias vividas y los conocimientos adquiridos en la escuela para aplicarlos en situaciones reales en cualquier ámbito de su vida.

Por lo tanto, el concepto de rendimiento es muy amplio y no sólo abarca el nivel cognoscitivo, sino también, las conductas expresadas en actitudes, aspiraciones, ideales, intereses y modos de obrar frente a la vida, al trabajo, al estudio y a la convivencia social.

2.2.9 Manual De Razonamiento Lógico

2.2.9.1 Materiales educativos

Se consideran como aportes fundamentales en todo proceso pedagógico que el docente desarrolla en el aula.

Méndez afirma:

Que los materiales educativos están integrados por contenido de tipo didáctico que conlleva a un incremento en el nivel de rendimiento de los estudiantes, ajustándose a sus intereses y necesidades. (Méndez, 1988, p.96).

Hidalgo señala:

Se trata de todos los recursos educativos físicos que tiene por objetivo servir de apoyo en el proceso de enseñanza-aprendizaje creando productividad en dicho proceso. (Hidalgo, 2007, p.24).

Hay que ser realistas y mencionar que toda educación personalizada necesita una mayor cantidad de recursos educativos, en cuanto a los medios de

enseñanza no existe un método definido para cada grupo de realidad, muchos autores han propuesto clasificaciones sobre los medios didácticos, para la presente investigación se ha utilizado la clasificación que se basa en el canal de recepción, pues promueve la interacción entre el alumno y el docente, es una de las clasificaciones más comunes y facilita la transferencia de la información y el conocimiento en el proceso enseñanza-aprendizaje.

Conforme indica Stojanovic:

Es el diseño de cada material quien deberá responder conceptualmente a unas bases teóricas que lo fundamenten y se conviertan en el elemento que permita preparar al estudiante hará incorporarlo a situaciones nuevas de aprendizaje y a optimizar los métodos de presentación de la enseñanza (Stojanovic, 1988, p. 279).

Joyce y Weil (1980) han creado cuatro grupos de modelos de materiales impresos basados en, quién aprende y cómo aprende.

- Modelos de procesamiento de la información
- Modelos personales
- Modelos de interacción social
- Modelo conductista.

Los materiales educativos son instrumentos que dan soporte al docente con respecto a los temas que desea tocar en clase, los materiales deben ser didácticos, de presentación sencilla y clara, de forma que permitan explicar algo complicado de una manera simple.

Por lo tanto, los materiales educativos son componentes de calidad que aportan a la educación. El educador los utiliza en su proceso de enseñanza para

ayudar a crear experiencias sensoriales en el alumno, creando realidades hipotéticas en las cuales el alumno debe aplicar los conocimientos y análisis, se tiene entonces que, los materiales estimulan la creatividad y motivan el aprendizaje; una atribución que tiene los materiales educativos también es que optimizan el tiempo, pues, ya no se desperdicia en explicaciones.

Finalmente, con un módulo autoinstructivo el alumno es el encargado de su aprendizaje, reemplazando de esta manera la función del educador.

Menéndez se basa en la metodología para clasificar los materiales educativos:

a. Auto educativos: Los brindan al estudiante autosuficiencia para aprender por sí mismos. Estos materiales cuentan con explicaciones claras de temas organizados coherentemente. Inclusive tiene autoevaluaciones para un mejor aprendizaje y retroalimentación.

b. De Interaprendizaje: Son materiales utilizados por el docente para reafirmar o explicar de mejor manera el tema que se desea enseñar. (Menéndez, 1984, p. 19)

El presente estudio ubica la propuesta dentro de la clasificación de tipo auto educativo, ya que se trata de módulos auto instructivos de enseñanza que reemplazarán en parte la labor del docente, el presente trabajo busca demostrar su efectividad al mejorar el nivel de razonamiento lógico matemático de los estudiantes del II semestre del Instituto de Educación Superior Tecnológico Público "Francisco de Paula Gonzáles Vigil" de la ciudad de Tacna.

2.2.9.2 Módulo Autoinstruccionivo

El módulo es una programación a corto plazo y se concreta en unidades de enseñanza-aprendizaje, redactados por el educador acerca del tema de un curso en específico. Tiene como objetivo principal dotar al educando de conocimientos elementales que aporten al desarrollo y aprendizaje.

Se trata de un material de educación compuesto de manera manifiesta, clasificada y metodológica acerca del uso correcto del razonamiento lógico matemático en el contexto de la educación escolar, dicho material también da las directrices para orientar de manera adecuada al estudiante.

También se trata de una herramienta importante para priorizar la información sobre un tema en concreto. La constante práctica llevará a tener resultados sin errores en los estudiantes y por parte de los educandos, una mejor organización educativa en general.

Entonces, se puede afirmar que el uso de un manual autoinstruccionivo lógico matemático propicia el desarrollo de actividades y las relaciones de las personas que interactúan. Se detalla el orden, los medios, objetivos y metodología aplicada en el razonamiento matemático, para posteriormente conjugar la información recibida y asimilada con las necesidades que se necesitaba satisfacer.

Rebollo, afirma que los materiales escritos son indispensables en la enseñanza por las siguientes razones:

- **Programados:** No se trata de un material improvisado que se crea sobre la marcha de la enseñanza, se trata de un material que se crea con minucioso cuidado, un material muy bien pensado teniendo en cuenta la manera más adecuada de llegar a llamar la atención y crear comprensión del alumno.

La elaboración implica estricta exigencia, solo así se garantiza la calidad del documento.

- **Adecuados:** El material es redactado acorde a las necesidades y circunstancias del estudiante, lo que significa que el autor debe tener en cuenta las condiciones en las cuales se desenvuelve el estudiante, todos los factores internos y externos que influyen en su desarrollo y en base a ese análisis elegir el contenido que le otorgue mayores beneficios, propiciando de esta manera el interés y mejor interiorización de lo aprendido.
- **Precisos y actuales:** Se define como el correcto uso de las expresiones dentro del material, no dar oportunidad que, al estudiante de interpretar, si no ser lo más explícitos y literales posibles. En cuanto a los actuales, básicamente habla de actualizar constantemente el material en función a las necesidades de cada estudiante.
- **Coherentes:** En este punto se resalta la importancia que tiene la coherencia entre un tema y el siguiente, de modo que, el estudiante desarrolle el contenido en forma de secuencia dándole un sentido de continuidad a los conocimientos que va adquiriendo.
- **Eficientes:** Se refiere al ahorro de recursos, para hacer un material escrito hoy en día es eficiente, pues se necesita poco más de una computadora y fotocopias.
- **Integrales:** Los materiales escritos son un compendio de información de fácil acceso, bien explicada y resumida, con el uso de estos materiales ya no existe la excusa de no tener acceso a la información o no comprender los complicados textos matemáticos. Se dice que son integrales entonces no solo por la calidad de información relevante, sino también por las

actividades propuestas, resúmenes, sugerencias, autoevaluaciones, entre otros. (Rebollo, 2000, p.23)

Entonces, los materiales impresos son y siempre serán parte de todo proceso educativo de calidad, gracias a su aporte anteriormente detallado y por la facilidad de trabajarlos en clase. En este punto se aclara que el material impreso tiene muchas ventajas, pero, también ciertas limitaciones, no es autosuficiente.

2.2.9.3 Procedimiento para realizar un manual

Según García a continuación se detalla el procedimiento para la elaboración del manual:

- **Diseño de Material:** Para su elaboración se debe tener en cuenta la situación del alumno y la de su entorno, Teniendo ello en cuenta se debe sincerar los recursos a disposición de modo que se pueda hacer una buena elección del tipo de material que se creará. Una vez analizado lo anteriormente descrito se establecen los objetivos, temario y la metodología didáctica y física de modo que ya se cuenta con un esquema del manual.
- **Desarrollo del Material:** Tomando en cuenta la pedagogía de una manera responsable se procede a completar el esquema con los temas de interés.
- **Revisión y Corrección:** Cuando ya se ha culminado el desarrollo del Autoinstructivo corresponde hacer una minuciosa revisión del mismo y hacer las correcciones que sean necesarias.
- **Elaboración de Prototipo y Producción Experimental:** Una vez listo, se debe preparar un ejemplar del documento con el objetivo de hacer una prueba experimental.
- **Evaluación en Función:** Con la finalidad de comprobar la eficacia del manual se hace una prueba experimental aplicándolo a un grupo pequeño.

- Reajuste y Producción Final: Luego de la evaluación se procede a reajustar el manual según se requiera, y comprobada su eficacia finalmente se publica. (García, 2009, p.42).

Por lo tanto, para la elaboración del módulo autoinstructivo se han seguido todos los pasos del procedimiento explicado para el desarrollo de las capacidades del razonamiento lógico.

Saco indica que las características de los materiales son las siguientes:

- Da a conocer al alumno los objetivos a los cuales se pretende alcanzar con el manual, así como la secuencia de los temas de estudio.
- Tiene instrucciones claras para el uso del manual.
- Los temas se enseñan de manera secuencial.
- Promueve la práctica del alumno.
- Se ajusta al ritmo de aprendizaje de cada alumno, no se desarrolla de forma grupal.
- Cuenta con auto-evaluaciones al final de cada tema desarrollado. Los cuales incluyen errores recurrentes por parte de los alumnos y cómo se deben corregir los mismos. (Saco, 1988, p.149)

Si hay algo en lo que se debe tener especial cuidado, es en el modo de escribir o explicar el tema a desarrollar en el manual, es por ello que lo primordial es establecer un orden de las ideas. A estas alturas el escritor ya conoce cuál es el interés de los estudiantes al recibir el manual.

A la hora de elaborar el manual se debe considerar que es muy probable que los estudiantes no conozcan el tema tanto como el redactor. Por lo que se deben detallar los temas “paso a paso” presumiendo que los estudiantes no conocen los temas. Es ahí en donde reside la importancia de establecer

previamente un orden de ideas. Se recomienda hacer un listado de los temas más relevantes y después ordenarlos.

2.2.10. El módulo autoinstructivo “Arquímedes”

El módulo recibe el nombre de Arquímedes en honor al matemático griego más destacado de la historia. En primer lugar, se establece el tema y los pasos introductorios para definir qué competencia se quiere mejorar en la población a la que se destina la información, posterior a ello se redacta el autoinstructivo. Escribir el módulo Arquímedes fue un proceso creativo, que plasma todos los conocimientos básicos que requiere el estudiante de contabilidad, aunque también puede ser empleado por otro estudiante del nivel superior, este documento muestra un compromiso, solo así llegará al objetivo, que es aportar un módulo autoinstructivo de calidad.

Se define un objetivo para cada tema del módulo. El módulo es de fácil lectura con premisas cortas de modo que los alumnos mantengan el hilo del tema sin distracciones innecesarias.

Se hace referencias a lo que ya se ha explicado, de modo que el estudiante sienta coherencia en la información que recibe.

Según lo ya mencionado, se presenta premisas cortas. Otro dato es la muestra de un pequeño resumen al final de cada tema, sobre todo cuando el tema es muy extenso o complicado.

2.2.10.1 Posicionamiento Teórico Personal

La única manera de desarrollar las capacidades de los alumnos en el área lógico matemático, o en el que fuera es por medio de la asimilación del conocimiento, la aplicación del mismo y la practica constante, solo con ello el estudiante logrará incrementar su rendimiento escolar. A través del análisis el alumno puede resolver y alcanzar a comprender o tener nociones de carácter universal y abstracto. Cuando el estudiante tiene frente a sí un problema y la capacidad de resolverlo con conceptos abstractos por medio del análisis, es entonces cuando se puede decir que aplica una técnica. Cada uno de los éxitos que tenga el estudiante es la base para nuevos conocimientos de manera que en forma progresiva es de gran aporte para el desarrollo de la humanidad. Es importante resaltar que todo análisis no siempre es correcto, existe un porcentaje de potenciales equivocaciones, para evitarlos, se debe tener especial cuidado a la hora de crear un contenido curricular.

Se resalta de sobremanera la importancia que tiene el pensamiento humano, pues en él se basan todas las ciencias de la humanidad. En primer lugar, se tiene la lógica y la coherencia del pensamiento, ambos elementos forman los cimientos del análisis y los conocimientos. Del mismo modo la ciencia matemática tiene relevancia en la educación como un agente unificador de todas las ciencias, ya que implica la aplicación de ciencia y técnica.

Es innegable que para desarrollar cualquier actividad los conocimientos matemáticos son indispensables, ya que son esos conocimientos los que dan la capacidad comprender una situación y mejorarla, así como prevenir cualquier eventualidad. Adicional a ello, es de gran ayuda para el desarrollo de lo metódico, el pensamiento ordenado y el razonamiento lógico, lo cual brinda los cimientos de la teoría y la

práctica que permitirá el bienestar de la sociedad y una educación de calidad. Gracias al desarrollo del aprendizaje lógico matemático, se ha logrado crear un lenguaje único y universal compuesto por números y símbolos, que transmiten ideas y explican de manera gráfica cómo resolver problemas de la vida misma, es allí en donde el razonamiento y el aprendizaje lógico matemático crean una nueva línea de comunicación al ser humano, y como todo tipo de comunicación, ésta debe ser de calidad, tomando en cuenta cómo influye el entorno y las condiciones del estudiante para garantizar un correcto proceso cognitivo.

CAPÍTULO III

3. MARCO METODOLÓGICO

3.1 HIPÓTESIS:

3.1.1 HIPÓTESIS GENERAL

El empleo del módulo Autoinstructivo "Arquímedes" mejora significativamente el nivel de razonamiento lógico de los estudiantes del II semestre de contabilidad del Instituto de Educación Superior Tecnológico Público "Francisco de Paula Gonzáles Vigil" de la ciudad de Tacna, en el año 2016.

3.1.2 HIPÓTESIS ESPECÍFICAS

- a. Antes de la aplicación del módulo autoinstructivo "Arquímedes", los estudiantes del II semestre de contabilidad del grupo de control y del grupo experimental presentan un nivel inicial de razonamiento lógico matemático
- b. Después de la aplicación del módulo autoinstructivo "Arquímedes", los estudiantes del II semestre de contabilidad del grupo experimental presentan nivel satisfactorio de razonamiento lógico matemático a diferencia del grupo control.
- c. Existe diferencia entre el nivel de razonamiento lógico matemático que los estudiantes del grupo de control y grupo experimental en la prueba de salida.

3.2 VARIABLES

3.2.1 VARIABLE DEPENDIENTE

3.2.1.1 Denominación De La Variable

Nivel de razonamiento lógico matemático.

3.2.1.2 Indicadores

a) Evaluación 1,

- Reconoce relaciones explícitas en el lenguaje común y lo convierte en símbolos.
- Describe todos los procedimientos empleados para encontrar el valor de verdad de una formula lógica.
- Emplea estrategias para determinar el valor de verdad de las proposiciones.

b) Evaluación 2

- Reconoce relaciones explícitas en el lenguaje común y lo convierte en símbolos.
- Describe todos los procedimientos empleados para encontrar el valor de verdad de una formula lógica
- Emplea estrategias para determinar el valor de verdad de las proposiciones.

3.2.1.3 Escalas De Medición

- Previo al inicio : 00 - 08
- Inicio : 09 - 12
- Proceso : 13 - 16
- Satisfactorio : 17 - 20

3.2.2 VARIABLE INDEPENDIENTE

3.2.2.1 Denominación De La Variable

Módulo Autoinstructivo "Arquímedes"

3.2.2.2 Indicadores

Eficiencia del módulo

Eficacia del módulo

3.2.2.3 Escalas De Medición

- Totalmente 3
- parcialmente 2
- no 1

3.3 TIPO DE INVESTIGACIÓN

La presente investigación fue de tipo experimental, ya que buscó generar un aporte a la sociedad, con la aplicación directa al problema que se pretende resolver.

3.4 DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

El diseño a utilizar en la presente investigación fue Cuasi experimental de dos grupos de control, con pre test y pos test, según Sánchez y Reyes (1996)

Grupo Experimental: 01 - X - 02

Grupo Control: 03 - 04

Donde:

01: Pre test del grupo experimental.

02: Post test del grupo experimental.

X : Plan de acción del módulo autoinstructivo

03: Pre test del grupo control

04: post test del grupo de control.

3.5 ÁMBITO DE ESTUDIO

Se trata una investigación micro regional que se realizó dentro del Instituto Superior Tecnológico "Francisco de Paula Gonzáles Vigil", de la ciudad de Tacna durante el periodo de agosto a diciembre del año 2016.

3.6 POBLACIÓN Y MUESTRA

3.6.1 Unidad de estudio

Los estudiantes pertenecientes a la unidad de estudio pertenecen a la carrera profesional de contabilidad noche y contabilidad día del II semestre del Instituto de Educación Superior Tecnológico Público "Francisco de Paula Gonzáles Vigil" de Tacna, año 2016.

3.6.2 Población

La población estuvo compuesta por estudiantes de la carrera profesional de contabilidad del II semestre, los dos grupos de estudio seleccionados se encontraban ya conformados: uno de control 34 estudiantes y otro experimental compuesta por 36 estudiantes del Instituto de Educación Superior Tecnológico Público "Francisco de Paula Gonzáles Vigil" de la ciudad de Tacna. Para el grupo Control se consideró a los estudiantes del segundo semestre de contabilidad del

turno nocturno, mientras que el grupo caso o experimental fueron los matriculados en el segundo semestre de contabilidad del turno diurno.

Carrera Técnica	Ciclo de estudios	Grupos	Experimental	Control
Contabilidad	II	Nocturna	-----	34
	Semestre			
	II	Diurna	36	-----
	Semestre			
Población Total			70 estudiantes	

Fuente: Registro de matrícula del año 2016. ISTP Francisco de Paula Gonzáles Vigil" de la ciudad de Tacna.

Procedimiento para la recolección de datos

El muestreo en el diseño cuasiexperimental (Bono, Diseños cuasi-experimentales y longitudinales), donde el investigador toma a los grupos de estudio tal y como se encontraban conformados. Para el desarrollo de este estudio designó a la carrera de contabilidad como parte del ensayo. La sección es única, por lo que se escogió al grupo de nocturna y diurna como grupos comparados.

3.7 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS

3.7.1. TÉCNICAS

- Evaluación educativa.

3.7.2 INSTRUMENTOS

- Prueba escrita de pre-test y pos-test.
- Cuestionario.

3.8 VALIDACIÓN Y CONFIABILIDAD DE LOS INSTRUMENTOS

3.8.1. VALIDACIÓN DE CONTENIDO DEL EXAMEN DE CONOCIMIENTOS

La validación del instrumento se desarrolló por tres expertos, los cuáles aprobaron el instrumento de medición. Existe concordancia en los jueces según la prueba estadística de Kendall a un nivel de significación del 5%. (Ver anexo04)

3.8.2.VALIDACIÓN DEL CONTENIDO DEL MÓDULO AUTONSTRUCTIVO ARQUÍMEDES.

La validación del instrumento se desarrolló por seis expertos, los cuáles aprobaron el instrumento de medición. Existe una concordancia de apreciación de los jueces respecto al contenido del módulo autoinstructivo Arquímedes propuesto, con un nivel de significación del 5%. (Ver anexo 10)

CAPÍTULO IV

4 RESULTADOS

4.1 DESCRIPCIÓN DEL TRABAJO DE CAMPO

Se ha considerado como grupo control a los estudiantes del II semestre de la carrera de Contabilidad del turno noche, mientras el grupo experimental estuvo representado por los estudiantes del II semestre del turno diurno. Los criterios de inclusión establecidos en la clasificación de los datos de la muestra fueron los estudiantes regulares, matriculados en el II semestre, el estudio se desarrolló entre el mes de agosto a diciembre del año 2016.

4.2 DISEÑO DE LA PRESENTACIÓN DE LOS RESULTADOS

Para una mejor comprensión de los resultados obtenidos se ha considerado cuatro momentos:

El primero, se refiere al análisis e interpretación de la clasificación de las notas de entrada y salida del grupo control y el grupo experimental.

El segundo, se refiere a la verificación de la distribución de normalidad de los datos.

El tercero, se refiere a la contrastación de las hipótesis específicas.

El cuarto, se refiere a la verificación de la hipótesis general de investigación.

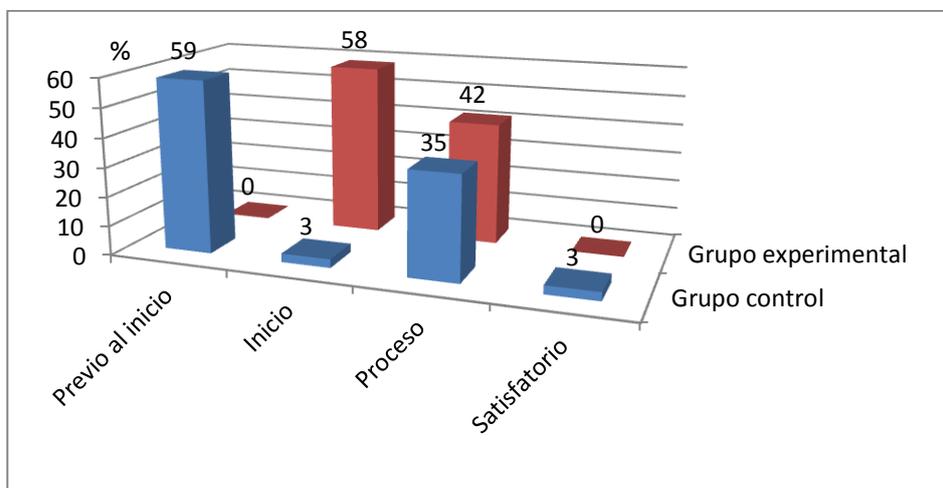
4.3 PRESENTACIÓN DE LOS RESULTADOS

4.3.1 Análisis e interpretación de los niveles de la prueba de entrada y la prueba de salida

Tabla 01: Distribución de frecuencias de los niveles de razonamiento lógico matemático de la prueba de entrada de los estudiantes del I.E.S.T.P. "Francisco de Paula Gonzáles Vigil". Tacna – 2016

Niveles	Escala	Grupo control		Grupo experimental	
		Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
Previo al inicio	00 - 08	20	59	0	0
Inicio	09 - 12	1	3	21	58
Proceso	13 - 16	12	35	15	42
Satisfactorio	17 - 20	1	3	0	0
Total		34	100	36	100

Fuente: Registro auxiliar



Fuente: tabla 01

Figura 1: Distribución porcentual de los niveles de razonamiento lógico obtenidas en la prueba de entrada

La figura 01, se observa que el 59% de los estudiantes del grupo control están en el nivel previo al inicio, el 3% en el nivel de inicio, el 35% en el nivel de proceso y el 3% en el nivel satisfactorio, mientras que en el grupo experimental el 58% están en el nivel de inicio y el 42% en el nivel de proceso.

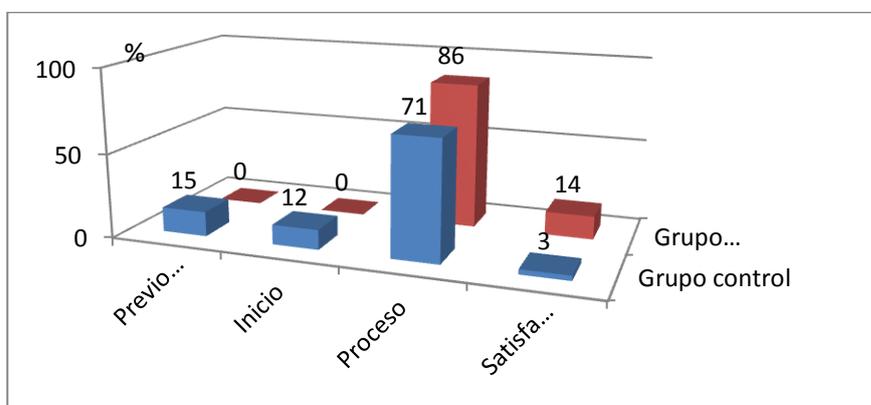
Se concluye, que el mayor porcentaje de los estudiantes están en el nivel de previo al inicio e inicio en el grupo control y el grupo experimental.

Tabla 02:

Distribución de frecuencias de los niveles de razonamiento lógico matemático de la prueba de salida de los estudiantes del I.E.S.T.P. "Francisco de Paula Gonzáles Vigil". Tacna – 2016

Niveles	Escala	Grupo control		Grupo experimental	
		Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
Previo al inicio	00 - 08	5	15	0	0
Inicio	09 - 12	4	12	0	0
Proceso	13 - 16	24	71	31	86
Satisfactorio	17 - 20	1	3	5	14
Total		34	100	36	100

Fuente: Registro auxiliar



Fuente: tabla 02

Figura 02: *Distribución porcentual de los niveles de razonamiento lógico obtenidas en la prueba de salida.*

Según la figura 02, en el grupo control se observa que el 15% de los estudiantes están en el nivel previo al inicio, 12% de los estudiantes están en el nivel de inicio, el 71% en el nivel de proceso y el 3% en el nivel satisfactorio, mientras que en el grupo experimental no existe estudiantes que se ubiquen en el nivel previo ni inicio, el 86% están en el nivel de proceso y el 14% en el nivel satisfactorio.

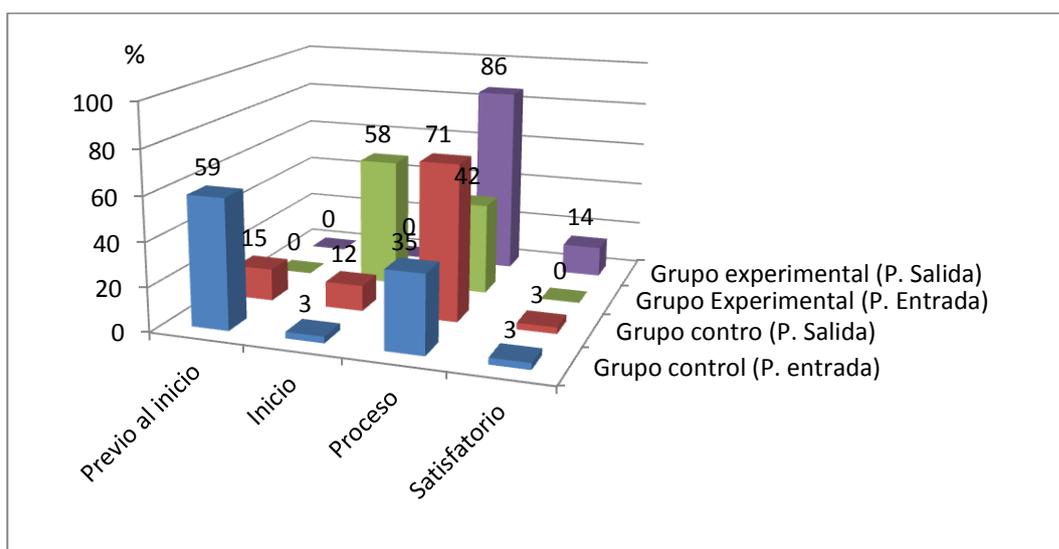
Se concluye, que existe una diferencia en los niveles de razonamiento lógico matemático entre el grupo control y el grupo experimental, ubicándose los estudiantes del grupo experimental en los niveles superiores que el grupo control.

Tabla 03

Comparación de los niveles de razonamiento lógico matemático de la prueba de entrada y salida de los estudiantes del I.E.S.T.P. "Francisco de Paula Gonzáles Vigil". Tacna – 2016

Niveles	Grupo control				Grupo experimental			
	Prueba de entrada		Prueba de salida		Prueba de entrada		Prueba de salida	
	fi	%	fi	%	fi	%	fi	%
Previo al inicio	20	59	5	15	0	0	0	0
Inicio	1	3	4	12	21	58	0	0
Proceso	12	35	24	71	15	42	31	86
Satisfactorio	1	3	1	3	0	0	5	14
Total	34	100	34	100	36	100	36	100

Fuente: tabla 01 y 0 2



Fuente: tabla 03

Figura 3. Distribución porcentual de comparación de los niveles de razonamiento lógico en la prueba de entrada y de salida.

En el gráfico, se observa un mayor nivel porcentual de satisfactorio alcanzado en el grupo experimental (14%) versus el grupo control (3%) en la prueba de salida, además en el grupo experimental los estudiantes han superado el nivel previo e inicio, mientras que en el grupo control todavía existe un 15% en el nivel previo al inicio y 12% en el nivel de inicio en la prueba de salida.

Con referencia a la comparación de la prueba de entrada y salida de ambos grupos, se denota que hay una mayor mejora en el grupo experimental que el grupo control en cada uno de los niveles.

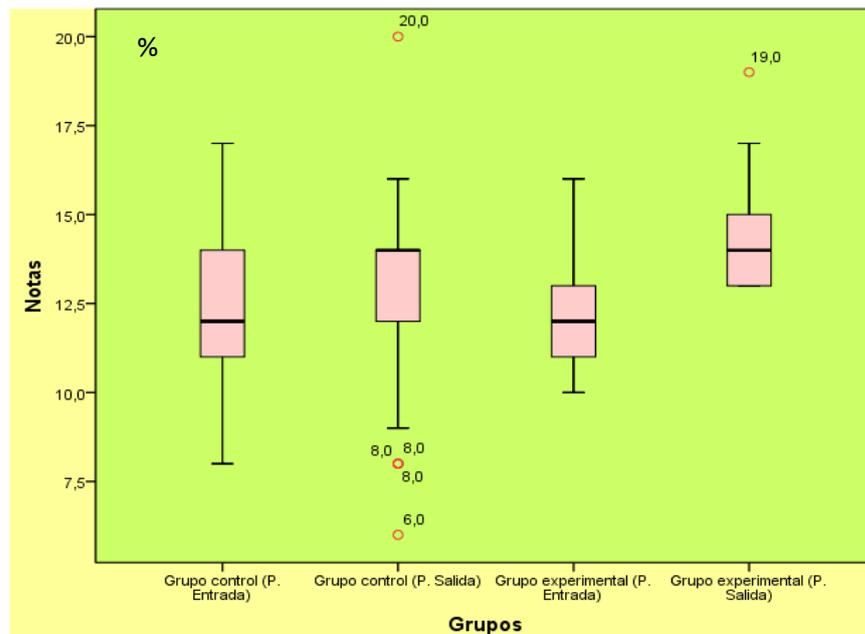
4.3.2 ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LAS MEDIDAS ESTADÍSTICAS DE LAS CALIFICACIONES DE LA PRUEBA DE ENTRADA Y LA PRUEBA DE SALIDA

Tabla 04

Medidas estadísticas de las calificaciones de razonamiento lógico matemático de la prueba de entrada y de salida de los estudiantes del I.E.S.T.P. "Francisco de Paula Gonzáles Vigil". Tacna – 2016

Estadísticos	Grupo control		Grupo experimental	
	P. Entrada	P. Salida	P. Entrada	P. Salida
N	34	34	36	36
Media	12,32	12,94	12,17	14,31
Mediana	12,00	14,00	12,00	14,00
Desv. típ.	2,085	2,817	1,612	1,582
Coeficiente de variación	16,92%	21,77 %	13,25%	11,05%
Asimetría	-0,012	-0,533	0,623	1,249
Curstosis	-0,013	0,967	-0,469	0,866
Mínimo	8	6	10	13
Máximo	17	20	16	19
Percentiles	25	11,00	11,75	13,00
	50	12,00	14,00	14,00
	75	14,00	14,25	15,00

Fuente: Registro auxiliar.



Fuente: tabla 04

Figura 04: Diagramas de cajas de las calificaciones de la prueba de entrada y salida

En la tabla se observa que el coeficiente de variación es menor que el 33%, por lo tanto, existe homogeneidad en los datos, por lo que la media aritmética resulta ser la mejor medida para efectos de comparación, por lo cual, se observa que el promedio mayor está representado por los estudiantes del grupo experimental en la prueba de salida (14,31) y además, por ser menor el valor del coeficiente de variación (11,05%) en el grupo señalado, los estudiantes resultaron más regular en su calificaciones.

Según los valores de la asimetría, se observa en el grupo control de tener una tendencia de frecuencia de calificaciones inferiores al promedio, mientras que en el grupo experimental es todo lo contrario. Con referencia a la frecuencia de calificaciones han sido bajas en la prueba de entrada en ambos grupos ($\text{curtosis}_{G. \text{ control}} = -0,013$ y $\text{curtosis}_{G. \text{ experimental}} = -0,469$), mientras que en las pruebas de salida ha resultado contrario ($\text{curtosis}_{G. \text{ control}} = 0,967$ y $\text{curtosis}_{G. \text{ experimental}} = 0,866$).

4.4 PRUEBA ESTADÍSTICA DE NORMALIDAD

Para el empleo de los modelos estadísticos, previamente se ha verificado si los datos se ajustan a una distribución normal, mediante la evaluación de ajuste de Kolmogorov-Smirnov y de Shapiro-Wilk, según los procedimientos que a continuación se exponen:

i. Planteamiento de hipótesis estadísticas de bondad de ajuste

Hipótesis nula (H_0): Los datos tienen una distribución normal.

Hipótesis alterna (H_a): Los datos no están distribuidos normalmente.

ii. Nivel de significación: $\alpha=0,05$

iii. Estadígrafo de evaluación

El estadígrafo de prueba que se ha empleado para la contrastación estadística es la bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov y de Shapiro-Wilk.

iv. Cálculo del estadígrafo de evaluación

Empleando el software estadístico SPSS, se ha obtenido los siguientes resultados:

Grupos	Kolmogorov-					
	Smirnova			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Diferencia de notas (Grupo control)	0,172	34	0,012	0,916	34	0,012
Diferencia de notas (Grupo experimental)	0,253	34	0,000	0,876	34	0,001
Grupo control (P. Entrada)	0,179	34	0,007	0,951	34	0,128
Grupo control (P. Salida)	0,244	34	0,000	0,899	34	0,004
Grupo experimental (P. Entrada)	0,249	34	0,000	0,895	34	0,003
Grupo experimental (P. Salida)	0,294	34	0,000	0,765	34	0,000

v. Decisión

Como el nivel crítico de la evaluación (p_value) es menor que $\alpha = 0,05$, entonces se rechaza la hipótesis nula. A excepción de la calificación obtenida en la evaluación de entrada del grupo control.

Conclusión

Los datos no se ajustan a una distribución normal, a excepción de las calificaciones obtenidas en la prueba de entrada del grupo control. Con un nivel de significación del 5%.

4.5 COMPROBACIÓN DE HIPÓTESIS

Previamente a la verificación de la hipótesis general, se verificará las hipótesis específicas planteadas en el marco metodológico.

4.5.1 VERIFICACIÓN DE LAS HIPÓTESIS ESPECÍFICAS

Hipótesis específica 1

La primera hipótesis específica planteada es contrastar que los estudiantes del II semestre del grupo de control y del grupo experimental presentan bajo nivel de razonamiento lógico matemático.

i. Formulación de hipótesis estadística

Hipótesis nula (H₀): Los estudiantes del II semestre del grupo de control y del grupo experimental presentan bajo nivel de razonamiento lógico matemático.

$$H_a: M = 12$$

Hipótesis alternativa (H_a): Existe ausencia que los estudiantes del II semestre del grupo de control y del grupo experimental presenten bajo nivel de razonamiento lógico matemático.

$$H_a: M \neq 12$$

ii. Nivel de significación: $\alpha = 0,05$

iii. Estadígrafo de evaluación

Gómez, Condado, Adriazola y Solano (2005, P. 269), sostienen que el SPSS no tiene análisis para probar la mediana poblacional en base a una muestra, pero, si es posible adaptar el análisis para muestras relacionadas del SPSS, considerando unas modificaciones en la entrada de datos.

Según ello, se empleará la prueba no paramétrica de Wilcoxon y como el tamaño de muestra es mayor que 25, se empleará la prueba de Wilcoxon con aproximación a la forma normal, como propone Siegel (1978, P. 103).

iv. Resultados de la aplicación del estadígrafo de evaluación

Con el programa estadístico SPSS, se obtienen los siguientes resultados:

Rangos				
		N	Rango promedio	Suma de rangos
Mediana – G. Control.	Rangos negativos	13 ^a	11,73	152,50
	Rangos positivos	9 ^b	11,17	100,50
	Empates	12 ^c		
	Total	34		
Mediana – G. Experimental.	Rangos negativos	15 ^d	19,00	285,00
	Rangos positivos	17 ^e	14,29	243,00
	Empates	4 ^f		
	Total	36		

Estadísticos de contraste^b		
	Mediana – G. Control	Mediana – G. Experimental
Z	-,852 ^a	-,407 ^a
Sig. asintót. (bilateral)	0,394	0,684

a. Basado en los rangos positivos.

b. Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon

v. Regla de Decisión

Como $p\text{-value} > \alpha = 0,05$, entonces se acepta H_0 .

Conclusión:

Los estudiantes del II semestre del grupo de control y del grupo experimental están en el nivel de inicio en razonamiento lógico matemático, con un nivel de significación del 5%.

Hipótesis específica 2

El empleo del módulo auto-instructivo "Arquímedes", permite elevar el nivel de razonamiento lógico matemático en los estudiantes del grupo experimental.

i. Formulación de hipótesis estadística

Hipótesis nula (H₀): Existe ausencia de que las calificaciones de la prueba de salida del grupo experimental sea mayor que la prueba de entrada una vez aplicada a experiencia.

$$H_0: M_{\text{salida}} \leq M_{\text{entrada}}$$

Hipótesis alternativa (H_a): Las calificaciones de la prueba de salida del grupo experimental es mayor que la prueba de entrada una vez aplicada a experiencia.

$$H_a: M_{\text{salida}} > M_{\text{entrada}}$$

ii. Nivel de significancia: $\alpha = 0,05$

iii. Estadígrafo de prueba

Como los datos no se ajustan a la distribución de la normal, se empleará la prueba no paramétrica de muestras relacionadas de Wilcoxon con aproximación a la forma normal.

iv. Resultados de la aplicación del estadígrafo de evaluación

Con el programa SPSS se obtiene:

Rangos				
		N	Rango promedio	Suma de rangos
Prueba de Salida –	Rangos negativos	0 ^a	,00	0,00
Prueba de entrada	Rangos positivos	33 ^b	17,00	561,00
	Empates	3 ^c		
	Total	36		

Estadísticos de contraste^b

	OutDiurno - InDiurno
Z	-5,106 ^a
Sig. asintót. (bilateral)	0,000

a. Basado en los rangos negativos.

b. Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon

v. Decisión

Como $p \text{ value} < 0,05$, se rechaza la hipótesis nula.

Conclusión:

Las calificaciones de la prueba de salida del grupo experimental, es mayor que la prueba de entrada, una vez aplicada a experiencia, con un nivel de significación del 5%". Con lo cual queda verificada que la aplicación empleo del módulo auto-instructivo "Arquímedes", permite elevar el nivel de razonamiento lógico matemático en los estudiantes del grupo experimental.

Hipótesis específica 3

Los estudiantes del grupo experimental presentan mejor nivel de razonamiento lógico matemático que los estudiantes del grupo de control después de la aplicación del módulo auto-instructivo "Arquímedes".

i. Formulación de hipótesis estadística

Hipótesis nula (Ho): Existe una igualdad significativa en el nivel de razonamiento lógico matemático en los estudiantes del grupo experimental y el grupo control después de la aplicación del módulo auto-instructivo "Arquímedes".

$$H_0: M_{G.E.} = M_{G.C.}$$

Hipótesis alternativa (Ha): El nivel de razonamiento lógico matemático en los estudiantes del grupo experimental es mejor que el grupo control después de la aplicación del módulo auto-instructivo "Arquímedes".

$$H_a: M_{G.E.} > M_{G.C.}$$

ii. Nivel de significación: $\alpha = 0,05$

iii. Estadígrafo de evaluación

Por ser grupos independientes y con datos que no se ajustan a la distribución de la normalidad, es que se aplicó la prueba no paramétrica de U de Mann Whitney, donde se utilizó la siguiente ecuación:

$$T = S - \frac{n_1(n_1 + 1)}{2}$$

iv. Resultados de la aplicación del estadígrafo de evaluación

Mediante el programa SPSS, se obtiene:

Rangos				
Grupo Salida		N	Rango promedio	Suma de rangos
Nota	G. Control	34	31,34	1065,50
Salida	G. Experimental	36	39,43	1419,50
Total		70		

Estadísticos de contraste^a	
	Nota Salida
U de Mann-Whitney	470,500
W de Wilcoxon	1065,500
Z	-1,712
Sig. asintót. (bilateral)	0,087

a. Variable de agrupación: Grupo Salida

Como la prueba es de una sola cola ($M_{G.E.} > M_{G.C.}$), el valor crítico de la prueba (p-value) se obtiene:

$$p - value = \frac{0,087}{2} = 0,0435$$

v. Regla de Decisión

Como $p\text{-value} < 0,05$, entonces se rechaza H_0 .

Conclusión:

El nivel de razonamiento lógico matemático en los estudiantes del grupo experimental es mejor que el grupo control después de la aplicación del módulo auto-instructivo "Arquímedes", con un nivel de significación del 5%.

4.5.2 VERIFICACIÓN DE LA HIPÓTESIS GENERAL DE INVESTIGACIÓN

La hipótesis general a verificarse es, sí “El empleo del módulo Auto-instructivo "Arquímedes", mejora significativamente el nivel de razonamiento lógico de los estudiantes del segundo II semestre del Instituto de Educación Superior Tecnológico Público "Francisco de Paula Gonzáles Vigil" de la ciudad de Tacna, en el año 2016”. Según los resultados obtenidos en las hipótesis específicas se tiene:

Hipótesis específicas de investigación	p-value	Decisión
H1: Los estudiantes del II semestre del grupo de control y del grupo experimental presentan bajo nivel de razonamiento lógico matemático.	G. Control: 0,394 G. Experimental: 0,684	Se acepta la hipótesis específica de investigación.
H2: El empleo del módulo auto-instructivo "Arquímedes" permite elevar el nivel de razonamiento lógico matemático en los estudiantes del grupo experimental	0,00	Se acepta la hipótesis específica de investigación.
H3: Los estudiantes del grupo experimental presentan mejor nivel de razonamiento lógico matemático que los estudiantes del grupo de control después de la aplicación del módulo auto-instructivo "Arquímedes”.	0,0435	Se acepta la hipótesis específica de investigación.

Por lo tanto, se verifica que el empleo del módulo Auto-instructivo "Arquímedes", mejora significativamente el nivel de razonamiento lógico de los estudiantes del segundo II semestre del Instituto de Educación Superior

Tecnológico Público "Francisco de Paula Gonzáles Vigil" de la ciudad de Tacna, en el año 2016" a un 5% del nivel de significación.

4.6 DISCUSIÓN DE RESULTADOS

La evaluación de entrada, también conocida como diagnóstica, evidencia que los estudiantes del Instituto superior tecnológico Público" Francisco de Paula Gonzales Vigil " de la carrera profesional de contabilidad, presentan un bajo nivel de razonamiento lógico matemático tal como se observa en la tabla 01; en el grupo de control un 59% de los estudiantes están situados en la escala previa al inicio, mientras que en el grupo experimental un 58% de los estudiantes se encuentran en inicio. Estos porcentajes corroboran las afirmaciones de la hipótesis específica a) donde se señala que Los estudiantes del II semestre del grupo de control y del grupo experimental presentan bajo nivel de razonamiento lógico matemático.

Esta comparación entre los alumnos, a los cuales se aplicó el modelo auto instructivo le ha dado importancia a los resultados hallados en el presente estudio de investigación.

Haciendo una comparación objetiva entre las evaluaciones de entrada con las de salida al grupo experimental, se evidencia que hay progresos en el nivel de razonamiento lógico matemático; un 58% de estudiantes se encontraban en el nivel de inicio antes de la aplicación del Módulo Autoinstructivo, este porcentaje disminuye hasta un 0% de estudiantes, mientras que los estudiantes que se encontraban en el nivel de proceso aumentó de 42% a 86%. Con lo que se concluye que aplicando el Módulo Autoinstructivo Arquímedes, hay tendencias en el incremento del aprendizaje de los alumnos del Instituto Superior Tecnológico Público Francisco de Paula Gonzales Vigil de la ciudad de Tacna.

Comparando los resultados de la evaluación de entrada y salida del grupo de control, se evidencia que no hay progresos en el nivel de razonamiento lógico

matemático; según el cuadro 03, existe un aumento del 3% al 12% de estudiantes que se encuentran en el nivel de inicio, podemos afirmar que en vez de bajar el porcentaje de estudiantes de nivel de inicio este aumenta en 9%. Los porcentajes demuestran que los estudiantes del grupo de control no presentan avances significativos en sus logros de aprendizajes.

Analizando los resultados de la evaluación final en el cuadro N° 02, se puede evidenciar que existe una diferencia significativa entre el grupo experimental y de control, en los niveles de inicio y satisfactorio. Se observa que hay 0% de estudiantes del grupo experimental que se encuentra en el nivel previo al inicio e inicio, mientras que en el grupo de control el 27% de estudiantes se encuentra en el nivel previo al inicio e inicio. En general, vemos que los estudiantes del grupo experimental han superado las deficiencias de la evaluación de entrada y han mejorado más su rendimiento en la evaluación de salida.

Podemos observar que, en base a los resultados de la investigación, se puede aceptar la Hipótesis general y las específicas. Lo cual da el soporte sobre el aporte del módulo Autoinstructivo Arquímedes asegurando que favorecen al rendimiento de los estudiantes en el área de razonamiento lógico – matemático, es así, que se ratifica el incremento significativo en la capacidad que tiene el alumno dar solución a problemas matemáticos una vez aplicado el módulo, éste modelo desarrolla además tres aspectos de la matemática: componencial, experimental y contexto.

Así mismo, los métodos de enseñanza propuestos en el módulo, de forma muy calculada, han llevado a incrementar la media entre la evaluación de entrada y la de salida. Los resultados permiten corroborar lo mencionado por Anderson (1983), citado por Pozo (1994), dentro de las estrategias de enseñanza, se debe incluir la explicación del procedimiento para resolver un problema, esto tiene gran relevancia para la asimilación real de los conocimientos.

Se ha encontrado concordancia en los resultados de la presente investigación con los estudios de Arlandis (1992), Gascón (1989), Ibáñez (2004), Mesia (1993) y Viíchez (2007), en cuanto a los niveles de influencia positiva que se encuentran en el rendimiento de los alumnos a la hora de implementar un nuevo módulo de metodologías y técnicas para resolver problemas. Es por ello que se puede afirmar que, el proceso cognitivo que se realiza con el uso de módulos didácticos, promueve e incentiva el debido aprendizaje de los alumnos al momento de solucionar problemas de razonamiento lógico matemático.

CAPÍTULO V

5 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 CONCLUSIONES

El desarrollo del presente estudio nos permite arribar a las siguientes conclusiones:

Primera: En base a los resultados analizados en el grupo de control se puede afirmar que los estudiantes tienen una media de 12,32 en el área de razonamiento lógico matemático, mientras que los estudiantes del grupo experimental tienen una media de 12,17, lo que indica, que Los estudiantes del II semestre del grupo de control y del grupo experimental, presentan bajo nivel de razonamiento lógico matemático

Segunda: Luego del análisis estadístico de los resultados obtenidos al haber empleado el módulo autoinstruccionado “Arquímedes” a un grupo experimental, en contra posición con la enseñanza tradicional que se impartió en un grupo de control, se puede afirmar el rendimiento académico de los estudiantes del grupo experimental es superior al del grupo de control.

Tercera: La aplicación del módulo autoinstruccionado “Arquímedes”, les permitió elevar el nivel de razonamiento lógico matemático a los estudiantes del grupo experimental, en comparación de los resultados obtenidos en la evaluación de entrada.

Cuarta: El aprendizaje mediante el módulo autoinstructivo “Arquímedes”, da la oportunidad al estudiante para generar el análisis acerca de la nueva información que le brinda el docente, subsanando ellos mismos sus propios errores. A su vez, es de gran importancia para que el estudiante aprenda analizando el procedimiento que lo llevó a alcanzar un resultado.

Quinta: En la última evaluación que se hace a ambos grupos de estudio, se verificó un incremento significativo en el aprendizaje de los estudiantes del grupo experimental con una media de 12,17 a 14,31. En general, los estudiantes del grupo experimental demostraron un mejor nivel de razonamiento lógico matemático que el de los estudiantes del grupo de control, después de la aplicación del módulo autoinstructivo “Arquímedes”.

5.2 RECOMENDACIONES O PROPUESTA

Primera: para realizar el proceso enseñanza-aprendizaje al estudiantado, se deben considerar además de los ejercicios práctico, separatas o internet; Otras herramientas cognitivas para hacer más sencilla la asimilación de conocimientos, una de esas herramientas son los módulos de auto-instrucción, los cuales tienen que ser elaborados por el mismo maestro, considerando el tema a impartir y el ritmo de aprendizaje del estudiante.

Segunda: En cuanto a los docentes del nivel superior, se recomienda que sean capacitados en talleres que les den las habilidades necesarias para la elaboración de módulos autoinstructivos, los cuales facilitarán el desarrollo del contenido de las asignaturas que enseñan y optimizan el tiempo de enseñanza.

Tercera: el presente trabajo recomienda que se profundice y se realicen más estudios en torno a los elementos influyentes en el rendimiento académico de los estudiantes, particularmente se brinda la presente investigación a modo de aporte sobre el empleo del módulo autoinstructivo “Arquímedes”, para mejorar significativamente el nivel de razonamiento lógico de los estudiantes; existen muchos factores más, y sólo con una mayor cantidad de investigaciones se podrá estar en condiciones de ampliar el conocimiento de las personas responsables del buen rendimiento estudiantil.

Cuarta: Se sugiere ajustar el modelo propuesto en esta investigación, para implementarlo en la educación secundaria, todo ello a fin de generar una mejor base en el área lógico – matemática, de modo que los estudiantes al momento de comenzar sus estudios superiores, no tengan dificultades.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ambros Domínguez Victoria (2015). El pensamiento y su poder. Recuperado 29 diciembre 2017, de <https://es.linkedin.com/pulse/el-pensamientos-y-su-poder-victoria-ambr%C3%B3s-dom%C3%ADnguez>
- Arboleda Toro, Néstor (1991) *Tecnología Educativa Y Diseño Instrumental*. Bogota Ineterconed, editores.
- Astudillo I, Collaguazo G, (2002) *Desarrollo de las Nociones Lógicas Matemáticas y el aprendizaje de la suma y resta*. Universidad de Cuenca.
- Ausbel, David P. (1976) *Psicología educativa, un punto de vista cognositivista* México: Ed Trillas.
- Ausubel, D.P., Novak, J. & Hanesian, H. (1976). *Psicología educativa un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas.
- Bono, Rosel. Diseños cuasi-experimentales y longitudinales. On line. <http://diposit.ub.edu/dspace/bitstream/2445/30783/1/D.%20cuasi%20y%20longitudinales.pdf>
- Carrasco Díaz, Sergio (2006) *Metodología de la Investigación Científica*. Lima – Perú: Editorial San Marcos.
- Carrasco, J. (1985). *La recuperación educativa*. (Temas monográficos en educación), España: Anaya.
- Carrillo Espejo, Francisco (1995): *Como hacer la Tesis y el Trabajo de Investigación Universitaria*. Lima – Perú: Horizonte.
- Chacon lidia (2018). *Didáctica de la mano de la pedagogía*. Recuperado 29 diciembre 2017, de <https://sites.google.com/a/up.edu.mx/lidia-chacon/didactica-de-la-mano-de-la-pedagogia>
- Chávez Saldaña Álvaro (2009). *Curso de procesos pedagógicos cognitivos. Capítulo: Desarrollo Del Pensamiento*. Recuperado 29 diciembre 2017, de www.mailxmail.com/curso-pedagogia-procesos-pedagogicos-cognitivos/desarrollo-pensamiento
- El pensamiento (2011). *Clasificación del pensamiento*. página web. Recuperado 29 diciembre 2017, de

<http://habilidadespensamiento.blogspot.pe/2011/02/clasificacion-del-pensamiento.html>

Conde Cristina (2007). *Pedagogía: Tipos de aprendizaje*. Recuperado 29 diciembre 2017, de <http://www.pedagogia.es/tipos-de-aprendizaje/>

Díaz, F.; Barriga, A.; G. Hernández (1998) *Estrategias docentes para un Aprendizaje Significativo*. México: Mc Graw – Hill.

FerreiroGravié, R. (1996). *Paradigmas Psicopedagógicos*. P.90, Barcelona España.

Flores, R. (1999). *Evaluación Pedagógica y Cognición*. Mc Graw – Hill Interamericana, S.A. Santafé de Bogotá, D.C., Colombia.

Gagné, R. (1992)- *La planificación de la enseñanza. Sus principios*. México: Editorial Trillas.

Guzmánazamiz, Miguel (1993) *Selectividad Matemáticas II*. P. 86. Madrid, España: editorial Anaya.

Herrera L, Medina A, Naranjo G, (2010) *Tutoría de la Investigación Científica, Gráficas* Corona. Ambato.
<http://www.buenastareas.com/ensayos/Descubriendo-LaDidactica-.html>

Jiménez Murillo José. (2007). Recuperado 29 diciembre 2017, de www.monografias.com/trabajos4/logica/logica.shtml

La lógica como ciencia (2013) .Recuperado 29 diciembre 2017, de <https://www.clubensayos.com/Filosof%C3%ADa/La-L%C3%B3gica-como-ciencia/1357081.html>

Martin munoz, Cristina (2017) .Recuperado 29 diciembre 2017, de <http://lavisiondidacticacmm.blogspot.pe/2012/01/modelo-conductista-y-modelo-socio.html>

MARTINEZ NARVAEZ, JORAM, (2017) .Recuperado 29 diciembre 2017, de <https://innovemos.wordpress.com/2008/03/03/la-teoria-del-aprendizaje-y-desarrollo-de-vygotsky/>

MendezZamalloa, Guadalupe (1988) *En didáctica Universitaria* Lima: universidad de lima.

- Mesía, R. (1993). *La utilización de módulos autoinstructivos en la enseñanza de la formulación y nomenclatura química*. Tesis, Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Perú. [en línea] Disponible en: <http://www.cybertesis.edu.pe/sdx/sisbib/> [Consulta: 10 de enero 2009]
- Novak, J. (1996) *Teoría y práctica de la educación*. Madrid: Alianza Editorial.
- Orlando Valera Alfonso (2000). *Corrientes de la psicología contemporánea*. P.79 Bogota. Colombia. Magisterio en Linio
- Paltan G, Quilli C, (2010) *Estrategias Metodológicas para el desarrollar el razonamiento lógico matemático*. Universidad de Cuenca.
- Pearson Educación (2010). Recuperado 29 diciembre 2017, de <http://www.mailxmail.com/curso-didactica-disciplina-pedagogia-aplicada/didactica-objeto-limites-posibilidades-1-2>
- Piaget, Jean (1969). *Seis estudios de Psicología*. Barcelona: Labor, S. A. p.316
- Pozo, J. & Postigo, Y. (1994). *La solución de problemas*. Madrid: Santillana
- Quiroz, R. (2001). *El empleo de módulos autoinstructivos en la enseñanza-aprendizaje de la asignatura de legislación y deontología bibliotecológica*. Perú: Tesis, Universidad Nacional Mayor de San Marcos. [En línea] Disponible en: <http://www.cybertesis.edu.pe/sdx/sisbib/> [Consulta: 1 de agosto 2017]
- Omerique Esther (2008) *Razonamiento lógico matemático*
www.slideshare.net/EstherOmerique/razonamiento-lgico-matemtico
- Shalvenson y Stern, (1981) *La relación entre comprender y desarrollar el pensamiento de los docentes*. Ediciones akal : 373
- Sistemas de razonamiento lógico (2015). *Sistemas de razonamiento lógico*. Recuperado 29 diciembre 2017, dewww.mitecnologico.com/Main/SistemasDeRazonamientoLogico
- Stojanovic Lily (1988) *Teorías de la educación universitaria a distancia de America Latina*. En revista de tecnología educativa. Caracas vol X Nº 4 1988

- Suarez González Sebastián (2015). *Historia de la lógica*. Recuperado 29 diciembre 2017, de <http://historiadelalogica1.blogspot.pe/2015/07/que-es-la-logica-y-como-comenzo.html>
- Telesecundaria (2007). *Educación para vivir mejor*. Recuperado 29 diciembre 2017, de http://telesecundaria.gob.mx/anterior_semanas/DIES_RAGGDE_21_may.html
- Uculmana, Héctor (1994): *Tecnología de la Enseñanza de la Matemática*. Lima – Perú: San Marcos.
- Universidad Marista de Merida (2018) .*Proceso de enseñanza aprendizaje* Recuperado 29 diciembre 2017, de <http://www.marista.edu.mx/p/6/proceso-de-ensenanza-aprendizaje>
- Valderrama Mendoza, Santiago (2007). *Pasos para Elaborar proyectos y Tesis de Investigación Científica*. Lima – Perú: UNMSM
- VelasquezEdit (2008). *Pensamiento matemático en educación básica*. Recuperado 29 diciembre 2017, de <http://edisvelasquez.obolog.es/pensamiento-logico-matematico-educacion-basica-76287>
- Vilchez, J. (2007). *Modelo de enseñanza modular personalizada de las funciones trigonométricas en el quinto año de secundaria*. Tesis, Universidad Nacional Mayor de San Marcos. [en línea] Disponible en: <http://www.cybertesis.edu.pe/sdx/sisbib/> [Consulta: 10 de enero 2009]
- Villegas Villegas, Leonardo (2005) *Metodología de la Investigación Pedagógica*. Lima - Perú: San Marcos.
- Vygotsky, L. S., “*Aprendizaje y desarrollo intelectual en la edad escolar*”, *Infancia y Aprendizaje*, 27/ 28, 1984, 105, 114,116



ANEXO 01: (Ver módulo)

ANEXO 01: EVALUACIÓN DE INICIO - MATEMÁTICA I

NOMBRES Y APELLIDOS:FECHA: CARRERA PROFESIONAL:

- COMPETENCIA:** - Resuelve problemas de cantidad.
- Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio

- CAPACIDADES:** - Usa estrategias de estimación y calculo.
- Traduce cantidades a expresiones numéricas

- INDICADOR:**
- Reconoce relaciones explícitas en el lenguaje común y lo convierte en símbolos.
- Describe todos los procedimientos empleados para encontrar el valor de verdad de una formula lógica
- Emplea estrategias para determinar el valor de verdad de las proposiciones.

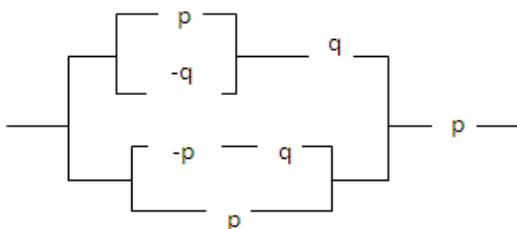
INDICACIONES: el examen tiene una duración de 60 minutos; Resuelva en el cuadernillo describiendo todos los procedimientos empleados, luego marque la respuesta correcta.

- Formalice: "El mono come plátano o salta sobre las ramas del árbol a menos que esté encerrado en una jaula. Por lo tanto, el mono come plátano o salta sobre las ramas del árbol"
 - $[(p \vee q) \vee r] \rightarrow (p \vee q)$
 - $[(p \vee q) \vee \sim r] \rightarrow (p \vee q)$
 - $[(p \leftrightarrow q) \vee \sim r] \rightarrow (p \leftrightarrow q)$
 - $[(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r] \rightarrow (p \leftrightarrow q)$
 - $[(p \wedge q) \vee r] \rightarrow (p \wedge q)$
- Si el siguiente esquema molecular es falso: $[(\sim p \Delta r) \rightarrow q] \rightarrow [(p \wedge \sim q) \vee (r \rightarrow s)]$
Hallar el valor de verdad de:
 - $[\sim(p \wedge q) \rightarrow \sim r] \Delta s$
 - $(\sim s \wedge r) \leftrightarrow (p \rightarrow \sim q)$
 - $[(s \vee r) \rightarrow p] \vee \sim q$
 a) VFF b) VVV c) FVF d) FFV e) VFV
- Sean p, q dos proposiciones cuales quiera. Se define el conector "*" en la forma siguiente:

P	Q	P * q
V	V	F
V	F	F
F	V	F
F	F	V

- Simplificar: $[(p * q) * q] * [(p * q) * \sim q]$
 a) $\sim p$ b) p c) q d) $\sim p$ e) $\sim (p \vee q)$

- Simplificar:
 - p
 - $p \vee q$
 - $p \vee p$
 - $q \vee \sim q$
 - $\sim p \vee p$



5. En el **siguiente** esquema $(p \leftrightarrow q) \wedge \sim(\sim q \vee \sim x)$ que valor debe tener "x" para que el esquema sea falso.
- a) V b) F c) V o F d) F.D. e) N.A.
6. **Hallar la proposición equivalente a: "No es cierto que, hace frío y no se congela"**
- a) Hace frío o no congela
 b) No hace frío o no congela
 c) No hace frío y no congela
 d) No hace frío o congela
 e) Hace frío o congela
7. Un alumno pregunta al profesor la hora y éste le responde: "Quedan del día 6 horas menos de las transcurridas". Entonces son ciertas:
- I. El ángulo que forman las agujas de un reloj es 90° .
 II. Hace una hora eran las 2 pm.
 III. Dentro de una hora las agujas formarán un ángulo de 120° .
- A) VVV B) FFV C) VFF D) FVF E) FFF
8. Anita, quién solo tuvo un hijo, quiere repartir cierto número de tamales a sus nietos. Si les da 5 tamales a cada uno le sobrarán 12; pero si les da 8 tamales a cada uno le faltarán 6 tamales. Luego, son ciertas:
- I. Edwin, que es uno de los nietos, tiene 5 hermanos.
 II. El número total de tamales es 42.
 III. Si les diera 7 tamales a cada uno, no le sobraría ninguno.
- A) Solo I B) I y II C) Solo II D) II y III E) Todas
9. Mary tiene cierta suma de dinero que lo gasta de la siguiente manera: en gaseosas la mitad de su dinero, más S/. 2; en galletas la tercera parte del resto, más S/. 4 y en cigarrillos las $\frac{3}{4}$ partes del dinero que le queda, más S/. 3. Si aún le quedan S/. 2, entonces podemos afirmar como verdadero:
- I. Gastó en total S/. 76.
 II. Si cada paquete de galleta costó S/.1, entonces compró 16.
 III. Gasta en cigarrillos S/. 22 menos que en gaseosas.
- A) Solo I B) I y II C) II y III D) I y III E) Todas
10. Cinco autos fueron numerados del 1 al 5 en una carrera.
- Si:
- El auto 1 llegó en 3 er. lugar
 - La diferencia en la numeración de los últimos autos en llegar es igual a 2
 - La numeración del auto no coincidió con su orden de llegada.
- De las siguientes proposiciones, ¿cuál(es) son ciertas?
- I. No es cierto que el auto 2 llegó último
 II. El auto 3 ganó la carrera
 III. El auto 4 llegó después del auto 2
- A) sólo I B) I y II C) I y III D) II y III E) todas



INSTITUTO DE EDUCACIÓN SUPERIOR TECNOLÓGICO PÚBLICO

FR/



ANEXO 02: EVALUACIÓN DE SALIDA - MATEMÁTICA I

NOMBRES Y APELLIDOS:

FECHA:

CARRERA PROFESIONAL:

- COMPETENCIA:** - Resuelve problemas de cantidad.
 - Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio
- CAPACIDADES:** - Usa estrategias de estimación y cálculo.
 - Traduce cantidades a expresiones numéricas

INDICADOR:

- Reconoce relaciones explícitas en el lenguaje común y lo convierte en símbolos.
- Describe todos los procedimientos empleados para encontrar el valor de verdad de una fórmula lógica
- Emplea estrategias para determinar el valor de verdad de las proposiciones.

INDICACIONES: el examen tiene una duración de 60 minutos; Resuelva en el cuadernillo describiendo todos los procedimientos empleados, luego marque la respuesta correcta.

1. Simbolizar la siguiente proposición. Si gloria trabaja, gana dinero. Si gana dinero, compra un auto. Por lo tanto, si trabaja, entonces, compra un auto.
 - a. $(p \rightarrow q) \wedge [(p \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)]$
 - b. $(p \rightarrow q) \wedge [(r \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)]$
 - c. $(p \wedge q) \vee [(q \rightarrow p) \wedge (r \rightarrow p)]$
 - d. $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$
 - e. $(p \vee q) \rightarrow [(q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)]$

2. Si se sabe que la expresión:
 $\sim \{ (p \Delta s) \rightarrow [(p \rightarrow r) \vee (\sim q \vee s)] \}$ es verdadera.
 Hallar el valor de verdad de:
 - I. $\sim [(r \rightarrow x) \wedge \sim (p \wedge q \wedge s)]$
 - II. $\sim \{ \sim [\sim (q \rightarrow p) \rightarrow (s \wedge w)] \}$
 - III. $(\sim q \wedge s) \rightarrow \sim (s \rightarrow r)$

a) VVF b) VVF c) FFF d) VFV e) FVV

3. Si: $P(x) \equiv \begin{cases} V; & \text{si "x" es par} \\ F; & \text{si "x" es impar} \end{cases}$
 $Q(x) \equiv \underbrace{\sim(\sim(\sim \dots (\sim P(x) \dots)))}_{\text{"x" veces}}$
 Donde: $x \in \mathbb{Z}^+$
 Halle EL valor de verdad de la siguiente proposición: $\sim[p(6) \rightarrow \sim p(8)] \Delta [\sim(q(8)) \wedge \sim(\sim(q(7)))]$

a) Verdadero b) Tautología c) Falso d) Contradicción e) Consistencia

4. Simplificar:

- a) $\neg p$
- b) V
- c) F
- d) p
- e) q

5. Para una proposición cualquiera, "p" se define:

$$F(p) = \begin{cases} 1; & \text{si } p \text{ es verdadera.} \\ 0; & \text{si } p \text{ es falsa.} \end{cases}$$

$$F(m) = 1 \text{ donde } m \equiv (p \vee r) \rightarrow s$$

$$F(n) = 0 \text{ donde } n \equiv p \vee (r \rightarrow p)$$

$$\text{Halle: } F(p \wedge r) + F(r \vee s) + F(p \rightarrow s) + F(\sim p)$$

- a.1 b.2 c. 3 d.4 e.0

6. "Juan esta melancólico porque vive alejado de su familia". Al negar el enunciado anterior, su equivalente es:

- a. No es cierto que, Juan vice alejado de su familia porque no está melancólico.
- b. Juan vice alejado de su familia y esta melancólico.
- c. Juan no está melancólico y vice alejado de su familia.
- d. Juan esta melancólico pero no vice alejado de su familia.
- e. Más de una es correcta.

7. Un padre deja al morir a cada uno de sus hijos \$ 12 500, pero uno de sus hijos no acepta y la herencia se reparte entre los demás, recibiendo cada uno \$ 15 000. ¿Cuál es el valor de verdad de las siguientes proposiciones?

- I. El número de hijos es 6
 - II. El padre dejó a sus hijos \$ 75 000
 - III. Si los hijos hubieran sido 11 con, las mismas condiciones, cada uno recibiría \$ 7500.
- A)VFF B) VVF C)VVV D)FVF E)FFF

8. Un microbusero recaudó S/. 820, en uno de sus recorridos; habiéndose gastado 320 boletos entre pasajes entero y medio pasaje; los primeros cuestan S/. 3 y los últimos S/. 1,60. Además el número de universitarios supera al número de niños en 20 y tanto los niños como los universitarios son los únicos que pagan medio pasaje.

Son ciertas:

- I. Suponiendo que los niños no pagan; el microbusero estaría perdiendo S/. 56
- II. Hay 60 universitarios.
- III. Se gastó 240 boletos en pasaje entero.

- A)I y II B) II y III C) Todas D) Solo I E) Solo II

9. Manuel tiene cierta cantidad de dinero que lo gasta de la siguiente manera: en 5 chocolates, $\frac{5}{8}$ de lo que tiene; en 3 refrescos, $\frac{1}{3}$ de lo que queda y en 4 galletas $\frac{4}{9}$ del resto. Si aún le queda S/. 10;
- I. Por un chocolate, un refresco y un paquete de galleta pagó S/. 14
II. Gasto en total S/. 62
III. No es cierto que después de comprar refrescos le quedan S/.18
Son ciertas:
- A) solo I B) solo III C) I y II D) II y III E) todas
10. Una caja grande contiene 2 cajas y 3 guantes, cada una de estas cajas contiene otras 2 cajas y 3 guantes, y finalmente cada una de estas últimas cajas contiene 2 cajas y 3 guantes. Entonces, respecto al total:
- A) hay 6 guantes más que cajas
B) hay 2 cajas más que guantes
C) hay tantas cajas como guantes
D) hay 36 objetos
E) más de una es verdadera

Clave de respuestas evaluación 1:

**ANEXO 03: CLAVE DE RESPUESTAS DE LOS INSTRUMENTOS DE
EVALUACIÓN APLICADOS
(Evaluaciones en anexos)**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	c	e	a	b	d	a	e	c	e

Clave de respuestas evaluación 2:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d	e	a	c	c	c	b	e	c	e

ANEXO 04: REGISTRO DE NOTAS DEL GRUPO EXPERIMENTAL

REGISTRO DE NOTAS - CONTABILIDAD																
GRUPO EXPERIMENTAL																
COMPETENCIAS																
(20pts)	C1- Resuelve problemas de cantidad															
(20pts)	C2- Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio															
INDICADOR:																
(7pts.)	i1- Reconoce relaciones explícitas en el lenguaje común y lo convierte en símbolos.															
(6pts.)	i2- Describe todos los procedimientos empleados para encontrar el valor de verdad de una fórmula lógica															
(7pts.)	i3- Emplea estrategias para determinar el valor de verdad de las proposiciones.															
N° ORDEN	CODIGO	APELLIDOS Y NOMBRES	ANTES					DESPUÉS					Promedio			
			C1	C2			Prom	Pre	C1	C2				Prom	Post	
				i1(7)	i2(6)	i3(7)	C2	prueba		i1(7)	i2(6)	i3(7)	C2	prueba		
1	160115	ADUVIRE CONDORI, Santos Augusto	14	5	5	4	14	14	14	19	5	5	5	15	17	16
2	170109	ANQUISE PACORICONA, JANETH VANESA	13	5	5	5	15	14	17	5	5	5	15	16	15	
3	170110	APAZA MAMANI, RONY	13	4	4	3	11	12	16	6	3	3	12	14	13	
4	170111	ARANA FLORES, ELIZABETH DIANA	12	5	5	4	14	13	14	5	5	4	14	14	14	
5	170112	BERRIOS FLORES, CARLOS ANDRES	14	5	4	3	12	13	14	6	3	5	14	14	14	
6	170113	CATACORA CHURA, JUAN CRISTIAN	12	3	4	3	10	11	15	6	3	4	13	14	13	
7	170114	CHALLO GOMEZ, YONYHUR	13	3	3	3	9	11	17	5	4	4	13	15	13	
8	170115	CHARCA CONDORI, JUDITH SANDRA	12	3	4	3	10	11	15	5	4	4	13	14	13	
9	170116	CHIPAYO RAMOS, JAZMIN SILVIA LEONOR	14	4	4	4	12	13	14	5	4	3	12	13	13	
10	170117	CHOQUECOTA RAMOS, CARMEN ROSA	14	2	2	2	6	10	15	5	5	3	13	13	12	
11	170118	CHURA ZARABIA, ANGELICA MAEBA	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	
12	170119	CONDORI CHAIÑA, JANET ROSARIO	14	3	3	2	8	11	14	4	5	3	12	13	12	
13	170120	CONDORI GUTIERREZ, CRISTHIAN	15	5	5	5	15	15	19	5	5	5	15	17	16	
14	170121	CONDORI LLICA, JANETH DEYSI	11	5	3	3	11	11	13	5	4	4	13	13	12	
15	170122	CRUZ LARICO, CLAUDIA NOELY	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	0	---	---	
16	170123	HUANACUNI MACHACA, YUREMA STEPHANY	13	5	3	3	11	12	13	6	5	4	15	14	13	
17	170124	HUARAYA MAMANI, GUIDO HUBER	14	5	4	3	12	13	16	7	5	6	18	17	15	
18	170125	HUAYCANI QUISPE, ELIZABETH FANNY	13	5	4	4	13	13	16	6	5	5	16	16	15	
19	170126	HUILLCAÑAHUI NINAJA, MARIA ISABEL	13	5	2	2	9	11	14	5	5	4	14	14	13	
20	170127	LOPEZ MAMANI, JHORSY JHONEL	17	5	5	5	15	16	20	7	5	6	18	19	18	
21	170128	MACHACA MACHACA, DANITZA	12	4	2	2	8	10	12	6	5	3	14	13	12	
22	160135	MADRIAGA CHACOLLA, María José de Jesús	13	3	3	3	9	11	14	6	3	3	12	13	12	
23	170129	MONTESINOS LIMA, NAYRUTH KLERI	13	4	3	2	9	11	14	5	4	3	12	13	12	
24	170130	MONTOYA CACHICATARI, LUZ PAMELA	13	3	3	3	9	11	15	6	3	4	13	14	13	
25	170131	NINA INCACUTIPA, MARIELA YHOMARA	10	3	4	3	10	10	12	5	4	5	14	13	12	
26	170132	PACO CONDORI, WILLY EDGAR	11	4	4	3	11	11	14	4	4	4	12	13	12	
27	170133	QUISPE MAMANI, YAJAIRA YANNINA	15	5	5	5	15	15	16	7	5	6	18	17	16	
28	170134	RODRIGUEZ ATENCIO, ALEXIS ALVARO	12	5	5	4	14	13	14	5	4	3	12	13	13	
29	170135	SANTOS CHIPANA, GIULLIANA HAYDEE	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	
30	170136	TAPIA SANDOVAL, ADRIAN	12	5	4	3	12	12	14	5	5	4	14	14	13	
31	170137	TESILLO COAQUIRA, ROBERSHON GIL	14	5	4	5	14	14	14	6	5	5	16	15	15	
32	170138	TICONA MAMANI, ABEL MOISES	12	5	3	2	10	11	14	5	3	4	12	13	12	
33	170139	TINTAYA MAMANI, JHON LUDWING	11	5	4	4	13	12	14	5	5	4	14	14	13	
34	170140	TURPO MAMANI, ALESSANDRA KATHERIN	12	5	2	1	8	10	12	5	4	5	14	13	12	
35	170141	VILCA VELASQUEZ, TANIA MARGARITA	13	4	4	5	13	13	15	4	4	3	11	13	13	
36	170142	VILCA VELASQUEZ, YANELI MARGARITA	12	5	3	2	10	11	14	5	4	3	12	13	12	
37	160150	WASHUALDO VANEGAS, Lisseth Zulema	12	5	3	2	10	11	13	5	3	5	13	13	12	
38	170143	YAPO HUARACHA, HEDINSON ANDER	---	---	---	---	0	---	---	---	---	---	---	---	---	
39	170144	ZAVALETA CURASI, MELISA LISET	15	5	5	5	15	15	17	5	5	5	15	16	16	
40	160462	CAVALLINI BURGOS, María del Rosario	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	
41	160167	LUQUE CASTILLO, JordanRay	15	5	3	3	11	13	17	5	4	4	13	15	14	
		PUNTAJE TOTAL						438						515	484	
		PROMEDIO						12,17						14,31	13,44	

ANEXO 05: REGISTRO DE NOTAS DEL GRUPO CONTROL

REGISTRO DE NOTAS - CONTABILIDAD															
GRUPO CONTROL															
COMPETENCIAS															
(20pts)	C1- Resuelve problemas de cantidad														
(20pts)	C2- Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio														
INDICADOR:															
(7pts.)	i1- Reconoce relaciones explícitas en el lenguaje común y lo convierte en símbolos.														
(6pts.)	i2- Describe todos los procedimientos empleados para encontrar el valor de verdad de una fórmula lógica														
(7pts.)	i3- Emplea estrategias para determinar el valor de verdad de las proposiciones.														
N° ORDEN	CODIGO	APELLIDOS Y NOMBRES	ANTES					DESPUÉS					Promedio		
			C1	C2			Prom	Pre	c1	C2				Prom	Post
				i1(7)	i2(6)	i3(7)	C2	prueba		i1(7)	i2(6)	i3(7)	C2	prueba	
1	160151	ALANOCA GUTIERREZ, Luz Mery	12	3	3	4	10	11	12	3	3	4	10	11	11
2	170145	ANCCO NINA, DANIEL	10	2	3	3	8	9	11	2	2	1	5	8	9
3	150154	ARAUJO SÁNCHEZ, Jourmeth Paola						---						---	---
4	170146	CACALLICA ESCOBAR, YESSICA FRESIA	12	5	5	4	14	13	14	5	5	4	14	14	14
5	170147	CACHICATARI MAMANI, PERFECTO HENRRY	15	5	4	4	13	14	15	7	5	5	17	16	15
6	170148	CARRERA VASQUEZ, YANET NATALIA	13	3	4	4	11	12	13	5	4	4	13	13	13
7	160122	CENTENO SOTO, Erika Jannet	13	2	1	2	5	9	9	1	1	1	3	6	8
8	170149	CHOQUE AQUINO, YOSIBEL RUTH	12	3	4	3	10	11	15	3	3	3	9	12	12
9	170150	CHOQUE COPAJA, JAIME CARLOS	14	3	3	4	10	12	13	3	3	3	9	11	12
10	150160	CHUQUIMIA MOLLO, Paulo Cesar						---						---	---
11	170151	CONDORI MAMANI, DIEGO YOEL	14	4	2	4	10	12	15	5	4	4	13	14	13
12	160156	CONDORI MONTOYA, Edwin Ruiz						---						---	---
13	170152	CONDORI POMACOSI, ESTHER ELIZABET	15	4	3	4	11	13	19	4	3	4	11	15	14
14	170153	DUEÑAS SAIRA, DELYS WILLIANS	13	5	3	3	11	12	15	6	4	3	13	14	13
15	170154	FLORES CHAYÑA, JESSICA FLORENCIA	16	7	6	5	18	17	20	7	6	7	20	20	19
16	170155	FLORES VERGARAY, DIANA KIABHET	13	5	3	3	11	12	15	5	4	4	13	14	13
17	170156	GARCIA CANAHUIRE, JEFFERSON GLENN	14	4	4	2	10	12	14	4	4	4	12	13	13
18	170158	HANCCO CALIZAYA, MARILIN ESTEFANY	12	1	1	2	4	8	9	2	2	3	7	8	8
19	170159	HUANCA CACERES, LUCERO BEATRIZ	13	5	4	2	11	12	14	6	4	4	14	14	13
20	170160	HUARAHUARA ZARATE, MAGALENA YANET						---						---	---
21	170161	HUARAYA TARQUI, JHONY DARWIN	12	4	4	4	12	12	16	5	5	4	14	15	14
22	150165	HUARINO OSCCO, Vilma Eliana	13	4	4	3	11	12	14	5	4	3	12	13	13
23	170162	LAZO CHURA, LOURDES VERONICA	13	4	3	4	11	12	14	5	5	4	14	14	13
24	170163	MACHA ESPINAL, JENNY ROSITA	14	4	3	3	10	12	15	6	4	3	13	14	13
25	170164	MACHACA TORRES, MIGUEL ANGEL	10	3	2	3	8	9	11	2	2	3	7	9	9
26	160168	MAMANI ARAPA, Fabiola Anais						---						---	---
27	170165	MAMANI AVENDAÑO, HECTOR LUIS	12	2	1	1	4	9	13	2	2	1	5	9	9
28	170166	MAMANI MAMANI, MIRIAN MILENA	14	7	5	4	16	15	14	5	5	4	14	14	15
29	170167	MAMANI MAMANI, YANETH CARMELA	16	5	4	3	12	14	14	6	5	3	14	14	14
30	170168	MAMANI MAMANI, YUBITSA YANINA	14	6	6	4	16	15	14	6	6	4	16	15	15
31	170170	MAQUERA CHURAIRA, MARIA ALEXANDRA	14	5	4	5	14	14	15	7	4	6	17	16	15
32	170171	MONROY CANAZA, ALEJANDRA MAYRA	15	7	6	4	17	16	14	6	6	4	16	15	16
33	170172	PALLI URURI, ALEXANDER DARIELL						---						---	---
34	170173	QUISPE CHOQUE, ELSA						---						---	---
35	170174	QUISPE LARICO, JANET JENNY	13	6	4	5	15	14	15	5	5	5	15	15	15
36	170175	QUISPE RAMIREZ, JUAN JOSE						---						---	---
37	160181	ROQUE AVALOS, Jhony Javier						---						---	---
38	160147	TICONA PINTO, Alexandra	14	6	3	2	11	15	17	6	3	2	11	14	15
39	160118	ALANOCACUTIPA, Franklin Yonathan	15	6	3	5	14	11	13	1	1	1	3	8	10
40	150119	CENTENO VILCA, Yola Marleni	15	5	3	5	13	13	14	4	4	4	12	13	13
41	120089	FRANKO OSCO, CayollMerlíz	14	5	2	3	10	12	13	5	4	4	13	13	13
42	160133	LÓPEZ PAREDES, Luz Milagros	14	2	3	3	8	11	15	5	3	3	11	13	12
43	160142	ROQUE APAZA, Rosa Melania	15	6	4	3	13	14	14	4	4	4	12	13	14
		PUNTAJE TOTAL						419						440	438
		PROMEDIO						12,32						12,94	12,88

ANEXO 06: CONSOLIDADO ESTUDIANTES DEL GRUPO CONTROL

	CODIGO	APELLIDOS Y NOMBRES	Pre prueba	Post prueba	promedio
1	160151	ALANOCA GUTIERREZ, LUZ MERY	11	11	11
2	170145	ANCCO NINA, DANIEL	09	08	09
3	150154	ARAUJO SÁNCHEZ, JOURNETH PAOLA	---	---	---
4	170146	CACALLICA ESCOBAR, YESSICA FRESIA	13	14	14
5	170147	CACHICATARI MAMANI, PERFECTO HENRRY	14	16	15
6	170148	CARRERA VASQUEZ, YANET NATALIA	12	13	13
7	160122	CENTENO SOTO, ERIKA JANNET	09	06	08
8	170149	CHOQUE AQUINO, YOSIBEL RUTH	11	12	12
9	170150	CHOQUE COPAJA, JAIME CARLOS	12	11	12
10	150160	CHUQUIMIA MOLLO, PAULO CESAR	---	---	---
11	170151	CONDORI MAMANI, DIEGO YOEL	12	14	13
12	160156	CONDORI MONTOYA, EDWIN RUIZ	---	---	---
13	170152	CONDORI POMACOSI, ESTHER ELIZABET	13	15	14
14	170153	DUÑAS SAIRA, DELYS WILLIANS	12	14	13
15	170154	FLORES CHAYÑA, JESSICA FLORENCIA	17	20	19
16	170155	FLORES VERGARAY, DIANA KIABHET	12	14	13
17	170156	GARCIA CANAHUIRE, JEFFERSON GLENN	12	13	13
18	170158	HANCCO CALIZAYA, MARILIN ESTEFANY	08	08	08
19	170159	HUANCA CACERES, LUCERO BEATRIZ	12	14	13
20	170160	HUARAHUARA ZARATE, MAGALENA YANET	---	---	---
21	170161	HUARAYA TARQUI, JHONY DARWIN	12	15	14
22	150165	HUARINO OSCCO, VILMA ELIANA	12	13	13
23	170162	LAZO CHURA, LOURDES VERONICA	12	14	13
24	170163	MACHA ESPINAL, JENNY ROSITA	12	14	13
25	170164	MACHACA TORRES, MIGUEL ANGEL	09	09	09
26	160168	MAMANI ARAPA, FABIOLA ANAÍS	---	---	---
27	170165	MAMANI AVENDAÑO, HECTOR LUIS	09	09	09
28	170166	MAMANI MAMANI, MIRIAN MILENA	15	14	15
29	170167	MAMANI MAMANI, YANETH CARMELA	14	14	14
30	170168	MAMANI MAMANI, YUBITSA YANINA	15	15	15
31	170170	MAQUERA CHURAIRA, MARIA ALEXANDRA	14	16	15
32	170171	MONROY CANAZA, ALEJANDRA MAYRA	16	15	16
33	170172	PALLI URURI, ALEXANDER DARIELL	---	---	---
34	170173	QUISPE CHOQUE, ELSA	---	---	---
35	170174	QUISPE LARICO, JANET JENNY	14	15	15
36	170175	QUISPE RAMIREZ, JUAN JOSE	---	---	---
37	160181	ROQUE AVALOS, JHONY JAVIER	---	---	---
38	160147	TICONA PINTO, ALEXANDRA	15	14	15
39	160118	ALANOCA CUTIPA, FRANKLIN YONATHAN	11	08	10
40	150119	CENTENO VILCA, YOLA MARLENI	13	13	13
41	120089	FRANKO OSCO, CARYOLMERLÍZ	12	13	13
42	160133	LÓPEZ PAREDES, LUZ MILAGROS	11	13	12
43	160142	ROQUE APAZA, ROSA MELANIA	14	13	14
		PROMEDIO	12,32	12,94	12,88

ANEXO 07: CONSOLIDADO ESTUDIANTES DEL GRUPO EXPERIMENTAL

	CODIGO	APELLIDOS Y NOMBRES	Pre prueba	Post prueba	Promedio
1	160115	ADUVIRE CONDORI, SANTOS AUGUSTO	14	17	16
2	170109	ANQUISE PACORICONA, JANETH VANESA	14	16	15
3	170110	APAZA MAMANI, RONY	12	14	13
4	170111	ARANA FLORES, ELIZABETH DIANA	13	14	14
5	170112	BERRIOS FLORES, CARLOS ANDRES	13	14	14
6	170113	CATACORA CHURA, JUAN CRISTIAN	11	14	13
7	170114	CHALLO GOMEZ, YONYHUR	11	15	13
8	170115	CHARCA CONDORI, JUDITH SANDRA	11	14	13
9	170116	CHIPAYO RAMOS, JAZMIN SILVIA LEONOR	13	13	13
10	170117	CHOQUECOTA RAMOS, CARMEN ROSA	10	13	12
11	170118	CHURA ZARABIA, ANGELICA MAEBA	---	---	---
12	170119	CONDORI CHAIÑA, JANET ROSARIO	11	13	12
13	170120	CONDORI GUTIERREZ, CRISTHIAN	15	17	16
14	170121	CONDORI LLICA, JANETH DEYSI	11	13	12
15	170122	CRUZ LARICO, CLAUDIA NOELY	---	---	---
16	170123	HUANACUNI MACHACA, YUREMA STEPHANY	12	14	13
17	170124	HUARAYA MAMANI, GUIDO HUBER	13	17	15
18	170125	HUAYCANI QUISPE, ELIZABETH FANNY	13	16	15
19	170126	HUILLCAÑAHUI NINAJA, MARIA ISABEL	11	14	13
20	170127	LOPEZ MAMANI, JHORSY JHONEL	16	19	18
21	170128	MACHACA MACHACA, DANITZA	10	13	12
22	160135	MADRIAGA CHACOLLA, MARÍA JOSÉ DE JESÚS	11	13	12
23	170129	MONTESINOS LIMA, NAYRUTH KLERI	11	13	12
24	170130	MONTOYA CACHICATARI, LUZ PAMELA	11	14	13
25	170131	NINA INCACUTIPA, MARIELA YHOMARA	10	13	12
26	170132	PACO CONDORI, WILLY EDGAR	11	13	12
27	170133	QUISPE MAMANI, YAJAIRA YANNINA	15	17	16
28	170134	RODRIGUEZ ATENCIO, ALEXIS ALVARO	13	13	13
29	170135	SANTOS CHIPANA, GIULLIANA HAYDEE	---	---	---
30	170136	TAPIA SANDOVAL, ADRIAN	12	14	13
31	170137	TESILLO COAQUIRA, ROBERSHON GIL	14	15	15
32	170138	TICONA MAMANI, ABEL MOISES	11	13	12
33	170139	TINTAYA MAMANI, JHON LUDWING	12	14	13
34	170140	TURPO MAMANI, ALESSANDRA KATHERIN	10	13	12
35	170141	VILCA VELASQUEZ, TANIA MARGARITA	13	13	13
36	170142	VILCA VELASQUEZ, YANELI MARGARITA	11	13	12
37	160150	WASHUALDO VANEGAS, LISSETH ZULEMA	11	13	12
38	170143	YAPO HUARACHA, HEDINSON ANDER	---	---	---
39	170144	ZAVALETA CURASI, MELISA LISET	15	16	16
40	160462	CAVALLINI BURGOS, MARÍA DEL ROSARIO	---	---	---
41	160167	LUQUE CASTILLO, JORDANRAY	13	15	14
		PUNTAJE TOTAL	438	515	484
		PROMEDIO	12,17	14,31	13,44

ANEXO 08: CUESTIONARIO DE VALIDACIÓN DE CONTENIDO POR JUICIO DE EXPERTOS DE LA PRUEBA DE CONOCIMIENTOS.

CUESTIONARIO DE VALIDACIÓN DE CONTENIDO POR JUICIO DE EXPERTOS DE LA PRUEBA DE CONOCIMIENTOS.

PRESENTACIÓN

El presente cuestionario tiene como objetivo recoger las apreciaciones, observaciones y sugerencias de los docentes de matemática en relación al instrumento de evaluación; el mismo que será aplicado a los estudiantes de la asignatura de matemática I. Sus apreciaciones, observaciones y sugerencias constituirán valiosos elementos de juicio que nos permitirá efectuar los reajustes necesarios.

IDENTIFICACIÓN DEL EXPERTO

NOMBRES Y APELLIDOS: Favio Andres Ureta Condori
 INSTITUCIÓN DONDE TRABAJA: FSETP "Francisco de Paula Gonzalez Ujil"
 TÍTULO DE PRE GRADO: Lic. en Educación
 TÍTULO DE POST GRADO: Magister en Docencia y Gestión educativa

INSTRUCCIONES

A continuación se presentan un conjunto de aspectos referidos al instrumento de evaluación.

Frente a cada ítem marque con un aspa (X) el casillero correspondiente, según el grado de apreciación que le merece para determinar si el instrumento de medición, reúne los indicadores mencionados y evalúe de acuerdo a la siguiente escala, de ser el caso señale sus observaciones y sugerencias:

Excelente	5
Bueno	4
Regular	3
Malo	2
Muy malo	1

N°	Indicadores	Definición	Excelente	Muy bueno	Bueno	Regular	Deficiente
1	Claridad y precisión	Las preguntas están redactadas en forma clara y precisa, sin ambigüedades		X			
2	Coherencia	Las preguntas guardan relación con los indicadores de aprendizaje.		X			
3	Validez	Las preguntas han sido redactadas teniendo en cuenta la validez de contenido y criterio.		X			
4	Organización	La estructura es adecuada. Comprende competencias, capacidades e indicadores.			X		
5	Confiabilidad	El instrumento es confiable porque es aplicado como test-retest (piloto)			X		
6	Control de sesgo	Presenta algunas preguntas distractoras para controlar la contaminación de las respuestas			X		
7	Orden	Las preguntas y reactivos han sido redactadas utilizando la técnica de lo general a lo particular	X				
8	Marco de Referencia	Las preguntas han sido redactadas de acuerdo al marco de referencia del estudiante: lenguaje, nivel de información.		X			
9	Extensión	El número de preguntas no es excesivo y está en relación a los indicadores del problema.			X		
10	Inocuidad	Las preguntas no constituyen riesgo para el estudiante.			X		

Fuente: Elaboración propia

Observaciones y sugerencias:.....



Firma del experto

DNI 00443343

Juan A. Ureta Condori

**CUESTIONARIO DE VALIDACIÓN DE CONTENIDO POR JUICIO DE EXPERTOS DE
LA PRUEBA DE CONOCIMIENTOS.**

PRESENTACIÓN

El presente cuestionario tiene como objetivo recoger las apreciaciones, observaciones y sugerencias de los docentes de matemática en relación al instrumento de evaluación; el mismo que será aplicado a los estudiantes de la asignatura de matemática I. Sus apreciaciones, observaciones y sugerencias constituirán valiosos elementos de juicio que nos permitirá efectuar los reajustes necesarios.

IDENTIFICACIÓN DEL EXPERTO

NOMBRES Y APELLIDOS: *Nilda Beatriz García Castro*

INSTITUCIÓN DONDE TRABAJA: *I.E.S.T.P. Vigi*

TÍTULO DE PRE GRADO: *Bachiller - licenciada Educación*

TÍTULO DE POST GRADO: *Maestría en Comercio y Administración*

INSTRUCCIONES

A continuación se presentan un conjunto de aspectos referidos al instrumento de evaluación.

Frente a cada ítem marque con un aspa (X) el casillero correspondiente, según el grado de apreciación que le merece para determinar si el instrumento de medición, reúne los indicadores mencionados y evalúe de acuerdo a la siguiente escala, de ser el caso señale sus observaciones y sugerencias:

Excelente	5
Bueno	4
Regular	3
Malo	2
Muy malo	1

N°	Indicadores	Definición	Excelente	Muy bueno	Bueno	Regular	Deficiente
1	Claridad y precisión	Las preguntas están redactadas en forma clara y precisa, sin ambigüedades	X				
2	Coherencia	Las preguntas guardan relación con los indicadores de aprendizaje.		X			
3	Validez	Las preguntas han sido redactadas teniendo en cuenta la validez de contenido y criterio.		X			
4	Organización	La estructura es adecuada. Comprende competencias, capacidades e indicadores.		X			
5	Confiabilidad	El instrumento es confiable porque es aplicado como test-retest (piloto)	X				
6	Control de sesgo	Presenta algunas preguntas distractoras para controlar la contaminación de las respuestas			X		
7	Orden	Las preguntas y reactivos han sido redactadas utilizando la técnica de lo general a lo particular			X		
8	Marco de Referencia	Las preguntas han sido redactadas de acuerdo al marco de referencia del estudiante: lenguaje, nivel de información.		X			
9	Extensión	El número de preguntas no es excesivo y está en relación a los indicadores del problema.	X				
10	Inocuidad	Las preguntas no constituyen riesgo para el estudiante.	X				

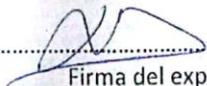
Fuente: Elaboración propia

Observaciones y sugerencias:.....

.....

.....

.....


 Firma del experto
 DNI 00793704
 Nilda Corcos Costo

**CUESTIONARIO DE VALIDACIÓN DE CONTENIDO POR JUICIO DE EXPERTOS DE
LA PRUEBA DE CONOCIMIENTOS.**

PRESENTACIÓN

El presente cuestionario tiene como objetivo recoger las apreciaciones, observaciones y sugerencias de los docentes de matemática en relación al instrumento de evaluación; el mismo que será aplicado a los estudiantes de la asignatura de matemática I. Sus apreciaciones, observaciones y sugerencias constituirán valiosos elementos de juicio que nos permitirá efectuar los reajustes necesarios.

IDENTIFICACIÓN DEL EXPERTO

NOMBRES Y APELLIDOS: *Manuel Christian Aguilar Ortiz*

INSTITUCIÓN DONDE TRABAJA: *Univ. Alas Peruanas*

TÍTULO DE PRE GRADO: *Lic. en Educación Esp. Matemática - Física*

TÍTULO DE POST GRADO: *Docencia Universitaria y Gestión Educativa*

INSTRUCCIONES

A continuación se presentan un conjunto de aspectos referidos al instrumento de evaluación.

Frente a cada ítem marque con un aspa (X) el casillero correspondiente, según el grado de apreciación que le merece para determinar si el instrumento de medición, reúne los indicadores mencionados y evalúe de acuerdo a la siguiente escala, de ser el caso señale sus observaciones y sugerencias:

Excelente	5
Bueno	4
Regular	3
Malo	2
Muy malo	1

N°	Indicadores	Definición	Excelente	Muy bueno	Bueno	Regular	Deficiente
1	Claridad y precisión	Las preguntas están redactadas en forma clara y precisa, sin ambigüedades		X			
2	Coherencia	Las preguntas guardan relación con los indicadores de aprendizaje.		X			
3	Validez	Las preguntas han sido redactadas teniendo en cuenta la validez de contenido y criterio.		X			
4	Organización	La estructura es adecuada. Comprende competencias, capacidades e indicadores.			X		
5	Confiabilidad	El instrumento es confiable porque es aplicado como test-retest (piloto)		X			
6	Control de sesgo	Presenta algunas preguntas distractoras para controlar la contaminación de las respuestas		X			
7	Orden	Las preguntas y reactivos han sido redactadas utilizando la técnica de lo general a lo particular	X				
8	Marco de Referencia	Las preguntas han sido redactadas de acuerdo al marco de referencia del estudiante: lenguaje, nivel de información.		X			
9	Extensión	El número de preguntas no es excesivo y está en relación a los indicadores del problema.	X				
10	Inocuidad	Las preguntas no constituyen riesgo para el estudiante.			X		

Fuente: Elaboración propia

Observaciones y sugerencias:.....

.....



Firma del experto

DNI 00490785

Manuel Christian Aguilar Ortiz

ANEXO 09: VALIDACIÓN DE CONTENIDO DEL EXAMEN DE CONOCIMIENTOS POR JUICIOS DE EXPERTOS DEL MÓDULO AUTOINSTRUCTIVO

i. Planteamiento de la hipótesis estadística

Hipótesis nula (H_0). Existe una concordancia de apreciación de los jueces respecto al contenido del examen de conocimientos del módulo autoinstructivo Arquímedes propuesto.

Hipótesis alterna (H_a). La apreciación de los jueces respecto al contenido del examen de conocimientos del módulo autoinstructivo Arquímedes propuesto, es discordante.

ii. Nivel de significación: $\alpha = 0,05$

iii. Estadígrafo de prueba

Prueba de concordancia W de Kendall

iv. Zona de aceptación y de rechazo

Para todo valor de probabilidad (p-value) mayor que 0,05, se acepta H_0 , en caso contrario se rechaza H_0 .

v. Cálculo del estadígrafo de prueba

Mediante la utilización del programa del SPSS, se obtiene los siguientes resultados:

Prueba W de Kendall

Indicadores	Rangos promedios
Claridad y precisión	7,17
Coherencia	5,83
Validez	5,83
Organización	3
Confiabilidad	5,67

Control de sesgo	3,33
Orden	7,00
Marco de Referencia	5,83
Extensión	7,00
Inocuidad	4,33

Estadísticos de contraste

N	3
W de Kendall ^a	,294
Chi-cuadrado	7,939
gl	9
<u>Sig. asintót.</u>	<u>,540</u>

a. Coeficiente de concordancia de Kendall

vi. **Decisión**

Como $p\text{-value} = 0,54 > \alpha = 0,05$, entonces se acepta H_0 .

Conclusión

Existe una concordancia de apreciación de los jueces respecto a la valoración del modelo autoinstructivo propuesto, con un nivel de significación del 5%.

ANEXO 10: CUESTIONARIO DE VALIDACIÓN POR JUICIO DE EXPERTOS DEL CONTENIDO DEL MÓDULO AUTOINSTRUCTIVO ARQUÍMEDES.

CUESTIONARIO DE VALIDACIÓN POR JUICIO DE EXPERTOS DEL CONTENIDO DEL MÓDULO AUTOINSTRUCTIVO ARQUÍMEDES.

PRESENTACIÓN

El presente cuestionario tienen como objetivo recoger las apreciaciones, observaciones y sugerencias del docente especialista en ciencias de la educación y tecnología educativa en relación al Módulo Autoinstructivo Arquímedes; el mismo que será empleado en la enseñanza de la asignatura de matemática I que se imparte a los estudiantes del Instituto Superior Tecnológico Francisco de Paula Gonzales Vigil, de la carrera profesional de contabilidad.

Sus apreciaciones, observaciones y sugerencias constituirán valiosos elementos de juicio que nos permitirá efectuar los reajustes necesarios en el módulo.

Agradecemos su colaboración respondiendo el presente cuestionario.

DATOS DEL INFORMANTE

Apellidos y Nombres: *Chua Mamani Javier Antonio*
 Título: *Lic. en Educación Esp. Matemática y Física*
 Centro de Trabajo: *Univ. Alas Peruanas*
 Cargo: *Docente*

INSTRUCCIONES

- A continuación se presenta un conjunto de proposiciones referidas a diferentes aspectos del Módulo Autoinstructivo Arquímedes.
- Frente a cada proposición marque con un aspa el casillero correspondiente, según el grado de apreciación que le merece de acuerdo a la siguiente escala:

Totalmente	3
Parcialmente	2
No	1

- En los espacios correspondientes anote las observaciones y sugerencias en los casos que sean necesarios, indicando la pagina o unidad al que se refiere.

	CUESTIONARIO	APRECIACIÓN		
		3	2	1
1	¿Las competencias, capacidades e indicadores concuerdan con el contenido de cada tema? Observación y sugerencia:.....		X	
2	¿Los indicadores de evaluación son suficientes? Observación y sugerencia:.....		X	
3	¿Los contenidos están actualizados en relación con el avance de razonamiento lógico matemático? Observación y sugerencia:.....	X		

4	¿El contenido esta esta desarrollado en lenguaje claro y preciso? Observación y sugerencia:.....	X		
5	¿Existe secuencialidad en los temas desarrollados? Observación y sugerencia:.....	X		
6	¿Los contenidos temáticos facilitan la actividad cognitiva? Observación y sugerencia:.....	X		
7	¿Los contenidos temáticos estimulan la investigación? Observación y sugerencia:.....		X	
8	¿Las actividades que se sugieren, motivan el aprendizaje? Observación y sugerencia:.....	X		
9	¿las actividades son suficientes? Observación y sugerencia:.....		X	
10	¿Las actividades son factibles de ser cumplidas por los estudiantes? Observación y sugerencia:.....	X		
11	¿las actividades son interesantes y significativas? Observación y sugerencia:.....		X	
12	¿la presentación facilita el estudio? Observación y sugerencia:.....	X		
13	¿la presentación es motivadora? Observación y sugerencia:.....	X		
14	¿las preguntas de autoevaluación son pertinentes a los contenidos? Observación y sugerencia:.....	X		
15	¿las preguntas de autoevaluación están expresadas en lenguaje claro y preciso? Observación y sugerencia:.....	X		

ff
00792539
Javier Chura Mamani

MUCHAS GRACIAS POR SU COLABORACIÓN

**CUESTIONARIO DE VALIDACIÓN POR JUICIO DE EXPERTOS DEL CONTENIDO DEL
MÓDULO AUTOINSTRUCTIVO ARQUÍMEDES.**

PRESENTACIÓN

El presente cuestionario tienen como objetivo recoger las apreciaciones, observaciones y sugerencias del docente especialista en ciencias de la educación y tecnología educativa en relación al Módulo Autoinstructivo Arquímedes; el mismo que será empleado en la enseñanza de la asignatura de matemática I que se imparte a los estudiantes del Instituto Superior Tecnológico Francisco de Paula Gonzales Vigil, de la carrera profesional de contabilidad. Sus apreciaciones, observaciones y sugerencias constituirán valiosos elementos de juicio que nos permitirá efectuar los reajustes necesarios en el módulo.

Agradecemos su colaboración respondiendo el presente cuestionario.

DATOS DEL INFORMANTE

Apellidos y Nombres: Salazar Quispe Abraham Luis.....
 Título: Lic. en Educación - Esp. Matemática - Física.....
 Centro de Trabajo: "F. A. V. 2010 - Cochabamba".....
 Cargo: Docente.....

INSTRUCCIONES

- A continuación se presenta un conjunto de proposiciones referidas a diferentes aspectos del Módulo Autoinstructivo Arquímedes.
- Frente a cada proposición marque con un aspa el casillero correspondiente, según el grado de apreciación que le merece de acuerdo a la siguiente escala:

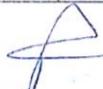
Totalmente	3
Parcialmente	2
No	1

- En los espacios correspondientes anote las observaciones y sugerencias en los casos que sean necesarios, indicando la pagina o unidad al que se refiere.

	CUESTIONARIO	APRECIACIÓN		
		3	2	1
1	¿Las competencias, capacidades e indicadores concuerdan con el contenido de cada tema? Observación y sugerencia:.....		X	
2	¿Los indicadores de evaluación son suficientes? Observación y sugerencia:.....		X	
3	¿Los contenidos están actualizados en relación con el avance de razonamiento lógico matemático? Observación y sugerencia:.....		X	

4	¿El contenido esta esta desarrollado en lenguaje claro y preciso? Observación y sugerencia:.....	X		
5	¿Existe secuencialidad en los temas desarrollados? Observación y sugerencia:.....		X	
6	¿Los contenidos temáticos facilitan la actividad cognitiva? Observación y sugerencia:.....	X		
7	¿Los contenidos temáticos estimulan la investigación? Observación y sugerencia:.....		X	
8	¿Las actividades que se sugieren, motivan el aprendizaje? Observación y sugerencia:.....		X	
9	¿las actividades son suficientes? Observación y sugerencia:.....		X	
10	¿Las actividades son factibles de ser cumplidas por los estudiantes? Observación y sugerencia:.....		X	
11	¿las actividades son interesantes y significativas? Observación y sugerencia:.....		X	
12	¿la presentación facilita el estudio? Observación y sugerencia:.....	X		
13	¿la presentación es motivadora? Observación y sugerencia:.....	X		
14	¿las preguntas de autoevaluación son pertinentes a los contenidos? Observación y sugerencia:.....		X	
15	¿las preguntas de autoevaluación están expresadas en lenguaje claro y preciso? Observación y sugerencia:.....	X		

MUCHAS GRACIAS POR SU COLABORACIÓN


 Abraham Salazar Quiroz
 00441960

**CUESTIONARIO DE VALIDACIÓN POR JUICIO DE EXPERTOS DEL CONTENIDO DEL
MÓDULO AUTOINSTRUCTIVO ARQUÍMEDES.**

PRESENTACIÓN

El presente cuestionario tienen como objetivo recoger las apreciaciones, observaciones y sugerencias del docente especialista en ciencias de la educación y tecnología educativa en relación al Módulo Autoinstructivo Arquímedes; el mismo que será empleado en la enseñanza de la asignatura de matemática I que se imparte a los estudiantes del Instituto Superior Tecnológico Francisco de Paula Gonzales Vigil, de la carrera profesional de contabilidad. Sus apreciaciones, observaciones y sugerencias constituirán valiosos elementos de juicio que nos permitirá efectuar los reajustes necesarios en el módulo.

Agradecemos su colaboración respondiendo el presente cuestionario.

DATOS DEL INFORMANTE

Apellidos y Nombres: *Aguilón Ortiz Manuel Christian*
 Título: *Lic. en Educación Esp. Matemática Física*
 Centro de Trabajo: *Universidad Alas Peruanas*
 Cargo: *Docente*

INSTRUCCIONES

- A continuación se presenta un conjunto de proposiciones referidas a diferentes aspectos del Módulo Autoinstructivo Arquímedes.
- Frente a cada proposición marque con un aspa el casillero correspondiente, según el grado de apreciación que le merece de acuerdo a la siguiente escala:

Totalmente	3
Parcialmente	2
No	1

- En los espacios correspondientes anote las observaciones y sugerencias en los casos que sean necesarios, indicando la pagina o unidad al que se refiere.

	CUESTIONARIO	APRECIACIÓN		
		3	2	1
1	¿Las competencias, capacidades e indicadores concuerdan con el contenido de cada tema? Observación y sugerencia:.....		X	
2	¿Los indicadores de evaluación son suficientes? Observación y sugerencia:.....		X	
3	¿Los contenidos están actualizados en relación con el avance de razonamiento lógico matemático? Observación y sugerencia:.....	X		

4	¿El contenido está desarrollado en lenguaje claro y preciso? Observación y sugerencia.	X	
5	¿Existe secuencia en los temas desarrollados? Observación y sugerencia.	X	
6	¿Los contenidos temáticos facilitan la actividad cognitiva? Observación y sugerencia.		X
7	¿Los contenidos temáticos estimulan la investigación? Observación y sugerencia.		X
8	¿Las actividades que se sugieren motivan el aprendizaje? Observación y sugerencia.		X
9	¿Las actividades son suficientes? Observación y sugerencia.		X
10	¿Las actividades son fáciles de ser cumplidas por los estudiantes? Observación y sugerencia.		X
11	¿Las actividades son interesantes y significativas? Observación y sugerencia.	X	
12	¿La presentación facilita el estudio? Observación y sugerencia.	X	
13	¿La presentación es motivadora? Observación y sugerencia.	X	
14	¿Las preguntas de autoevaluación son pertinentes a los contenidos? Observación y sugerencia.		X
15	¿Las preguntas de autoevaluación están expresadas en lenguaje claro y preciso? Observación y sugerencia.	X	


Manuel Christian Aguilar Ortiz
00490785

MUCHAS GRACIAS POR SU COLABORACIÓN

**CUESTIONARIO DE VALIDACIÓN DE CONTENIDO POR JUICIO DE EXPERTOS DE
LA PRUEBA DE CONOCIMIENTOS.**

PRESENTACIÓN

El presente cuestionario tiene como objetivo recoger las apreciaciones, observaciones y sugerencias de los docentes de matemática en relación al instrumento de evaluación; el mismo que será aplicado a los estudiantes de la asignatura de matemática I. Sus apreciaciones, observaciones y sugerencias constituirán valiosos elementos de juicio que nos permitirá efectuar los reajustes necesarios.

IDENTIFICACIÓN DEL EXPERTO

NOMBRES Y APELLIDOS: Favio Andres Ureta Condori
 INSTITUCIÓN DONDE TRABAJA: JSETP "Francisco de Paula Gonzalez Ujil"
 TÍTULO DE PRE GRADO: Lic. en Educación
 TÍTULO DE POST GRADO: Magister en Docencia y Gestión educativa

INSTRUCCIONES

A continuación se presentan un conjunto de aspectos referidos al instrumento de evaluación.

Frente a cada ítem marque con un aspa (X) el casillero correspondiente, según el grado de apreciación que le merece para determinar si el instrumento de medición, reúne los indicadores mencionados y evalúe de acuerdo a la siguiente escala, de ser el caso señale sus observaciones y sugerencias:

Excelente	5
Bueno	4
Regular	3
Malo	2
Muy malo	1

4	¿El contenido está desarrollado en lenguaje claro y preciso? Observación y sugerencia:.....		X	
5	¿Existe secuencialidad en los temas desarrollados? Observación y sugerencia:.....		X	
6	¿Los contenidos temáticos facilitan la actividad cognitiva? Observación y sugerencia:.....	X		
7	¿Los contenidos temáticos estimulan la investigación? Observación y sugerencia:.....		X	
8	¿Las actividades que se sugieren, motivan el aprendizaje? Observación y sugerencia:.....	X		
9	¿Las actividades son suficientes? Observación y sugerencia:.....		X	
10	¿Las actividades son factibles de ser cumplidas por los estudiantes? Observación y sugerencia:.....		X	
11	¿Las actividades son interesantes y significativas? Observación y sugerencia:.....		X	
12	¿La presentación facilita el estudio? Observación y sugerencia:.....		X	
13	¿La presentación es motivadora? Observación y sugerencia:.....		X	
14	¿Las preguntas de autoevaluación son pertinentes a los contenidos? Observación y sugerencia:.....	X		
15	¿Las preguntas de autoevaluación están expresadas en lenguaje claro y preciso? Observación y sugerencia:.....	X		

MUCHAS GRACIAS POR SU COLABORACIÓN

Favio
Favio Andrés Ureta Condoni
00443243

**CUESTIONARIO DE VALIDACIÓN POR JUICIO DE EXPERTOS DEL CONTENIDO DEL
MÓDULO AUTOINSTRUCTIVO ARQUÍMEDES.**

PRESENTACIÓN

El presente cuestionario tienen como objetivo recoger las apreciaciones, observaciones y sugerencias del docente especialista en ciencias de la educación y tecnología educativa en relación al Módulo Autoinstructivo Arquímedes; el mismo que será empleado en la enseñanza de la asignatura de matemática I que se imparte a los estudiantes del Instituto Superior Tecnológico Francisco de Paula Gonzales Vigil, de la carrera profesional de contabilidad. Sus apreciaciones, observaciones y sugerencias constituirán valiosos elementos de juicio que nos permitirá efectuar los reajustes necesarios en el módulo.

Agradecemos su colaboración respondiendo el presente cuestionario.

DATOS DEL INFORMANTE

Apellidos y Nombres: Gonzalez Apaza Jose Luis
 Título: Ing. electrónica
 Centro de Trabajo: Universidad Alas Peruanas
 Cargo: Docente

INSTRUCCIONES

- A continuación se presenta un conjunto de proposiciones referidas a diferentes aspectos del Módulo Autoinstructivo Arquímedes.
- Frente a cada proposición marque con un aspa el casillero correspondiente, según el grado de apreciación que le merece de acuerdo a la siguiente escala:

Totalmente	3
Parcialmente	2
No	1

- En los espacios correspondientes anote las observaciones y sugerencias en los casos que sean necesarios, indicando la pagina o unidad al que se refiere.

	CUESTIONARIO	APRECIACIÓN		
		3	2	1
1	¿Las competencias, capacidades e indicadores concuerdan con el contenido de cada tema? Observación y sugerencia:.....	X		
2	¿Los indicadores de evaluación son suficientes? Observación y sugerencia:.....		X	
3	¿Los contenidos están actualizados en relación con el avance de razonamiento lógico matemático? Observación y sugerencia:.....	X		

4	¿El contenido esta esta desarrollado en lenguaje claro y preciso? Observación y sugerencia:	X		
5	¿Existe secuencialidad en los temas desarrollados? Observación y sugerencia:	X		
6	¿Los contenidos temáticos facilitan la actividad cognitiva? Observación y sugerencia:		X	
7	¿Los contenidos temáticos estimulan la investigación? Observación y sugerencia:		X	
8	¿Las actividades que se sugieren, motivan el aprendizaje? Observación y sugerencia:		X	
9	¿las actividades son suficientes? Observación y sugerencia:		X	
10	¿Las actividades son factibles de ser cumplidas por los estudiantes? Observación y sugerencia:	X		
11	¿las actividades son interesantes y significativas? Observación y sugerencia:	X		
12	¿la presentación facilita el estudio? Observación y sugerencia:	X		
13	¿la presentación es motivadora? Observación y sugerencia:	X		
14	¿las preguntas de autoevaluación son pertinentes a los contenidos? Observación y sugerencia:		X	
15	¿las preguntas de autoevaluación están expresadas en lenguaje claro y preciso? Observación y sugerencia:	X		

A. Gonzalez
DNI. 00793297
Jose Luis Gonzalez Lopez

MUCHAS GRACIAS POR SU COLABORACIÓN

**CUESTIONARIO DE VALIDACIÓN POR JUICIO DE EXPERTOS DEL CONTENIDO DEL
MÓDULO AUTOINSTRUCTIVO ARQUÍMEDES.**

PRESENTACIÓN

El presente cuestionario tienen como objetivo recoger las apreciaciones, observaciones y sugerencias del docente especialista en ciencias de la educación y tecnología educativa en relación al Módulo Autoinstructivo Arquímedes; el mismo que será empleado en la enseñanza de la asignatura de matemática I que se imparte a los estudiantes del Instituto Superior Tecnológico Francisco de Paula Gonzales Vigil, de la carrera profesional de contabilidad. Sus apreciaciones, observaciones y sugerencias constituirán valiosos elementos de juicio que nos permitirá efectuar los reajustes necesarios en el módulo.

Agradecemos su colaboración respondiendo el presente cuestionario.

DATOS DEL INFORMANTE

Apellidos y Nombres: Garcés Castro, Nilda Beatriz
 Título: Lic. Educación
 Centro de Trabajo: I. E. S. T. P. Vigil
 Cargo: Docente

INSTRUCCIONES

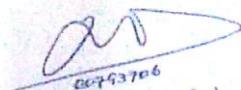
- A continuación se presenta un conjunto de proposiciones referidas a diferentes aspectos del Módulo Autoinstructivo Arquímedes.
- Frente a cada proposición marque con un aspa el casillero correspondiente, según el grado de apreciación que le merece de acuerdo a la siguiente escala:

Totalmente	3
Parcialmente	2
No	1

- En los espacios correspondientes anote las observaciones y sugerencias en los casos que sean necesarios, indicando la pagina o unidad al que se refiere.

	CUESTIONARIO	APRECIACIÓN		
		3	2	1
1	¿Las competencias, capacidades e indicadores concuerdan con el contenido de cada tema? Observación y sugerencia:.....	x		
2	¿Los indicadores de evaluación son suficientes? Observación y sugerencia:.....	x		
3	¿Los contenidos están actualizados en relación con el avance de razonamiento lógico matemático? Observación y sugerencia:.....		x	

4	¿El contenido está desarrollado en lenguaje claro y preciso? Observación y sugerencia:	X		
5	¿Existe secuencialidad en los temas desarrollados? Observación y sugerencia:	X		
6	¿Los contenidos temáticos facilitan la actividad cognitiva? Observación y sugerencia:		X	
7	¿Los contenidos temáticos estimulan la investigación? Observación y sugerencia:	X		
8	¿Las actividades que se sugieren, motivan el aprendizaje? Observación y sugerencia:	X		
9	¿Las actividades son suficientes? Observación y sugerencia:		X	
10	¿Las actividades son factibles de ser cumplidas por los estudiantes? Observación y sugerencia:		X	
11	¿Las actividades son interesantes y significativas? Observación y sugerencia:		X	
12	¿La presentación facilita el estudio? Observación y sugerencia:	X		
13	¿La presentación es motivadora? Observación y sugerencia:	X		
14	¿Las preguntas de autoevaluación son pertinentes a los contenidos? Observación y sugerencia:	X		
15	¿Las preguntas de autoevaluación están expresadas en lenguaje claro y preciso? Observación y sugerencia:	X		


 20753706
 Milda García Castro

MUCHAS GRACIAS POR SU COLABORACIÓN

ANEXO 11: MATRIZ DE CONSISTENCIA

"EL MÓDULO AUTOINSTRUCTIVO "ARQUÍMEDES" PARA MEJORAR EL RAZONAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO DE LOS ESTUDIANTES DEL II SEMESTRE DE CONTABILIDAD DEL INSTITUTO DE EDUCACIÓN SUPERIOR TECNOLÓGICO PÚBLICO FRANCISCO DE PAULA GONZÁLES VIGIL DE LA CIUDAD DE TACNA, EN EL AÑO 2016"

PROBLEMA PRINCIPAL	OBJETIVO GENERAL	HIPÓTESIS GENERAL	VARIABLES	METODOLOGÍA
¿En qué medida el empleo del módulo Auto-instructivo "Arquímedes" permitirá mejorar el nivel de razonamiento lógico matemático de los estudiantes del II semestre de contabilidad del Instituto de Educación Superior Tecnológico Público "Francisco de Paula Gonzàles Vigil" de la ciudad de Tacna en el año 2016?	Determinar en qué medida el empleo del módulo Autoinstructivo "Arquímedes" permitirá mejorar el nivel de razonamiento lógico matemático de los estudiantes del II semestre de contabilidad del Instituto de Educación Superior Tecnológico Público "Francisco de Paula Gonzàles Vigil" de la ciudad de Tacna, en el año 2016..	El empleo del módulo Auto-instructivo "Arquímedes" mejora significativamente el nivel de razonamiento lógico de los estudiantes del segundo II semestre de contabilidad del Instituto de Educación Superior Tecnológico Público "Francisco de Paula Gonzàles Vigil" de la ciudad de Tacna, en el año 2016.	Independiente: X: Módulo Auto-instructivo "Arquímedes" <u>Indicadores:</u> X ₁ : Eficiencia del módulo	1. <u>Tipo de investigación</u> Aplicada 2. <u>Diseño de investigación</u> Cuasi experimental
PROBLEMAS SECUNDARIOS	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	HIPÓTESIS ESPECÍFICAS	X ₂ : Eficacia del módulo Dependiente Y: Nivel de razonamiento lógico matemático <u>Indicadores:</u> Y ₁ : Fluidez para realizar	3. <u>Nivel de investigación</u> experimental 4. <u>Población</u> La población está compuesta por 70 estudiantes, pertenecientes al II semestre del Instituto de Educación Superior
a. ¿Cuál es el nivel de razonamiento lógico matemático Los estudiantes del II semestre de contabilidad del Instituto de Educación Superior Tecnológico Público "Francisco de Paula Gonzàles Vigil" de la ciudad de Tacna en el año 2016 antes de la aplicación del módulo autoinstructivo "Arquímedes"?	<ul style="list-style-type: none"> Diagnosticar el nivel de razonamiento lógico matemático de los estudiantes del II semestre del Instituto de Educación superior tecnológico Público "Francisco de Paula Gonzàles Vigil" de la ciudad de Tacna en el año 2016, antes de la aplicación del módulo autoinstructivo "Arquímedes" Establecer el nivel de razonamiento lógico matemático de los estudiantes 	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes del II semestre de contabilidad del grupo de control y del grupo experimental presentan nivel inicial de razonamiento lógico matemático antes de la aplicación del método "Arquímedes". Los estudiantes del II semestre de contabilidad del grupo de control y del grupo experimental 		

<p>b. ¿Cuál es el nivel de razonamiento lógico matemático Los estudiantes del II semestre de contabilidad del Instituto de Educación Superior Tecnológico Público "Francisco de Paula Gonzáles Vigil" de la ciudad de Tacna en el año 2016 después de la aplicación del módulo autoinstrutivo "Arquímedes"?</p> <p>c. ¿Existe diferencia entre el nivel de razonamiento lógico matemático que presentan los estudiantes del II semestre del Instituto de Educación Superior Tecnológico Público "Francisco de Paula Gonzáles Vigil" de la ciudad de Tacna en el año 2016 antes y después de la aplicación del módulo autoinstrutivo "Arquímedes"?</p>	<p>del II semestre del Instituto de Educación superior tecnológico Público (IESTP) "Francisco de Paula Gonzáles Vigil" de la ciudad de Tacna en el año 2016, después de la aplicación del módulo autoinstrutivo "Arquímedes"</p> <ul style="list-style-type: none"> • Determinar la diferencia existente entre el nivel de razonamiento lógico matemático de los estudiantes del IESTP "Francisco de Paula Gonzáles Vigil" de la ciudad de Tacna en el año 2016, antes y después de la aplicación del módulo autoinstrutivo "Arquímedes" 	<p>presentan nivel satisfactorio de razonamiento lógico matemático después de la aplicación del método "Arquímedes".</p> <ul style="list-style-type: none"> • Existe diferencia entre el nivel de razonamiento lógico matemático que los estudiantes del grupo de control y grupo experimental en la prueba de salida 	<p>operaciones lógico matemática.</p> <p>Y₂: Exactitud para realizar operaciones lógico matemáticas.</p>	<p>Tecnológico Público "Francisco de Paula Gonzáles Vigil"</p> <p>5. <u>Muestra</u></p> <p>estudiantes de la carrera profesional de contabilidad del II semestre compuesta por 36 estudiantes</p> <p>6. <u>Técnicas</u></p> <p>Evaluación</p> <p>7. <u>Instrumentos</u></p> <p>Cuestionario</p> <p>Prueba de pre-test y pos-test</p>
---	---	--	---	--

**ANEXO 12: MÓDULO AUTOINSTRUCTIVO “ARQUÍMEDES”
PARA MEJORAR EL RAZONAMIENTO LOGICO-MATEMÁTICO**

**MÓDULO
AUTOINSTRUCTIVO**

**RAZONAMIENTO LÓGICO
MATEMÁTICO**

MÓDULO AUTOINSTRUCTIVO

RAZONAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO

Un Nuevo Enfoque para el Aprendizaje

Lic. Orlando Hugo Ace Chipana

Módulo Autoinstructivo
Razonamiento Lógico Matemático

Lic. Orlando Hugo Arce Chipana

Primera impresión: Agosto del 2016

Editado por:

Lic. Jesus Ruben Calle Chaiña
Lic. Orlando Hugo Arce Chipana
Grecia N° 1434 - Tacna

Impreso en:

Talleres Gráficos de imprenta expresión grafica CARGRAF
De Miguel Ángel Cotrado Chipana.
Av. 2 de mayo N° 833 int. 6-A Tacna
Agosto del 2016

Prohibida la reproducción total o parcial por cualquier medio o procedimiento, sin para ello contar con la autorización previa, expresa y por escrito del editor.

DEDICATORIA

A la memoria

De mi padre:

...Eterna gratitud.

ÍNDICE

Introducción	Página 6
MÓDULO 01	10
Test de decisiones.	10
PROBLEMAS RESUELTOS	11
EJERCICIOS PROPUESTOS	19
Autoevaluación 01	22
MÓDULO 02	25
CUATRO OPERACIONES.	25
PROBLEMAS RESUELTOS	32
EJERCICIOS PROPUESTOS	40
Autoevaluación 02	43
MÓDULO 03	46
PORCENTAJES	46
PROBLEMAS RESUELTOS	53
EJERCICIOS PROPUESTOS	58
Autoevaluación 03	59
MÓDULO 04	62
REGLA DE TRES	62
PROBLEMAS RESUELTOS	66
EJERCICIOS PROPUESTOS	75
Autoevaluación 04	76
MÓDULO 05	79
Razonamiento lógico	79
PROBLEMAS RESUELTOS	80
EJERCICIOS PROPUESTOS	94
Autoevaluación 05	96
MÓDULO 06	99
LÓGICA	99
PROBLEMAS RESUELTOS	111
EJERCICIOS PROPUESTOS	118
Autoevaluación 06	122

INTRODUCCION

La realidad educativa peruana actual, exige de cada uno de sus agentes una actuación más comprometida y con mucha creatividad, que responda a los desafíos que deben afrontar y resolver en el quehacer cotidiano. En tal sentido el presente trabajo tiene como propósito principal, la de informar a los estudiantes temas diversos relacionados al campo del razonamiento matemático, pero, de una manera sencilla, clara, justificando los diferentes procedimientos en los ejercicios y problemas resueltos, DESTERRANDO EL DOGMATISMO. También la de potenciar la CREATIVIDAD y fomentar VALORES en el estudiante.

.En el desarrollo de este pero significativo texto denominado "Modulo Autoinstructivo Arquimides", se podrá conocer como el lector va deduciendo hechos sobre determinadas situaciones lógicas, ya que la lógica se la puede encontrar en cualquier circunstancia de la vida pues nos orienta hacia un razonar coherente.

En esta nueva metodología que se plantea aporta en:

La justificación de los diferentes pasos o procedimientos en los ejercicios y/o problemas resueltos, en aras de desterrar la forma común dogmática y mecánica y en su mayoría se realiza en el que hacer educativo y que también se presenta en todos o casi todos libros de razonamiento matemático en la resolución de ejercicios y/o problemas. Cabe señalar que existe un trabajo de investigación en la cual se demuestra que en los ejercicios y/o problemas que resuelven los estudiantes lo hacen de manera dogmática y/o mecánica.

Capacidad creativa, pues siendo una de las capacidades que tiene el ser humano que permite posibilitar cambios frente a las diferentes circunstancias y obtener soluciones , que le permitan el desarrollo de si mismo y el de la sociedad, muy poco o casi nada se a desarrollado en el trabajo educativo y también en los libros. De alguna manera se potencia esta capacidad al incluir en todos los capítulos una ACTIVIDAD CREATIVA, permitiendo al estudiante, formular y resolver problemas a partir de los ya resueltos, otros similares o diferentes.

Fomentar y/o fortalecer valores en el estudiante, a través de historias reflexivas , pues se hace necesario para darle calor humano a la matemática en general, se debe tener en cuenta que el ser humano no solo es conocimiento, también es sentimiento y valores, que estos tiempos van de más a menos. Considero que la matemática y la comunicación son los pilares del conocimiento humano, razón más por la cual se relaciona al razonamiento matemático con las historias reflexivas y relacionadas.

En cada capítulo se ha considerado una parte teórica, ejercicios y/o problemas resuelto, problemas propuestos, prueba auto evaluativo y finalmente una historia reflexiva.

Esperamos con los temas de Razonamiento Lógico matemático que tratamos aquí, expuestos de manera sencilla y didáctica te ayuden a mejorar tu entendimiento del mundo y sobre todo el estructurar coherentemente tus pensamientos y acciones.

EI AUTOR

MÓDULO
RAZONAMIENTO LÓGICO
MATEMÁTICO

Un Nuevo Enfoque para el Aprendizaje

INSTRUCCIONES

PARA EL USO DEL MÓDULO AUTOINSTRUCTIVO

Estimado estudiante, este material autoinstructivo ha sido preparado exclusivamente para ud. Como un método alternativo de enseñanza, por lo que le pedimos que tome en consideración las siguientes recomendaciones para su uso.

1. Estudie el texto en silencio, apartando todo elemento distractor que impida su concentración.
2. Repase las veces necesarias, los puntos que no hayan quedado claros, relacionándolos con hechos reales.
3. Use un resaltador que le permita identificar los aspectos más importantes de cada tema.
4. Use una hoja aparte que le permita realizar los apuntes necesarios.
5. Desarrolle con cuidado y esmero las actividades complementarias que se le solicita como complemento de cada tema.
6. Realice las autoevaluaciones que se encuentran al final de cada tema. Para lo cual debe de adoptar una actitud seria y honesta.
7. Proceda luego a verificar sus respuestas con las claves que se le da para la autoevaluación.
8. Si su rendimiento supero el 80% de acierto, significa que se están cumpliendo los objetivos de aprendizaje.
9. Si no logró ese porcentaje, revise minuciosamente el tema, deteniéndose en los errores que pudo haber cometido y proceda a corregirlos.

Esperamos que obtenga el mejor provecho de este material, y le invitamos a continuar desarrollando su conocimiento y sus habilidades matemáticas.

Huellas en la Arena

Una noche soñé que caminaba a lo largo de una playa acompañado por Dios.

Durante la caminata muchas escenas de mi vida fueron proyectándose en la pantalla del cielo.

Según iban pasando estas escenas, notaba que unas huellas se formaban en la arena.

A veces parecían dos pares de huellas, en otras solamente aparecían un par de ellas. Eso me preocupó gravemente, porque pude notar que durante las escenas que reflejaban escenas tristes en mi vida, cuando me hallaba sufriendo de angustias, penas o derrotas, solamente podía ver un par de huellas en la arena.

Entonces le dije a Dios:

“Señor, tú me dijiste que si te seguía caminarías siempre a mí lado, sin embargo, he notado que durante los momentos más difíciles de mi vida solo había un par de huellas en la arena. ¿Por qué cuando más te necesitaba no estuviste caminando a mi lado?”.

El me respondió

“Las veces que has visto solo un par de huellas en la arena, hijo mío ha sido cuando te llevaba en mis brazos”.

MÓDULO 01: SITUACIONES LÓGICAS

COMPETENCIA:

Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre

CAPACIDAD:

usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.

Sustenta conclusiones o desiciones basado en la informacion obtenida.

INDICADORES:

Emplea estrategias heurísticas, recursos gráficos y otros, para resolver problemas relacionado a *situacines lógicas*

Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados al resolver el problema

Ordena datos al reconocer eventos independientes provenientes de variadas fuentes de información
Comprueba si el modelo usado o desarrollado permitió resolver el problema.

Argumenta procedimientos más representativa de un conjunto de datos y su importancia en la toma de decisiones

SITUACIONES LOGICAS

En este módulo vamos a plantear situaciones en los que solo necesitaremos una pequeña dosis de concentración para dar con la respuesta debida; sin necesidad de recurrir a la teoría matemática, sino al sentido común.

Veremos problemas sobre:

- Test de decisiones.
- Cortes y Estacas.
- Máximos y Mínimos. Certezas
- Razonamiento lógico.
- Razonamiento Inductivo-Deductivo.

TEST DE DECISIONES:

Está formado por problemas con un aparente caos en su redacción, donde existen muchos datos en desorden, los que pueden ser ordenados por lo general en cuadros.

PROBLEMAS RESUELTOS

Nosotros tenemos que ser el cambio que queremos ver en el Mundo.

Ejemplo 1:

En un club se encuentran cuatro deportistas cuyos nombres son: Juan, Mario, Luis y Jorge. Los deportes que practican son: natación, básquet, fútbol y tenis. Cada uno juega sólo un deporte.

- El nadador, que es primo de Juan, es cuñado de Mario y además es el más joven del grupo.
- Luis que es el de más edad, es vecino del basquetbolista, quien a su vez es un mujeriego empedernido.
- Juan que es sumamente tímido con las mujeres y es 7 años menor que el tenista. ¿Quién practica básquet?

Resolución:

Analicemos con cuidado:

- Si el nadador es primo de Juan, entonces Juan no es nadador.
- Como el nadador es cuñado de Mario, entonces Mario no es nadador.
- Como el nadador es el más joven, Luis no puede ser nadador (ya que es el de más edad).
- Luis no juega básquet, ya que es vecino del basquetbolista.
- Juan es menor que el tenista, luego Juan no es el tenista.
- Juan no juega básquet, ya que el basquetbolista es mujeriego y Juan es tímido.

Colocando en un cuadro todo lo analizado, tendremos:

	Natación	Básquet	Fútbol	Tenis
Juan	NO	NO		NO
Mario	NO			
Luis	NO	NO		
Jorge				

Como cada personaje practica sólo un deporte, en cada columna debe haber un SI y en cada fila también; Esto hace que si una fila y columna tienen en este caso tres veces NO, el cuarto casillero se completa con SI.

Entonces el cuadro completo será:

	Natación	Básquet	Fútbol	Tenis
Juan	NO	NO	SI	NO
Mario	NO	SI	NO	NO
Luis	NO	NO	NO	SI
Jorge	SI	NO	NO	NO

Por lo tanto, el que practica básquet es **Mario**.

Ejemplo 2:

De un grupo de amigas: Karina es la mayor de todas, Susana es menor que Tania; Ana es mayor que Lucia y que Tania; María es mayor que Ana y Lucia es mayor que Tania. ¿Quién es la menor?

- a) Susana b) Tania c) Ana d) Lucia e) María

Resolución:

Dándo valores:

Karina = 21

Susana = 15

Tania = 17

Ana = 19

Lucia = 18

María = 20

Se observa la menor de todas es Susana

Ejemplo 3:

En un examen Sara obtuvo menos puntos que Manuel, Luis menos puntos que Sara y Nataly mas puntos que Vanesa. Si Vanesa obtuvo mas puntos que Manuel. ¿Quién obtuvo el puntaje mas alto?

- a) Sara b) Manuel c) Luis d) Nataly e) Vanesa

Resolución:

Dándo valores:

Sara = 40

Manuel = 50

Luis = 30

Nataly = 70

Vanesa = 65

Se observa que el puntaje mas alto lo obtuvo: **Nataly**

Ejemplo 4:

Se tiene una casa de cuatro pisos y en cada piso vive una familia. La familia Dueñas vive un piso mas arriba que la familia Alvarado. La familia Márquez habita mas arriba que la familia Toledo y la familia Dueñas mas abajo que la familia Toledo. ¿En que piso vive la familia Dueñas?

- a) 1° b) 2° c) 3° d) 4° e) FD

Resolución:

Ordenando según el enunciado tenemos:

4°	Márquez
3°	Toledo
2°	Dueñas
1°	Alvarado

La familia dueñas, vive en el 2° piso

Ejemplo 5:

Un edificio tiene 6 pisos, enumerados del 1 al 6 de abajo hacia arriba. Seis compañías, A; B; C; D; E y F ocupan los seis pisos, no necesariamente en ese orden con solo una compañía en cada piso:

- I) C esta a tantos pisos de B como B lo esta de F.
- II) E y F no están en pisos adyacentes.
- III) F no esta en algún piso mas que D.
- IV) A esta en el 5° piso.

¿En que piso se ubica la compañía D?

- a) 4° ó 5° b) 1° ó 4° c) 1° ó 3° d) 2° ó 3° e) N.A.

Resolución: Ordenando:

G	F	F	E
5	A	A	A
4	B	B	F
3	E	D	B
2	C	C	C
1	D	E	D

Del gráfico: **Rpta: c**

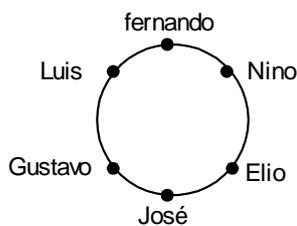
Ejemplo 6:

Seis personas juegan al póker en una mesa redonda. Luis no esta sentado al lado de Elio ni de José. Fernando no esta al lado de Gustavo ni de José. Elio no esta al lado de Gustavo ni de Fernando. Nino esta junto a Elio y a su derecha. ¿Quién esta sentado a la izquierda de Elio?

- a) Luis b) Nino c) Fernando d) Gustavo e) José

Resolución:

Ordenando según el enunciado:



- A la izquierda de Elio esta sentado José.

Ejemplo 7:

Cuatro amigas: Mónica, Rebeca, Ana y Verónica reciben de sus enamorados ramos de margaritas, rosas, azucenas y violetas. Se sabe que:

- I) Mónica no recibió margaritas.
- II) Rebeca no recibió rosas.
- III) Ana no recibió azucenas.
- IV) A Verónica le hubiera gustado recibir violetas.
- V) El ramo de rosas lo recibió Ana, pero ni rebeca, ni Verónica recibieron las azucenas.

¿Que ramo de flores recibió rebeca?

- a) Margaritas b) Azucenas c) Violetas d) Rosas e) N.A.

Resolución:

Emplearemos el siguiente cuadro de doble entrada:

Flores / Amigas	margarita	rosas	azucenas	violetas
Mónica	NO	NO	SI	NO
Rebeca	NO	NO	NO	SI
Ana	NO	SI	NO	NO
Verónica	SI	NO	NO	NO

Rpta: violetas

Ejemplo 8:

Seis amigos se ubican alrededor de una fogata.

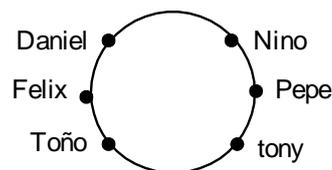
- Toño no está sentado al lado de Nino ni de Pepe.
- Felix no está sentado al lado de Tony ni de Pepe.
- Nino no está sentado al lado de Tony ni de Felix.
- Daniel está junto a Nino, a su derecha.

¿Quién está sentado a la izquierda de Felix ?

- a) Pepe b) Daniel c) Tony d) Nino e) Toño

Resolución:

Según el enunciado se tiene:



Ala izquierda de Felix está sentado **Daniel**.

Ejemplo 9:

Aníbal invita a cenar a sus amigos: Bety, Celinda, Daniel, Eduardo y Felipe este ultimo por motivo de fuerza mayor no pudo asistir. Se sientan alrededor de una misma mesa circular con seis asientos distribuidos simétricamente. Si:

- Aníbal se sienta junto a Eduardo y Daniel.
- Frente a Eduardo se sienta Bety.
- Junto a un hombre no se encuentra el asiento vacío.

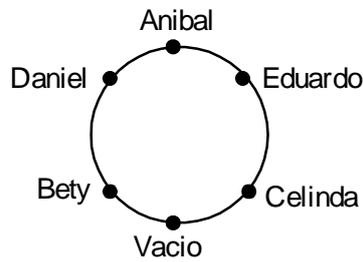
¿Entre quienes se sienta Eduardo?

- a) Aníbal y Celinda
b) Daniel y Bety

- c) Daniel y Aníbal
- d) Celinda y Bety
- e) Aníbal y Bety .

Resolución:

Del diagrama se tiene:



Eduardo se sienta entre **Aníbal y Celinda**.

Ejemplo 10:

Tres hermanos estudian en cada una de las siguientes universidades: San Marcos; Villareal y UNI, carreras diferentes: Ingeniería Industrial, Ingeniería Mecánica y Economía. Julio no estudia en San Marcos, Daniel no esta en la Villareal , el que esta en San Marcos no estudia Ingeniería Industrial, el que esta en la Villareal estudia Ingeniería Mecánica , Daniel no estudia Economía, se quiere saber que estudia Manuel y donde estudia.

- a) Ing. Industrial – UNI
- b) Mecánica – Villareal.
- c) Faltan datos
- d) Economía San Marcos
- e) N.A.

Resolución:

Elaboramos dos cuadros de doble entrada

Carreras/ universidad	Ing Industrial	Ing Mecánica	Economía
S. Marcos	NO	NO	SI
Villareal	NO	SI	NO
UNI	SI	NO	NO

Universi dad / hermanos	Economía	Ing Mecánica	Ing Industrial
	S. Marcos	Villareal	UNI
Julio	NO	NO	SI
Daniel	NO	SI	NO
Manuel	SI	NO	NO

Manuel estudia **economía y en San Marcos**.

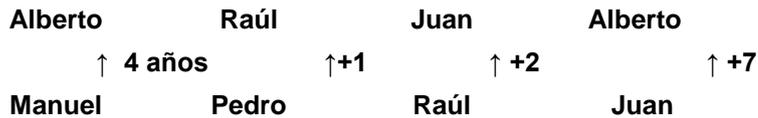
Ejemplo 11:

Manuel es 4 años menor que Alberto, Raúl es un año mayor que Pedro. Raúl es 2 años menor que Juan y Alberto es 7 años mayor que Juan. La diferencia de edades entre Alberto y Pedro es:

- a. 11 años b. 10 años c. 12 años d. 9 años e. 8 años

Solución:

De acuerdo a los datos:



Ordenando los datos en forma descendente:



Entonces **la diferencia de edades entre Alberto y Pedro es 10 años**

Rpta.: b

Ejemplo 12:

A Yesica, Roxana, Vanesa y Pilar les dicen “la flaca”, “la chata”, “la coneja” y “la negra”, aunque no necesariamente en ese orden.

- “La coneja” le dice a pilar que “La chata” esta con cólera.

- Roxana, “la negra”, es amiga de “la flaca”.

¿Quién es “la chata”?

- a. Yesica b. Roxana c. Vanesa d. Pilar e. Faltan datos

Solución:

De acuerdo con los datos se deduce que, a Pilar no le dicen ni “la negra” ni “coneja”, ni “chata”, le llamarán “flaca”.

Vanesa no será “la coneja” ni “la flaca”, ni “la negra”, entonces, necesariamente será “la chata”.

Rpta.: c

Ejemplo 13:

Si se sabe que Liliana es mayor que Lorena y que Melisa es mayor que Inés, pero, que esta última no es menor que Liliana. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones no es verdadera?

- a. Lorena no es mayor que Inés b. Melisa no es menor que Liliana
 c. Lorena no es menor que Melisa d. Inés no es menor que Lorena
 e. N.a.

Solución:

De acuerdo a los datos

Liliana > Lorena ; Melisa > Inés ; Inés ≥ Liliana ordenando

Melisa > Inés ≥ Liliana > Lorena

La alternativa que no es verdadera o sea falsa es la **c**, es decir :

Lorena no es menor que Melisa.

Rpta.: c

Ejemplo 14:

x, y, z se encuentran en la antigua parada y comentan sobre sus vicios.

- x dice : a mi no me gusta fumar ni beber.

- z dice : me hubiera gustado aprender a fumar.

Considerando que solo hay 3 vicios; fumar beber y jugar, y que cada uno de ellos tiene un solo vicio. ¿Cuál es el vicio de y?

- a. Fumar b. Beber c. Jugar d. Faltan datos e. N. A.

Solución:

Construyendo un cuadro de doble entrada. Con el primer dato cuando x dice: "A mi no me gusta fumar ni beber" esto quiere decir que x juega, entonces, los demás casillas tanto horizontal como vertical debe colocarse "no".

Características

		fuma	bebe	juega
Nombres	X	No	No	Si
	Y			No
	Z			No

Cuando z dice: "me hubiera gustado aprender a fumar", se deduce que z puede beber o jugar, pero, como ya se colocó no en juega de z, entonces, z bebe (las demás casillas de z tanto horizontales como verticales se coloca no)

		fuma	bebe	juega
X	No	No	Si	
Y		No	No	
Z	No	Si	No	

Finalmente, deducimos que **el vicio de y es fumar.** **Rpta.: a**

Ejemplo 15:

Tres amigas: Sandra, Blanca y Vanesa escogieron un distrito diferente para vivir y se movilizaron usando un medio de transporte distinto; los distritos son: Calana, Gregorio Albarracín y Alto de la Alianza, los medios de transporte son: bicicleta, moto y microbús.

- I. Cuando Blanca tenga dinero se comprará una moto y se mudará a Alto de la Alianza.
- II. Desde que Vanesa vive en Albarracín ya no tiene bicicleta.
- III. La que vive en Calana tiene dos micros.

¿En qué distrito vive Sandra y en que se moviliza?

- a. Calana - bicicleta
- b. Alto de la Alianza - bicicleta
- c. Albarracín - moto
- d. Calana - microbús
- e. Albarracín - bicicleta

Solución:

De acuerdo al I dato, Blanca no se moviliza en moto, ni vive en Alto de la Alianza.

Del dato II, Vanesa vive en Albarracín y no se moviliza en bicicleta o entonces, realizando un cuadro de doble entrada:

	Calana	Albarracín	A. de la Alianza	Bicicleta	Moto	Microbús
Sandra	No	No	Si			
Blanca	Si	No	No		No	
Vanesa	No	Si	No	No		

De I y II y observando la tabla, se deduce que, Blanca vive en Calana y también observamos que Sandra vive en Alto de la Alianza.

	Calana	Albarracín	A. de la Alianza	Bicicleta	Moto	Microbús
Sandra		No				
Blanca		No			No	
Vanesa	No	Si	No	No		

Del dato III, se deduce que Blanca toma microbús, entonces, podemos llenar la 2da parte del cuadro.

	Calana	Albarracín	A. de la Alianza	Bicicleta	Moto	Microbús
Sandra	No	No	Si	Si	No	No
Blanca	Si	No	No	No	No	Si
Vanesa	No	Si	No	No	Si	No

Finalmente, se deduce que:

Sandra vive en Alto de la Alianza y se moviliza en bicicleta.

Rpta.: b

EJERCICIOS PROPUESTOS

El año tiene 365 angustias; el día, 24 desencantos; la hora, 60 inquietudes.

1. Cinco personas rinden un examen, si se sabe que:
 - B obtuvo un punto más que D
 - D obtuvo un punto más que C
 - E obtuvo dos puntos menos que D
 - D obtuvo dos puntos menos que A.

Ordénalos en forma creciente:

a) ECDBA b) ABDCE c) CDBAE d) N.A.
2. Seis amigos A,B,C,D,E,F; se sientan alrededor de una mesa circular con 6 asientos distribuidas simétricamente. Si se sabe que:
 - A se sienta junto y a la derecha de B y frente a C.
 - D no se sienta junto B
 - E no se sienta junto a C

¿Entre quien se sienta F?

a)C y D b) AyB c)ByC d) F y A e) By A
3. Seis amigos viven en un edificio, cada uno en un piso distinto, Carlos vive más abajo que Bod, pero más arriba que David; Franco vive 3 pisos más abajo que Carlos, Andrés vive 2 pisos más arriba que Carlos y a 4 pisos de Enzo. El tercer piso lo ocupa:
 - a) Bod b) David c) Franco d) Carlos e)Enzo
4. La señora Rosario tiene un hijo en cada una de las siguientes universidades: Tacna, Puno y Arequipa, Cada uno de sus hijos estudian carreras diferentes: Derecho, Física Aplicada y Medicina; Juan no está en Tacna, David no está en Puno, el que está en Tacna no estudia Derecho, el que está en Puno estudia Física Aplicada, David no estudia Medicina ¿Qué estudia Luís y donde estudia?
 - a) Física Aplicada en Tacna
 - b) Derecho en Puno
 - c) Medicina en Tacna
 - d) Derecho en Arequipa
5. En un examen Ana obtuvo menos puntos que Bertha; David menos puntos que Ana y Carlos más puntos que Elena. Si Elena obtuvo más puntos que Bertha. ¿Quién obtuvo el puntaje más alto?
 - a)Ana b) Fernanda c)Carlos d) Elena e) David
6. Seis chicas están escalando una montaña: Carla está mas abajo que Juana quien se encuentran en un lugar más abajo que María , Fernanda está mas arriba que Carla, pero un lugar más abajo que Paola, quien está más abajo que Rosa, esta última se encuentra entre Juana y Paola ¿Quién está en el cuarto lugar del ascenso?
 - a) Rosa
 - b) Fernanda
 - c) Paola
 - d) Juana
 - e) Carla

7. Tres amigos tiene cada uno un animal diferente se sabe que:
- I. El perro y el gato peleaban
 - II. Juan le dice al dueño del gato que el otro amigo tiene un canario
 - III. Julio le dice a Luis que su hijo es veterinario
 - IV. Julio le dice al dueño del gato que éste quiso comerse al canario
- ¿Qué animal tiene Luís?

a)perro b)gato c)ratón d) canario e) N.A.

8. Arnaldo, Juan Andrés y Hermógenes tienen diferentes ocupaciones:
- Arnaldo y el carpintero están enojados con Hermógenes
 - Juan es amigo del electricista
 - El comerciante es familiar de Hermógenes
 - El sastre es muy amigo de Andrés y del electricista.
 - Arnaldo desde muy joven se dedica a vender abarrotes

¿Cuál es la ocupación de cada uno de ellos?

9. Luís, Juan, Carlos, y Francisco tienen diferentes oficios: Ingeniero, Matemático, Mecánico, y Biólogo; usan uniformes: amarillo, rojo, azul, verde; se sabe que:
- El ingeniero derrotó al a Juan en una partida de ajedrez.
 - Carlos y el mecánico juegan Básquet con el rojo y el azul.
 - Luís no se lleva bien con el que viste de azul.
 - El matemático usa el uniforme amarillo.

¿Qué oficio tiene Carlos?

10. Seis amigos A, B, C, D, E, F; están sentados en una fila de seis asientos libres juntos. Si se sabe que:
- "B" está junto y a la izquierda de "C"
 - "D" está a la derecha de "B" y a la izquierda de "E".
 - "E" está junto a la izquierda de "F".
 - "A" está a la izquierda de "C"

¿Quién ocupa el cuarto lugar si los contamos de izquierda a derecha?

11. Si 4 amigos se sientan alrededor de una mesa redonda con 4 sillas distribuidas simétricamente, se sabe que:
- PI no se sienta junto a PU
 - PA se sienta junto y a la derecha de PU.

¿Dónde se sienta PO?

- 12.- Se tiene un castillo de 4 pisos y en cada piso vive una familia. La familia Ávila vive un piso más arriba que la familia Morales, la Familia Vergara habita más arriba que la familia Robles, y los Ávila viven más abajo que los Robles. ¿En qué piso viven los Ávila?

a) primero b) segundo c) tercero d) cuarto e) sótano

13.- Cuatro amigas en la misma calle:

- Dora vive a la izquierda de Ula.
- La casa de Ula queda junto y a la derecha de la de Vanesa.
- Vanesa vive a la izquierda de Martha.

¿Quién vive a la izquierda de las demás?

- a) Vanesa b) Ula c) Martha d) Dora e) F.D.

14.- Pancho es mayor que Lucho, Anacleto es menor que Antonio, Zoila es menor que Anacleto y Lucho es más viejo que Antonio. Entonces:

- a) Lucho es el menor.
- b) Antonio es el menor.
- c) Zoila es la menor.
- d) Pancho es menor que Anacleto.
- e) Lucho no es mayor que Zoila.

15.- Sabiendo que: Dora tiene más dinero que Sandra pero menos que Ana, quien a su vez tiene lo mismo que Betty, quien tiene menos que María. Si Rocío no tiene más que Ana, podemos afirmar:

- I. María tiene más que Dora.
- II. Sandra tiene menos que Betty
- III. Sandra es la que tiene menos.

- a) Sólo I y II b) Sólo II y III c) Sólo I y III d) Todas e) N.A.

AUTOEVALUACIÓN 01

Tiempo: 30 minutos

1. Manuel es 4 años mayor que Alberto, Raúl es un año mayor que Pedro, Raúl es 2 años menor que Juan y Alberto es 7 años mayor que Juan. Al restar la edad de Alberto y la edad de Pedro obtenemos:

- a. 11 años b. 10 años c. 12 años d. 9 años e. 8 años

2. Seis amigos se sientan a comer helados alrededor de una mesa.

- Julio esta al lado de Carlos y al Frente de Ana.
- David no se sienta nunca al lado de Ana y de Carlos.

Entonces es cierto que:

- a. Ana y Carlos se sientan juntos b. David esta a la derecha de Julio
c. David esta a la izquierda de julio
d. Ana y Carlos están separados por un asiento e. N. A.

3. Shazana, Benny y Foster son tres hermanos que tienen 3 gatos. Estos tienen los nombres de sus dueños, aunque no necesariamente en ese orden, si se sabe que:

- Ningún gato tiene el nombre de su dueño.
- El gato de Shazana tiene el mismo nombre que el dueño de "Benny".
- ¿Quién es el dueño de "Shazana"? Y ¿Cómo se llama el gato de Shazana?

- a. Shazana - "Benny" b. Foster - "Benny" c. Shazana - "Foster"
d. Benny - "Foster" e. Foster - "Foster"

4. A Jessica, Roxana, Vanesa y pilar les dicen "la flaca" , "la chata" , "la coneja" , y "la negra" , aunque a ninguna en ese orden.

- "la coneja" le dice a pilar que "la chata" esta con el cólera.
- Roxana, "la negra" , es amiga de "la flaca".

¿Quien es "la Chata"?

- a. Jessica b. Roxana c. Vanesa d. Pilar e. Faltan datos

5. Los profesores Salvador, Hugo y Raúl enseñan matemática, historia y geografía no necesariamente en ese orden.

- El profesor de Geografía, que es el mejor de Hugo, es el menor.
- El profesor Raúl es mayor que el profesor de Historia.

Indicar las proposiciones correctas.

- I. Raúl es menor que el profesor de matemática.
II. Salvador es el profesor de geografía.
III. Hugo no es profesor de historia.

- a. Solo II b. Solo I c. Solo III d. Solo I y II e. Solo II y III

6. Tres amigos con nombres diferentes, tienen cada uno un animal diferente, se sabe que:
- El perro y el gato peleaban.
 - Jorge le dice al dueño del gato que el otro amigo tiene un canario.
 - Julio le dice que su hijo es veterinario.
 - Julio le dice al dueño del gato que este quiso comerse al canario. ¿Qué animal tiene Luís?
- a. perro b. gato c. canario d. ratón e. faltan datos
7. A tiene más habitantes que D, D tiene menos habitantes que B, pero más que C. ¿Cuál de las siguientes conclusiones será necesariamente cierta?
- a. A tiene mas habitante que B
 - b. A tiene menos habitantes que C
 - c. A tiene menos habitantes que B
 - d. A tiene más habitantes que C
 - e. A tiene igual habitantes que B
8. Un obrero un empleado y un estudiante comentan que cada uno toma una determinada marca de cerveza diferente:
- Yo tomo Cristal dice el obrero a José.
 - Luís dice que la cerveza que no duele la cabeza es la Cusqueña.
 - El empleado dice: mi enamorada y yo tomamos Pilsen porque es mejor.
 - la tercera persona se llama Mario
- ¿Cómo se llama el estudiante y qué toma?
- a. José – Pilsen b. Luís – Cusqueña c. Mario - Pilsen d. Luis – Pilsen e. José – Cusqueña
9. Seis personas juegan por que alrededor de una mesa redonda. Luís no está sentado a lado de Enrique ni de José. Fernando no está al lado de Gustavo ni de Fernando. Pedro está junto a Enrique, a su derecha ¿Quién esta sentado a la izquierda de Enrique?
- a. Pedro b. Luis c. José d. Fernando e. Gustavo
10. Seis amigos: A, B, C, D, E, y F se sientan en 6 asientos contiguos en el cine. Si se sabe que:
- A se sienta junto y a la derecha de B.
 - C está a la derecha de A, y entre F y D.
 - D está junto y a la izquierda de E.
 - F está a la izquierda de B.
- ¿Quién ocupa el cuarto asiento, si los contamos de izquierda a derecha?
- a. E b. D c. C d. B e. A

RESPUESTAS:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
b	d	d	c	a	d	d	b	d	e

Ser Humilde

Una rana se preguntaba cómo podía alejarse del clima frío del invierno. Unos gansos le sugirieron que emigrara con ellos. Pero el problema era que la rana no sabía volar. “Déjenmelo a mí” -dijo la rana-. “Tengo un cerebro espléndido y voy a encontrar una solución”.

Entonces la rana pidió a dos gansos que le ayudaran a recoger una caña fuerte. Luego que la encontraron, la cortaron y la prepararon. Cada ganso la sostendría por un extremo, la rana pensaba agarrarse a la caña con la boca.

Cuando todo estuvo listo, los gansos y la rana comenzaron su travesía. Al poco rato pasaron por una pequeña ciudad, y los habitantes de allí salieron para ver el inusitado espectáculo, todos estaban maravillados.

Unos tomaban fotos, otros se detenían a comentar lo que veían, hasta que alguien preguntó: “¿A quién se le ocurrió tan brillante idea?” esto hizo que la rana se sintiera tan orgullosa y con tal sentido de importancia, que exclamó: “¡A mí!”

Su orgullo fue su ruina porque en el momento en que abrió la boca, se soltó de la caña y cayó al vacío.

Compilado por Marco Roncal

MÓDULO 02: CUATRO OPERACIONES

COMPETENCIA:

Resuelve problemas de cantidad

CAPACIDAD:

Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo

Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.

INDICADORES:

Emplea procedimientos para resolver problemas relacionados con las cuatro operaciones.

Emplea estrategias heurísticas, recursos gráficos y otros para resolver problemas con las cuatro operaciones.

Propone conjeturas referidas a la noción de regla conjunta, método del rombo, método del cangrejo y las relaciones de densidad.

Comprueba a partir de los ejemplos las operaciones con las cuatro operaciones.

El objetivo principal es que el alumno utilice adecuadamente las cuatro operaciones fundamentales (+; -; x; ÷).

Las cuatro operaciones fundamentales, es el instrumento matemático más antiguo utilizado por el hombre que nos permite resolver problemas de carácter comercial y de la vida diaria.

Ejemplo 1:

Un comerciante compra cierta cantidad de agendas en S/.1424 y los vende todos en S/.2492, ganando así S/.1,50 por agenda. ¿Cuántas agendas compró y cuánto le costó cada una?

Resolución:

Precio de costo total: S/. 1424

Precio de venta total: S/. 2492

Entonces: Ganancia total = S/. 1068

Como ganancia en cada agenda es S/.1,50

Entonces: N° de agendas = $1068/1,50$

N° de agendas = 712

Ejemplo 2:

Un sastre pensó confeccionar 100 camisas en 20 días, pero tardó 5 días más por trabajar 2,5 horas menos cada día. ¿Cuántas horas trabajó por día?

Resolución:

El sastre perdió 2,5 horas por día, durante 20 días;
es decir: Perdió: $2,5 \times 20 = 50$ horas

Las que recupera en cinco días, a razón de: $\frac{50h}{5d} = 10h/d$

CALCULO DE DOS NÚMEROS, CONOCIENDO:**I) LA SUMA Y DIFERENCIA**

Se emplea solamente para determinar dos cantidades, si conocemos la suma (**S**) y diferencia (**D**) de ambos, lo que implica que una de las cantidades a calcular es mayor que la otra.

$\text{N}^\circ \text{ mayor} = \frac{S + D}{2}$	$\text{N}^\circ \text{ menor} = \frac{S - D}{2}$
--	--

II) SUMA Y COCIENTE

En el caso que tengamos como dato la suma de dos números (**S**) y el cociente de ambos (**q**), podemos calcular ambos números mediante la siguiente relación:

$\text{N}^\circ \text{ menor} = \frac{S}{q + 1}$	$\text{N}^\circ \text{ mayor} = \frac{S \cdot q}{q + 1}$
--	--

III) DIFERENCIA Y COCIENTE

En el caso que tengamos como dato la diferencia (**D**) y el cociente de ambos (**q**), podemos calcular ambos números mediante la siguiente relación:

$\text{N}^\circ \text{ menor} = \frac{D}{q - 1}$	$\text{N}^\circ \text{ mayor} = \frac{D \cdot q}{q - 1}$
--	--

Nota: Es recomendable saber que el cociente es la relación del número mayor al número menor.

En un enunciado, al decir que:

- Un número es el triple del otro significa que su cociente es 3 (q = 3).
- Un número es la mitad del otro significa que su cociente es 2 (q = 2).
- Un número es los 4/7 de otro significa que: q =

Ejemplo 3:

En cierto día, las horas transcurridas exceden a las que faltan transcurrir en 6 horas. ¿A qué hora ocurre esto?

Resolución:

Sean “tiempo transcurrido” (t.t) y “tiempo no transcurrido”.

Sabemos que la suma y la diferencia de estos dos tiempos es: $S = 24h$; $D = 6h$

$$\Rightarrow \text{t.t. (mayor)} = \frac{24 + 6}{2} = 15 \text{ horas}$$

\therefore Hora: **3 p.m.**

Ejemplo 4 :

Dos personas tienen S/.900 y S/.300, respectivamente. Se ponen a jugar a las cartas a S/.10 cada partida y al final la primera que ha ganado todas las partidas, tiene el cuádruple de lo que tiene el segundo. ¿Cuántas partidas se jugaron?

Resolución

La suma total de dinero, entre juego y juego, no varía. $\Rightarrow S = S/.1200$

Luego de “n” jugadas: $q = 4$

En ese momento el ganador tiene:

$$\frac{1200 \times 4}{4 + 1} = S/.960$$

habiendo ganado:

$$S/.960 - S/.900 = S/.60$$

a S/. 10 cada partida.

$$\Rightarrow \text{N}^\circ \text{ de partidas} = n = \frac{S/.60}{S/.10} = 6$$

Ejemplo 5:

En aquel entonces tu tenías 20 años más que yo, que tenía la quinta parte de la edad que tenías. Si eso sucedió en 1980, actualmente (2004) que edad tenemos, asumiendo que ya cumplimos años.

Resolución:

En 1980 la diferencia y el cociente de nuestras edades era:

$$D = 20 ; q = 5$$

Teníamos:

$$\text{Tu (mayor)} = \frac{20 \times 5}{5 - 1} = 25 \qquad \text{Yo (menor)} = 25 - 20 = 5.$$

\Rightarrow Actualmente tenemos: **49 y 29 años.**

MÉTODO DE LAS DIFERENCIAS

MÉTODO DEL RECTÁNGULO

Es un método que se aplica a problemas donde participan dos cantidades excluyentes, una mayor que la otra, las que se comparan en dos oportunidades originando, generalmente, en un caso sobrante o ganancia y en el otro caso un faltante o pérdida.

Ejemplo 1:

Un comerciante analiza: si compro a S/.15 el kilo de carne me faltaría S/.400; pero si sólo compro de S/.8 el kilo me sobraría S/.160. ¿Cuántos kilogramos necesita comprar y de que suma dispone?

Resolución:

$$\begin{array}{r}
 \text{Si compro a } S/.15 \text{ c/Kg} \quad \overset{f}{\text{-----}} \quad S/.400 \\
 S/.8 \text{ c/Kg} \quad \overset{s}{\text{-----}} \quad S/.160 \\
 \hline
 D_u = S/.7 \text{ c/Kg} \quad D_t = S/.560
 \end{array}$$

$$\Rightarrow \text{Cantidad (Kg)} = \frac{D_t}{D_u} = \frac{S/.560}{S/.7} = 80$$

$$\therefore \text{Dinero disponible} = 80\text{Kg} \times S/.8 + S/.160 = S/. 800$$

Ejemplo 2:

Para ganar \$28 en la rifa de una filmadora se hicieron 90 boletos, vendiéndose únicamente 75 boletos y originando así una pérdida de \$17.

Calcular el costo de cada boleto y el valor de la filmadora.

Resolución:

$$\begin{array}{r}
 \text{Si vendiera } 90 \text{ bol} \quad \overset{g}{\text{-----}} \quad \$28 \\
 75 \text{ bol} \quad \overset{p}{\text{-----}} \quad \$17 \\
 \Delta = 15 \text{ bol} \quad \Delta = \$45
 \end{array}$$

$$\Rightarrow \text{Costo c/boleto} = \frac{\$45}{15\text{bol}} = \$3$$

$$\therefore \text{Valor de la filmadora} = 90 \times 3 - 28$$

$$\text{Valor de la filmadora} = \$242 \quad \text{Rpta.}$$

METODO DEL CANGREJO**MÉTODO INVERSO**

Es un método utilizado en problemas donde interviene una variable a la cual se realiza una serie de operaciones directas hasta llegar a un resultado final. Se denomina “método inverso”, porque a partir del dato final se realizan las operaciones inversas hasta llegar al valor inicial.

Ejemplo 3:

Al preguntarle a “Pepito” por su edad, el contestó con evasivas diciendo lo siguiente: “si le agregas 10, al resultado lo multiplicas por 5 y enseguida le restas 26 para luego extraerle la raíz cuadrada y por último lo multiplicas por 3, obtendrás 24”. ¿Cuál es la edad de “Pepito”?

Resolución:

Considerando la edad de Pepito: E; y aplicando las operaciones consecutivamente, como lo indicado por “Pepito”, tenemos :

$$E + 10 \times 5 - 26 \sqrt{\quad} \times 3 = 24 \quad \text{Aplicando operaciones inversas, tenemos:}$$

$$E = 24 \div 3 \uparrow 2 + 26 \div 5 - 10$$

E = 8 años.

Ejemplo 4:

El nivel del agua de un tanque en cada hora desciende 2m por debajo de su mitad, hasta quedar vacío el tanque luego de 3 horas. Qué volumen de agua se ha utilizado, sabiendo que el tanque tiene una base circular de 5m^2 .

Resolución:

Considerando el Nivel inicial del agua: H

Del problema deducimos que, en cada hora, queda la mitad menos dos metros de agua.

Entonces, en tres horas, queda:

$$H \div 2 - 2 \div 2 - 2 \div 2 - 2 = 0$$

Aplicando operaciones inversas, a partir del final, tenemos: $H = 0 + 2 \times 2 + 2 \times 2 + 2 \times 2$
 $H = 28 \text{ m.}$

Teniendo en cuenta que el volumen de un tanque circular es: $V = \text{Area de la base} \times \text{altura}$
 $\Rightarrow V = 5 \text{ m}^2 \times 28 \text{ m}$
 $V = 140 \text{ m}^3$

METODO DE FALSA SUPOSICION

REGLA DEL ROMBO

Se aplica cuando en un problema participan un número de elementos divididos en dos grupos cuyos valores unitarios (o características) se conocen y además nos proporcionan el valor total, que es la resultante de sumar todos los valores unitarios.

Ejemplo 5:

En el salón de clase el peso promedio de cada alumno es de 75 kg y de cada alumna 60 kg, si el peso total de todos es de 4020 kg. ¿En cuánto excede el número de mujeres al de los varones, si en total son 60?

Resolución:

Aplicando el método de la **falsa suposición**:

Supongamos que los 60 alumnos pesan 75 Kg c/u.

⇒ Peso de todos los alumnos sería (Valor supuesto) = $60 \times 75 = 4500$ Kg

Este valor excede al real en: $4500 - 4020 = 480$ Kg

Este exceso es por que asumimos que todos eran varones, por lo que dimos un valor agregado a cada alumna de:

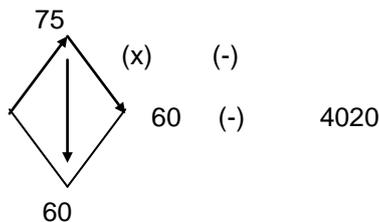
$$75 - 60 = 15 \text{ Kg.}$$

$$\Rightarrow \text{N}^\circ \text{ de alumnas} = \frac{480}{15} = 32$$

$$\text{N}^\circ \text{ de alumnos} = 60 - 32 = 28$$

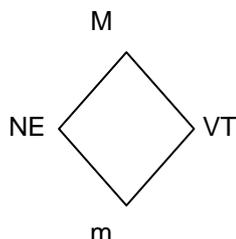
$$\therefore \Delta = 32 - 28 = 4$$

* Las operaciones efectuadas en la solución de este problema se pueden resumir en:



$$\text{N}^\circ \text{ Alumnas} = \frac{60 \times 75 - 4020}{75 - 60} = 32$$

Esta es la regla práctica del método de la falsa suposición, llamada REGLA DEL ROMBO, que consiste en ubicar la información del problema en los cuatro vértices del rombo, de la siguiente manera:



donde:

NE : Número total de elementos.

M : Mayor valor unitario.

m : menor valor unitario

VT : Valor total.

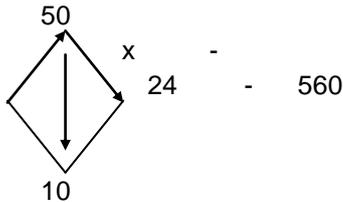
Si se desea calcular el número de elementos que tienen el menor valor unitario, se procede de la siguiente manera:

$$N^{\circ} = \frac{NExM - VT}{M - m}$$

Ejemplo 6:

En una billetera hay 24 billetes que hacen un total de 560 soles. Si solamente hay billetes de 50 y 10 soles, cuántas eran de cada clase?

Resolución:



$$\Rightarrow N^{\circ} \text{ billetes (S/.10)} = \frac{24 \times 50 - 560}{50 - 10}$$

$$N^{\circ} \text{ billetes (S/.10)} = \mathbf{16}$$

$$N^{\circ} \text{ billetes (S/.50)} = 24 - 16 = \mathbf{8}$$

REGLA CONJUNTA

Es un método que nos permite determinar la equivalencia de dos elementos.

Procedimiento:

1. Colocar la serie de equivalencias formando columnas.
2. Procurar que en cada columna no se repitan los elementos; si se repiten cambiar el sentido de la equivalencia.
3. Multiplicar los elementos de cada columna.
4. Despejar la incógnita.

Ejemplo 7:

Si 4 soles equivale a una libra esterlina; 3 yenes equivale a 2 libras esterlinas; 5 marcos equivale a 6 yenes; y 9 marcos equivale a 6 pesetas. ¿Cuántas pesetas equivale a 16 soles?

Resolución:

$$\text{S/. 4} \quad \langle \rangle \quad 1 \text{ l.e.}$$

$$2 \text{ l.e.} \quad \langle \rangle \quad 3 \text{ yenes}$$

$$6 \text{ yen.} \quad \langle \rangle \quad 5 \text{ marcos}$$

$$9 \text{ mar.} \quad \langle \rangle \quad 6 \text{ pesetas}$$

$$X \text{ pes.} \quad \langle \rangle \quad \text{S/. 16}$$

$$4.2.6.9.X = 1.3.5.6.16$$

$$X = 10/3$$

PROBLEMAS RESUELTOS

La felicidad se hace, no se halla. Brota del interior, no viene de afuera.

1. El cociente y el resto en una división inexacta son 4 y 30 respectivamente, si se suman los términos, el resultado es 574. Hallar el divisor.

a. 438. b. 430. c. 108. d. 102 e. 170.

Solución:

Por fórmula para división inexacta se tiene: $D = d \cdot c + r$, donde

$D =$ dividendo $d =$ divisor

$c =$ cociente $r =$ residuo

Del problema se tiene:

$c = 4$, $r = 30$, entonces : $D = 4d + 30$ I

también : $D + d + c + r = 574$... II , reemplazando I en II

$4d + 30 + d + 4 + 30 = 574$ simplificado :

$5d = 510$...entre 5

$d = 102$

Rpta.: d

2. Un alumno tiene que multiplicar un número por 30; pero se olvida de poner el cero a la derecha del producto; por lo que obtiene un resultado que difiere del verdadero en 5 751. Hallar dicho número.

a. 639. b. 1917. c. 213. d. 219. e. 426.

Solución:

Sea x el número. Primero tiene que multiplicar x por 30, entonces : $30x$, pero se olvida el cero a la derecha, entonces $3x$, presta que : $30x = x \cdot 30$.

Por dato: $30x - 3x = 5751$

$27x = 5751$ entre 27

$x = 213$

Rpta.: d

3. Aun número formado por 2, un 7 y un 1 se le resta otro formado por un 5 y un 7, y se obtiene un número formado por un 3, un 1 y un 5. ¿Cuál es el resultado?

a. 135. b. 153 .c. 351. d. 315. e. 513.

Solución:

De acuerdo a la información y a las alternativas no pueden formarse números que empiecen con 1. por lo tanto:

$$\begin{array}{r} 271 - \\ \hline 577 \\ \hline \exists \end{array} \quad \begin{array}{r} 721 - \\ \hline 577 \\ \hline 144 \end{array} \quad \begin{array}{r} 712 - \\ \hline 577 \\ \hline 135 \end{array}$$

Rpta.: a

4. Una persona deja al morir a cada uno de sus hijos 840 soles. Habiendo fallecido uno de ellos, la herencia de este se repartió a los demás, recibiendo entonces cada uno 1120 soles. ¿Cuál era la fortuna dejada?

a. S/. 3360 b. S/. 3630 c. S/.3603 d. S/.3300 e. S/. 3303

Solución:

$$\begin{aligned} \# \text{ de hijos} &= x & (\# \text{ hijos}) (\text{recibe c/u}) &= \text{ fortuna} \\ \text{c/u hijos recibe} &= \text{S}/.840 & 840 \cdot x &= y \\ \text{fortuna} &= y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{cuando fallece un hijo} & 1120 (x - 1) = y \\ \# \text{ hijos} &= x - 1 & 1120 (x - 1) &= 840x \dots \text{simplificando } 10^{\text{ma}} \\ \text{c/u recibe} &= \text{S}/. 1120 & 4(x - 1) &= 3x & 7^{\text{ma}} \text{ y } 4^{\text{ta}} \\ \text{fortuna} &= y & x &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{entonces la fortuna es: } y &= 840x \\ y &= 840 \cdot 4 \end{aligned}$$

y = S/. 3360

Rpta.: a

5. Después de haber comprado “x” libros me quedan “z” soles y me faltaran “y” soles para comprar otro libro. ¿Qué cantidad tenía antes de comprar los libros?

a. $x + y + z$ b. $xz + y + z$ c. $z + xy + x$
 d. $xz + xy + z$ e. $xz + yx$

Solución:

$$\begin{aligned} \# \text{ libros} &= x & (\# \text{ libros}) (\text{c/u libros}) &= \text{total} \\ \text{c/u libros} &= c & x \cdot c &= T \end{aligned}$$

De acuerdo a los datos :

$$\begin{aligned} xc &= T - Z & ; & c(x + 1) = T + y \dots \text{igualando ambas ecua.} \\ c &= \frac{T - Z}{x} & c &= \frac{T + y}{x + 1} \text{ en función de c} \\ \frac{(T - Z)}{x} &= \frac{T + y}{x + 1} & \dots \text{producto de extremos igual} & \text{producto de medios} \\ (T - Z)(x + 1) &= x(T + y) & \dots \text{Multiplicando, simplificando} & \text{y despejando T} \\ Tx + T - Zx - Z &= xT + xy \end{aligned}$$

T = xy + xz + z

Rpta.: d.

6. Se compran bicicletas 3 por 200 dólares y se venden 4 por 300 dólares. Para ganar 300 dólares, debe vender :

a. 30 bicicletas b. 40 bicificletas c. 46 bicicletas
 d. 36 bicificletas e. 72 bicicletas

Solución:

$$\begin{aligned} \text{Como compra 3 bicicletas por } \$ 200, \text{ entonces c/u cuesta} &= 200 / 3 \\ \text{Vende 4 bicicletas a } \$ 300, \text{ entonces c/u vende} &= 300 / 4 \\ \text{En 1 bicicleta gana} &= 300 / 4 - 200 / 3 = 100 / 12 = 25 / 3 \end{aligned}$$

Para ganar \$ 300 debe vender x bicicletas , o sea :

$$x \cdot \frac{25}{3} = 300 \quad \dots \text{multiplicando ambos lados por } 3 / 25.$$

$$\frac{x}{25} = 3 \cdot 300 \quad \dots \text{simplificando}$$

$$x = 36$$

Rpta.: d.

7. En una reunión de “x” personas existen “y” mujeres más que hombres. ¿Cuántos hombres existen en total?

- a. $x + y$ b. $x - y$ c. $\frac{1}{2}(x - y)$ d. $\frac{1}{4}(x + y)$ e. $x / 2(x + y)$

Solución:

Como hay x personas , quiere decir que los hombres mas las mujeres son x

$$H + M = x \quad \dots \text{pero hay “y” mujeres más que hombres}$$

$$H + H + y = x$$

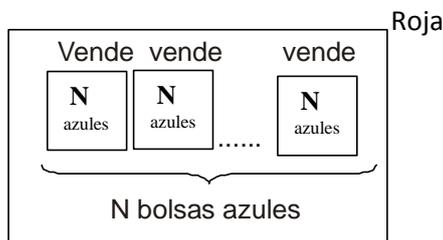
$$2H = x - y$$

$$H = \frac{x - y}{2}$$

Rpta.: c.

8. Una bolsa roja contiene “N” bolsas verdes y cada bolsa verde contiene “N” bolsas azules. ¿Cuántas bolsas hay en total?

- a. $N^2 + 1$ b. N^2 c. $N^3 + 1$ d. $N^2 + 2N + 1$ e. $N^2 + N + 1$



Total de bolsas:

$$N(N + 1) + 1$$

$$N^2 + N + 1$$

Rpta.: e.

9. Por cierto número de botellas de vino se pagan 25 bolsas; y se pagan 15,5 soles si cada botella costara 0,5 soles menos. ¿Cuántas botellas hay en total?

- a. 15 b. 5 c. 25 d. 19 e. 14

Solución:

$$\# \text{ botellas} = x \quad (\# \text{ botellas}) (\text{costo } c / u) = \text{dinero}$$

$$\text{Costo cada botella} = y \quad x \cdot y = 25$$

$$\text{Dinero} = S/. 25 \quad x (y - 0.5) = 15,5$$

$$\text{Supuesto:} \quad 25 - 0,5x = 15,5 \quad \text{Despejando } x$$

$$\# \text{ botellas} = x \quad 25 - 15,5 = 0,5x$$

$$\text{Costo cada botella} = y - 0.5 \quad 9,5 = 0,5x \quad \dots \text{Dividido por}$$

$$\text{Dinero} = S/. 15,5 \quad 9,5 / 0,5 = x \quad \dots \text{0,5 ambos lados}$$

$$19 = x$$

Rpta.: d.

10. Una persona participó en 3 apuestas; en la primera duplicó su dinero y gasto 30 soles. En la segunda triplicó lo que le quedaba y gasto 54 soles, en la tercera cuadruplicó la suma restante y gastó 72 soles. Al final le quedaron 48 soles. ¿Cuánto tenía al comienzo?
 a. S/. 30 b. S/. 31 c. S/.29 d. S/. 28 e. S/. 59

Solución:

De acuerdo a los datos, utilizando operaciones inversas y empezando de atrás hacia delante.

Duplicó : $58 / 2 = 29$ soles
 Gastó : $28 + 30$
 Triplicó : $84 / 3$
 Gastó : $30+54$
 Cuadruplicó : $120 \dots 120 / 4$
 Gastó : $72 \dots 48 + 72$
 Quedó : S/. 48

Al comienzo tenía **29 soles**

Rpta.: c.

11. Una piscina se debe desalojar todo el contenido, cada hora se observa que desciende la mitad más sesenta centímetros de agua. Si después de 4 horas la piscina queda vacía. ¿Qué altura tenía de agua dicha piscina?
 a. 10 m b. 10,08 m c. 16,8 m d. 12,8 m e. 18 m

Solución:

Como cada hora desciende la mitad mas sesenta centímetros y queda vacía en 4 horas, habrá que repetir el proceso 4 veces.

Altura de agua: **18m**

Rpta.: e.

1ra $\left\{ \begin{array}{l} \div 2 \rightarrow 2(900)=1800 \\ -60 \rightarrow 840+60 \end{array} \right. m=18m$
 2da $\left\{ \begin{array}{l} \div 2 \rightarrow 2(420) \\ -60 \rightarrow 360+60 \end{array} \right.$
 3ra $\left\{ \begin{array}{l} \div 2 \rightarrow 2(180) \\ -60 \rightarrow 120+60 \end{array} \right.$
 4ta $\left\{ \begin{array}{l} \div 2 \rightarrow 2(60) \\ -60 \rightarrow 0+60 \end{array} \right.$
queda : 0 m

12. su capacidad, durante la segunda hora 1/3 del resto y así sucesivamente. Al cabo de 5 horas, quedan 32 litros en la vasija. ¿Cuál es la capacidad de esta?
 a. 243 litros b. 343 litros c. 81 litros d. 162 litros e. 261 litros

Solución:

Sea x litros

pierde		queda		
- 1 / 3	_____	2 / 3	_____	3 / 2
- 1 / 3	_____	2 / 3	_____	3 / 2
- 1 / 3	_____	2 / 3	_____	3 / 2
- 1 / 3	_____	2 / 3	_____	3 / 2
- 1 / 3	_____	2 / 3	_____	3 / 2

Formando una ecuación :
 $x = 3/2 * 3/2 * 3/2 * 3/2 * 3/2 * 3/2$

x = 243 litros

Rpta.: a.

13. Doña Juana lleva a vender paltas al mercado y vende la mitad de los que tenía más media palta; deja encargada la mitad de las que le quedan más media palta, obsequia la mitad del nuevo resto más media palta y le sobra todavía una. ¿Cuántas paltas llevo al mercado sabiendo que no partió ninguna palta?
- a. 20 b. 12 c. 15 d. 14 e. 17

Solución:

Aplicando el método del cangrejo.

$$1ra \left\{ \begin{array}{l} \div 2 \rightarrow 2(\frac{15}{2}) = 15 \\ - \frac{1}{2} \rightarrow 7 + \frac{1}{2} = \frac{15}{2} \end{array} \right.$$

$$2da \left\{ \begin{array}{l} \div 2 \rightarrow 2(\frac{7}{2}) = 7 \\ - \frac{1}{2} \rightarrow 3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2} \end{array} \right.$$

$$3ra \left\{ \begin{array}{l} \div 2 \rightarrow 2(\frac{3}{2}) = 3 \\ - \frac{1}{2} \rightarrow 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \end{array} \right.$$

queda : 1 m

Llevo 15 paltas al mercado

Rpta.: c.

14. Un cazador regresa de cacería y al ser preguntado por su esposa, le dice: ¡me fue muy bien! entre los patos y conejos que he cazado hay 86 cabezas y 246 patas. ¿Cuántos animales de cada tipo cazo?
- a. 35 conejos, 51 patos b. 43 conejos, 43 patos
c. 50 conejos, 36 patos d. 37 conejos, 49 patos
e. 36 conejos, 50 patos

Solución:

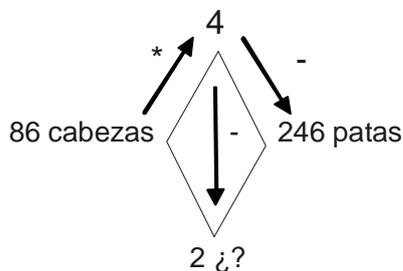
$$\# \text{ patos} = \frac{86 * 4 - 246}{4 - 2} = \frac{344 - 246}{2} = 49$$

Como son 86 cabezas, entonces :

$$\# \text{ Conejos} = 86 - 49 = 37$$

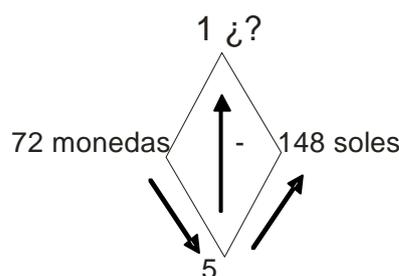
Conclusión: **Son 37 conejos y 49 patos**

Rpta.: d.



15. Una persona gasta 148 soles, utilizando 72 monedas de S/. 1 y S/. 5 respectivamente. ¿Cuántas monedas de S/.1 gasto?
- a. 52 b. 53 c. 54 d. 55 e. 56

Solución:



$$\# \text{ monedas S/. 1} = 72 * 5 - 148$$

$$= 360 - 148$$

$$\# \text{ monedas S/. 1} = 360 - 148$$

$$= 212$$

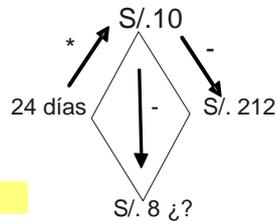
$$\# \text{ monedas S/.1} = 53$$

Rpta.: b.

16. Podría ahorrar 20 soles al día pero cada mañana de sol gasto 12 soles en helados y cada mañana fría gasto 10 soles en café. Si en el transcurso de 24 días he ahorrado 212 soles. ¿Cuántos días soleados hubo?
- a. 10 b. 16 c. 24 d. 18 e. 14

Solución:

Ahorró en 20 días
 En helados ahorró : $20 \cdot 12 = 8$
 En cafés ahorró : $20 \cdot 10 = 10$



$$\# \text{ días soleados} = \frac{24 \cdot 10 - 212}{10 - 8} = \frac{28}{2} = 14$$

Rpta.: e.

METODO DEL RECTÁNGULO

17. Para comprar un obsequio se le pidió a cada alumno S/. 7,5 pero, faltaban S/. 44 . Si le pedían S/. 8 a cada uno, sobraba S/.44 ¿Cuántos alumnos había?
- a. 88 b. 126 c. 44 d. 176 e. 136

Solución:

Aplicando el método del rectángulo

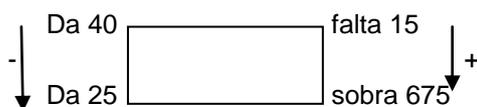


$$\# \text{ alumnos} = \frac{44 + 44}{8 - 7,5} = \frac{88}{0,5} = 176$$

Rpta.: d.

18. Se reparte monedas de oro como gratificación entre ciertas personas. Si se da 40 a cada una; faltarán 15 monedas, si se da 25 a cada una, sobran 675 monedas. ¿entre cuántas personas debe hacerse el reparto?
- a. 46 b. 57 c. 63 d. 95 e. 99

Solución:



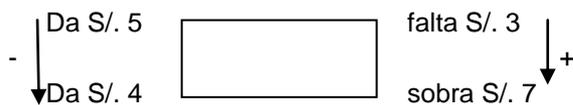
$$\# \text{ personas} = \frac{15 + 675}{40 - 25} = \frac{690}{15} = 46$$

Rpta.: a.

19. Un ingeniero quiere premiar a algunos de sus ayudantes, dando S/. 5 a cada uno le faltaría S/. 3 y dándole S/. 4 le sobrarían S/. 7. Dar la suma del número de ayudantes y el número total de soles.
- a. 10 b. 47 c. 57 d. 67 e. 48

Solución:

Aplicando el método del rectángulo



$$\# \text{ ayudantes} = \frac{3 + 7}{5 - 4} = 10;$$

$$\text{dinero} = 10 (5) - 3 = \text{S/. } 47$$

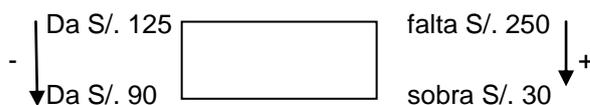
Entonces : el numero de ayudantes + dinero = $10 + 47 = 57$

Rpta.: c.

20. Si un tío da S/. 125 de propina a c/u de sus sobrinos, dos de ellos no recibirán nada. Pero si les da 90 a cada uno le sobrarían S/. 30. Hallar la cantidad de soles que debe dar para que no sobre dinero.
- a. S/. 92,25 b. S/. 90,25 c. S/. 95,7 d. S/. 93,75 e. S/. 92,75

Solución:

Cuando el tío da S/. 125 de propina a cada sobrino ,



$$\# \text{ sobrinos} = \frac{250 + 30}{125 - 90} = \frac{280}{35} = 8$$

$$\text{Dinero} = 8 (125) - 250 = \text{S/. } 750$$

Entonces para que no sobre dinero, cada uno debe recibir:

$$750 / 8 = \text{S/. } 93,75$$

Rpta.: d.

EQUIVALENCIAS

21. Sabiendo que 6 varas de paño cuestan lo mismo que 5 metros y que 2 metros valen S/. 30 ¿Cuánto costaran 4 varas?

- a. S/. 50 b. S/. 40 c. S/.60 d. S/.80 e. S/. 90

Solución:

Aplicando regla de equivalencia :

6 varas	< >	5 m	
2m	< >	S/. 30	
x	< >	4 varas	multiplicando en cada lado e igualando:

$$6 * 2 * x = 5 * 30 * 4$$

$$12 x = 600 \dots \text{entre } 12$$

x = S/. 50

Rpta.: a.

22. En un mercado 4 naranjas cuestan lo mismo que 15 plátanos, 10 plátanos lo mismo que 3 manzanas; 12 manzanas lo mismo que 1 piña. ¿Cuántas naranjas cuestan lo mismo que 3 piñas?

- a. 48 b. 32 c. 36 d. 96 e. 24

Solución:

Aplicando regla de equivalencia :

Naranja	= N	4 N	< >	15 P
Platanos	= P	10 P	< >	3 M
Manzanas	= M	12 M	< >	1 Pñ
Piña	= Pñ	13 Pñ	< >	x ...multiplicando en cada lado e Igualando

$$4 * 10 * 12 * 3 = 15 * 3 * 1 * x \dots \text{Simplificando}$$

32 = x

Rpta.: b.

23. A un baile asistieron 52 personas, una primera dama baila con 5 caballeros, una segunda bailo con 6, una tercera baila con 7, y así sucesivamente, hasta que la última baila con todos los caballeros. ¿Cuántas damas concurrieron?

- a. 28 b. 26 c. 24 d. 30 e. 24

Solución :

Entre la dama que baila y la cantidad de caballeros con los que baila , siempre hay una diferencia de 4.	Dama		Caballero
	1 ra	< >	5
	2 da	< >	6
	3 ra	< >	7
Si n es la enésima dama	n	< >	n + 4

Como la suma de damas y caballeros es 52 entonces:

$$n + n + 4 = 52 \dots - 4 \text{ en ambos lados}$$

$$2 n = 48 \dots \div 2 \text{ en ambos lados}$$

n = 24

Rpta.: b.

EJERCICIOS PROPUESTOS

Es duro caer, pero es peor todavía no haber intentado nunca subir.

- Al multiplicar por 65 un cierto número, éste aumenta en 3840. ¿Cuál es el número?
a) 60 b) 70 c) 62 d) 78 e)N.A.
- La suma del minuendo, sustraendo y diferencia de una sustracción es 64. Además el producto del sustraendo por la diferencia es el séxtuplo del minuendo. Hallar el exceso del sustraendo sobre la diferencia.
a) 17 b) 19 c) 16 d) 19 e)N.A.
- Aumentando en nueve a los dos factores de un producto, el resultado aumenta en 549. Hallar los factores, si la diferencia de ellos es 18.
a) 20 y 38 b) 15 y 23 c) 22 y 40
d) 35 y 17 e)N.A.
- El cociente y el residuo en una división inexacta son 4 y 30 respectivamente, si se suman los términos el resultado es 574. Hallar el divisor.
a) 438 b) 430 c) 108 d) 102 e) 170
- Quince personas tienen que pagar por partes iguales S/. 1500; como algunos de ellos son insolventes cada uno de los restantes tienen que poner S/. 50 más para cancelar la deuda. ¿Cuántas personas no pagaron?
a) 4 b) 5 c) 10 d) 12 e) 2
- Marcó empasta 112 libros en un día y Pepe la cuarta parte. ¿Cuántos días les tomaría empastar 560 libros, si cada uno trabaja en días alternados?
a) 2 b) 12 c) 4 d) 106 e) 8
- Dos secretarías tienen que escribir 600 cartas cada una. La primera escribe 15 cartas por hora y la segunda 13 cartas por hora. Cuando la primera haya terminado su trabajo. ¿Cuántas cartas le faltarán escribir a la segunda?
a) 50 b) 75 c) 60 d) 80 e) 70
- Un examen que 140 preguntas dura 3 horas. Si Coco dedica 60 minutos para leer y responder 40 preguntas y de cada diez, aciertas 5. ¿Cuántas no acertó y/o dejó de responder?
a) 12 b) 20 c) 60 d) 80 e)120
- Al dividir entre se obtiene 11 de cociente y 80 de residuo. Hallar: $a + b + c$
a) 18 b) 22 c) 17 d) 23 e)N.A.
- El cociente de una división entera es un 11 y el residuo es 39. Hallar el dividendo si es menor que 500.
a) 450 b) 490 c) 452
d) 430 e)N.A.

MÉTODO DEL CANGREJO

- ¿Cuál es el número, que elevado al cuadrado, sumarle 5, restarle, dividirlo entre 4, multiplicado por 9, sumarle 4 y sacarle la raíz cuadrada, se obtiene 7.
a) 3 b) 2 c) 10 d) 20 e)5
- Edwin fue de compras a un centro comercial, primero gastó $\frac{1}{4}$ de su dinero en un pantalón, luego con los $\frac{2}{3}$ del resto compró una camisa, más tarde compró un objeto de S/. 10, finalmente con los $\frac{3}{7}$ del último resto compró un regalo para su señora, si se quedó con solamente S/. 16 para el cine. ¿De cuánto dinero disponía Edwin?
a)S/.140 b)S/.152 c)S/.420 d)S/.180 e)N.A.
- Tres jugadores A, B y C acuerdan que después de cada partida el perdedor duplicara el dinero de los otros dos. Habiendo perdido cada jugador una partida en el orden indicado, el primero resultó con S/.24, el segundo con 28 y el tercero con 14.
¿Cuánto tenía inicialmente C?
a)S/.10 b)S/.20 c)S/.6 d)S/.8 e)N.A.

14. Dos jugadoras convienen en que cada vez que una gane, la otra le paga tanto como para duplicar lo que tiene. Después de dos partidas que la ganó la misma jugadora ambas tienen la misma cantidad : 40 soles. Lo que tenían al inicio es :
- a) S/.20 y S/.60 d) S/.40 y S/.40
b) S/.30 y S/.50 e) S/.35 y S/.45
c) S/.10 y S/.70
15. Tres jugadores A, B y C juegan unas partidas de billar y convienen en que el que pierde duplicará el dinero de los otros dos. Se sabe que perdieron en el orden indicado y al final cada uno quedó con 40 soles. ¿Quién ganó?
- a) Sólo A b) Sólo B c) Sólo C
d) A y C e) B y C
16. Tres amigos Alberto, Brian y Carlos juegan a los dados y acuerdan que aquel que pierda un juego, debe duplicar su dinero a los otros dos. Si luego de tres juegos, cada uno perdió un juego en el orden mencionado y se retiran con S/. 24 cada uno. ¿Cuánto ganó o perdió el primero?.
- a) S/.3 b) S/.4 c) S/.5
d) S/.12 e) S/.15
17. Tres jugadores A, B y C están jugando a los naipes. El perdedor de cada juego duplicará el dinero de los otros dos. Si pierden una partida cada uno en orden alfabético y quedan con 40, 20 y 50 soles respectivamente. ¿Quién ganó?
- a) C b) B c) A d) B y C e) A y C
- MÉTODOS DEL ROMBO**
18. En un grupo de conejos y gallinas el número de patas es 14 más dos veces el número de cabezas, entonces el número de conejos es:
- a)5 b)6 c)7 d)8 e)9
19. ¿Cuántos billetes de S/. 10 debo emplear para pagar una deuda de S/. 940, si tengo 62 billetes de S/. 10 y S/.20?
- a)24 b)40 c)22 d)30 e)N.A
20. Leonel juega a los naipes, de tal modo que por cada partida ganada recibirá S/.5 y por cada partida que pierda pagará S/.3. Si luego de 30 partidas adeuda S/.42. ¿Cuántas partidas perdió?.
- a) 18 b) 6 c) 24
d) 15 e) 21
21. En un zoológico, entre todas las jirafas y avestruces se podían contar 30 ojos y 44 patas. Son ciertas:
- I. Hay 8 jirafas
II. Hay 7 avestruces
III. El número de alas es 16
a) Sólo I b) Sólo II c) Sólo III
d) II y III e) Todas .
22. Cierta día Leo se encontraba en el patio de la Academia y pudo contar 49 ruedas y 40 pedales entre triciclos y bicicletas. Son ciertas:
- IV. Hay 20 vehículos.
V. Hay 8 triciclos
VI. Hay 11 bicicletas
a) Sólo I
b) Sólo II
c) Sólo III
d) I y III
e) Todas
- MÉTODO DEL RECTÁNGULO:**
23. Un señor quiso dar limosna a un grupo de ancianos, si les daba S/.5 a cada uno le faltaría S/.30 , si les daba S/.3 a cada uno les sobraría S/.70. ¿Con Cuánto de dinero contaba esa persona?
- a)S/. 210 b)S/. 200 c)S/. 220
d)S/. 230 e)S/. 270
24. Si se posaran cuatro palomas en cada poste faltan 3 postes; pero si se posaran 2 palomas en cada poste sobrarán 36 palomas. ¿Cuál es la cantidad de palomas?
- a) 20 b) 39 c) 37 d) 59 e) 60
25. Al ir a una tienda y comprar 30 vasos me faltaría S/. 622 y si quisiera comprar 33 vasos me faltaría S/. 970. ¿De qué cantidad de dinero dispongo?
- a) S/. 4102 b) S/. 2858
c) S/.3480 d) S/.3628 e)N.A.

26. El señor Miguel quiere repartir cierto número de caramelos entre sus sobrinos. Si les da 11 caramelos a cada uno, le sobran 116, y si les da 24 caramelos a cada uno le faltan 27 caramelos. ¿Cuántos caramelos quiere repartir?

- a) 237 b) 273 c) 327 d) 372 e) 723

27. Un estudiante dice :”Para comprar una docena de lapiceros me faltan S/.15, pero si compro 8 lapiceros me sobran S/.3. ¿Cuánto cuesta cada lapicero y cuánto es lo que tiene?.

- a) S/.4 y S/.39 d) S/.4,5 y S/.3
 b) S/.4,5 y S/.39 e) N.A.
 c) S/.4 y S/.36

28. Jessica quiere repartir cierto número de caramelos a sus hermanos. Si les da 5 caramelos a cada uno le sobraría 15; pero si les da 12 caramelos a cada uno le faltarían 20 caramelos. ¿Cuántos caramelos tiene?.

- a) 20 b) 30 c) 25 d) 35 e) 40

29. Un empresario decía : “Si le pago S/.15 a cada uno de mis empleados, me faltarían S/.50; pero si sólo les pago S/.10, me sobrarían S/.30. ¿Cuántos empleados tengo?.

- a) 15 b) 16 c) 17 d) 18 e) 19

30. Un tío reparte propina entre sus sobrinos. Si les da 3 soles a cada uno, le sobrarían 8 soles, y si les da 7 soles a cada uno, le faltarían 12 soles. ¿Cuántos sobrinos tiene?.

- a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7

31. Se realizó una colecta para obsequiarle un pantalón a la tutora el día de su cumpleaños. Si cada alumno colabora con 5 soles sobrarían 50 soles, pero si cada

uno de ellos diera 3 soles, faltarían 30 soles. ¿Cuánto costo el pantalón?.

- a) S/.120 b) S/.90 c) S/.150
 d) S/.110 e) S/.140

REGLA CONJUNTA

32. En una feria agropecuaria 7 gallinas cuestan lo mismo que 2 pavos, 28 patos cuestan lo mismo que 10 pavos, 6 conejos tienen el mismo precio que 16 patos. ¿Cuánto costará 2 gallinas si un conejo cuesta S/. 30 ?

- a)S/.18 b)S/.20 c)S/.30 d)S/.10 e)N.A.

33. En un mercado 3 kg. de pollo cuestan lo mismo que 1 kg. de pavo, 16 kg. de pato valen lo mismo que 5 kg. de pavo, 3 kg. de conejo tienen el mismo precio que 8 kg. de pato. ¿Cuánto costará 1 kg. de pollo que si 4 kg. de conejo cuestan S/.30 ?

- A)S/2 b)S/.4 c)S/3 d) S/5 e)N.A

34. En una feria se observó que por 3 patos me dan 2 pollos; por 4 pollos me dan 3 gallinas; por 12 gallinas dan 8 monos; 5 monos cuestan S/.150. ¿Cuánto tengo que gastar para adquirir 5 patos?.

- a) 75 b) 30 c) 50 d) 40 e) 80

35. En un trueque, por 5 cuadrados se reciben 6 círculos, por 10 rectángulos se reciben 9 círculos y por 15 rombos se reciben 8 rectángulos. ¿Cuántos triángulos pueden recibirse por 60 rombos, si por 2 triángulos se reciben 3 cuadrados?.

- a) 5 b) 24 c) 18 d) 12 e) 16

AUTOEVALUACIÓN

Tiempo: 30 minutos

1. Un examen de admisión tiene 140 preguntas y dura 3 horas. Si un postulante dedica 60 minutos en leer y responder 40 preguntas y de cada 10, acierta 5. ¿Cuántas preguntas no acertó o dejó de responder?
a. 20 b. 60 c. 80 d. 90 e. 70
2. De la casa a la fábrica gastó S/. 45 y de regreso gastó S/. 90. Si tengo gastados S/. 1 575. ¿Dónde estoy?
a. Fabrica b. Casa c. Medio camino d. Cerca de la casa
e. Faltan datos
3. ¿Cuántos números entre 420 y 2 780 dan como resto 15 al ser divididos entre 34?
a. 55 b. 60 c. 65 d. 70 e. 75
4. Un lechero vende el litro de leche pura a S/. 12. Si agrega agua hasta que 20 L de la mezcla cueste S/. 192. ¿Cuántos litros de agua se agregaron a la derecha?
a. 4 b. 5 c. 6 d. 7 e. 8
5. De los S/. 60 que tenía, si no hubiera comprado un reloj que me costó S/. 16 tan solo hubiera gastado los $\frac{2}{3}$ de lo que no hubiera gastado. ¿Cuánto gaste?
a. 20 b. 30 c. 40 d. 35 e. 25
6. Un pozo lleno de agua se vacía en 3 horas. Si en cada hora se va la mitad de lo que había en esa hora más un litro. ¿Cuántos litros tenía inicialmente?
A. 10 b. 12 c. 14 d. 16 e. 18
7. Compré 7 litros y me sobro 11 soles, pero si quisiera comprar 10 libros me faltaría 13 soles. ¿Cuál es el costo de cada libro?
a. S/. 7 b. S/. 8 c. S/. 5 d. S/. 11 e. S/. 13
8. Se han comprado 77 latas de leche de dos capacidades distintas; unas tienen 8 onzas y las otras 15 onzas. Si el contenido total es de 861 onzas ¿cuántas latas de 8 onzas se compraron?
a. 39 b. 42 c. 35 d. 40 e. 38

9. En una feria agropecuaria por 3 patos dan 2 pollos, por 4 pollos dan 3 gallinas, por 12 gallinas dan 8 monos y 5 monos cuestan S/. 150. ¿Cuánto tengo que gastar para adquirir 5 patos?

- a. 10 b. 20 c. 50 d. 60 e. 72

10. Un conejo es perseguido por un sabueso y lleva 50 de sus saltos de ventaja a este. El sabueso da 5 saltos mientras que el conejo da 6, pero, 9 saltos del conejo equivalen a 7 saltos del sabueso. ¿Cuántos saltos da el conejo desde que comienza a perseguirlo del sabueso hasta que lo alcanza?

- a. 600 b. 670 c. 679 d. 700 e. 732

RESPUESTAS

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
c	b	d	a	c	e	b	b	c	d

Un Verdadero Hombre

Mi padre, un hombre trabajador, responsable, de poca plática, además de deportista (no fuma, no bebe), un día de esos raros platicó conmigo por largo tiempo; yo tenía 15 años, me contó muchas cosas de su vida desde su infancia (que yo ya conocía)

Me comentó cómo era el mayor de 13 hermanos en una familia de machistas, en una extrema pobreza, entre alcohol y drogas, tuvo que aprender a ser el hombre y padre de sus hermanos desde los 3 años.

Vendía chicles, y alimentaba a sus hermanos pues su madre tenía que salir a lavar ropa ajena o estar en algún hospital con algún hijo enfermo, y que no le pasara algo a sus hermanas durante el día porque era una golpiza segura.

Al entrar a la escuela primaria, sus cuadernos y lápices eran los desperdicios de sus demás compañeros, a los 12 años ya para graduarse de primaria, hubo un incendio en la vecindad donde vivía y no quedó nada: para poder presentarse a la graduación, una maestra le prestó una blusa para utilizarla en lugar de su camisa blanca.

A esa edad se paraba frente a su padre con las manos atrás cuando ebrio quería golpear a su madre, y le decía: "Pégume a mí, pero a ella no la va a tocar".

A los 15 años su padre le dijo: "Es hora de que te conviertas en hombre, te llevaré al lugar ideal" y su respuesta fue: "Padre, usted me podría lleva a donde quiera pero eso no me hará más hombre; es más hombre el que puede vivir entre tanta mugre sin ensuciarse."

Estos son solo algunos aspectos de una vida difícil, por lo cual desde aquella plática aprendí lo que es ser un verdadero hombre. Y valorar y amar más a mi padre, pues él ha sido siempre una persona que respetó a su padres.

Compilado por José Dávila Moreno

MÓDULO 03 PORCENTAJES

COMPETENCIA:

Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio

CAPACIDAD:

Comunica su comprensión sobre los porcentajes.

Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales

INDICADORES:

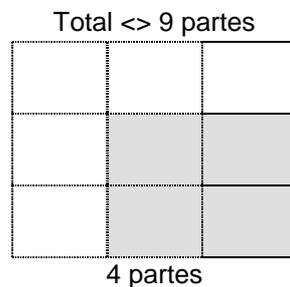
Identifica relaciones no explícitas entre términos y valores de tanto por ciento

Describe el desarrollo del procedimiento sobre porcentajes.

Halla el valor del tanto por ciento con números reales.

TANTO POR CUANTO:

Veamos un ejemplo, tenemos un terreno de forma cuadrada y la dividimos en parcelas de 9 partes iguales y tomamos 4 de esas partes:



\Rightarrow 4 partes de 9 \leftrightarrow $4/9$

"el 4 por 9"

Además:

Total \leftrightarrow 9 partes \leftrightarrow $9/9 \leftrightarrow$

"el 9 por 9"

En general, dividimos una cantidad en "n" partes y tomamos "m" partes, entonces: m partes \leftrightarrow $m/n \leftrightarrow$ "el m por n"

Ejemplo:

Del Centro Preuniversitario ingresarán 20 de cada 30 postulantes

- 20 de cada 30 ingresarán
- 20 por cada 30 ingresarán
- 20 por 30 ingresarán

EL TANTO POR CIENTO (%)

Es un caso particular de la regla del tanto por cuanto, donde la cantidad se divide en 100 partes iguales de los cuales tomaremos "m" partes iguales.

m partes \leftrightarrow $m/100 \leftrightarrow m \%$

→ "el m por ciento".

Ejemplos:

- El 6 por 25 \leftrightarrow

- El 70 por 200 \leftrightarrow

- El 300 por 40 \leftrightarrow

- El 87 por ciento \leftrightarrow

- El 20 por ciento \leftrightarrow

- El a por b \leftrightarrow

- El x% \leftrightarrow

Equivalencias:

- 25% \leftrightarrow

- 30% \leftrightarrow

- 18% \leftrightarrow

- 33 $\frac{1}{3}$ % \leftrightarrow

- $\frac{2}{5}$ \leftrightarrow

- $\frac{3}{5}$ \leftrightarrow

- $\frac{7}{8}$ \leftrightarrow

- 3 \leftrightarrow

- 1,5 \leftrightarrow

Calcular:

- el 56% de 3000
- el 53% de 200
- el 13 por 20 de 60
- el 5 por 8 del 4 por 7 de 28
- el 10% del 30% del 50% de 2000...

Se pueden sumar o restar porcentajes de una misma cantidad:

Ejemplos:

- a) $N + 20\% N = \dots\dots\dots$
 b) $B - 30\% B = \dots\dots\dots$
 c) $2A + 40\% A - \frac{3}{5} A = \dots\dots\dots$
 d) $60\% A + 2 (13\%A) - 0,5 A = \dots\dots\dots$

RELACIÓN PARTE - TODO EN TANTO POR CIENTO

$$\frac{\text{Parte}}{\text{Todo}} \cdot 100$$

Parte: se indica con los términos:
 "es" "son", "serán"

Todo: se indica con los términos:
 de, del, de los,

Ejemplos:

1. ¿Qué tanto por ciento es 20 respecto a 80?

$$\frac{P}{T} \cdot 100 \rightarrow \frac{20}{80} \cdot 100 = 25\%$$

2. ¿Qué tanto por ciento de 60 es 6?

$$\frac{P}{T} \cdot 100 \rightarrow \frac{6}{60} \cdot 100 = 10\%$$

3. ¿Qué tanto por ciento es A de B?

$$\frac{P}{T} \cdot 100 \rightarrow \frac{A}{B} \cdot 100 = \frac{100A}{B}$$

4. ¿Qué tanto por ciento de $(m+1)$ es m^2-1 ?

$$\frac{P}{T} \cdot 100 \rightarrow \frac{(m+1)(m-1)}{(m+1)} \cdot 100 = 100(m-1)$$

5. En nuestro salón de clases se observa que hay 42 alumnos hombres y las mujeres representan el $33 \frac{1}{3}\%$ de aquellos. ¿Qué tanto por ciento representa los varones respecto al total de alumnos?

Varones: 42

$$\text{Mujeres: } 33 \frac{1}{3}\% (42) = \frac{100}{3}\% (42) = 14$$

Total de alumnos: $42 + 14 = 56$

$$\frac{P}{T} \cdot 100 \Rightarrow \frac{42}{56} \cdot 100 = 75\%$$

APLICACIONES

Respecto a un total (100%)

Pierde	Queda	Gano	Tengo
20%	80%	10%	110%
60%	40%	33%	133%
m%	(100-m)%	X%	(100+x)%

Ejemplos:

1. Una persona tenía S/.240 y perdió 3 veces consecutivas el 25%; 10% y 50% respectivamente, lo que le iba quedando. ¿Cuánto le quedo al final?

Solución:

Si pierde: 25% 10% 50%
 ↓ ↓ ↓
 Le queda: 75% 90% 50%

$$\frac{75}{100} \cdot \frac{90}{100} \cdot \frac{50}{100} \cdot 240 = S/. 81$$

Otro procedimiento:

240 - 25% le queda 180 (240-60)
 180 - 10% le queda 162 (180-18)
 162 - 50% le queda 81 (162-81)

En una sala de "BINGO" una persona tenía cierta cantidad de dinero y apuesta 4 veces consecutivos. En las dos primeras pierde el 10% y 30% y en las dos últimas ganan el 20% y 25%; siempre de lo que iba quedando. Si al final se retiró con S/.1890. ¿Cuánto tenía al inicio? ¿Ganó o perdió?.

Solución:

Dinero inicial: x

10% 30% 20% 25%
 ↓ ↓ ↓ ↓
 90% 70% 120% 125%

$$\Rightarrow \frac{90}{100} \cdot \frac{70}{100} \cdot \frac{120}{100} \cdot \frac{125}{100} \cdot x = 1890$$

$$x = 2000.$$

$$\therefore \text{perdió: } 2000 - 1890 = S/. 110$$

DESCUENTOS Y AUMENTOS SUCESIVOS

Ejemplos:

1. ¿A qué descuento único equivalen dos descuentos sucesivos del 10% y 30%?

Aplicando el método práctico

$$\begin{array}{cc} 10\% & 30\% \\ \downarrow & \downarrow \\ 90\% & 70\% \end{array} \rightarrow \frac{90}{100} \cdot \frac{70}{100} = \frac{63}{100} = 63\%$$

Comparando con el número base

Se ha descontado el 37%.

2. ¿A qué aumento único equivalen dos aumentos sucesivos del 10% y 30%?

Aplicando el método práctico:

$$\begin{array}{cc} 10\% & 30\% \\ \downarrow & \downarrow \\ 110\% & 130\% \end{array} \rightarrow \frac{110}{100} \cdot \frac{130}{100} = 143\%$$

Comparando con el número base equivale a un aumento del 43%.

3. El precio del azúcar en este mes ha bajado en un 20% pero para el próximo mes se proyecta un incremento del 10%. En cuánto varía el precio, con respecto al inicial?

De acuerdo al enunciado tenemos:

$$\begin{array}{cc} 20\% & 10\% \\ \downarrow & \downarrow \\ 80\% & 110\% \end{array} \rightarrow \frac{80}{100} \cdot \frac{110}{100} = 88\%$$

Comparando con el número base el precio disminuye en 12%.

VARIACIONES PORCENTUALES

Se denomina así al cambio que experimenta una cantidad, con relación a su valor original y que es expresado en tanto por ciento.

Ejemplos:

1. Si un número aumenta en 20%. ¿En qué tanto por ciento aumenta su cuadrado?

Podemos analizar tomando como base un número cualquiera que para nuestro caso es conveniente el número 10 debido a que su cuadrado me dará como resultado 100.

$$\begin{array}{l}
 20\% \quad \begin{array}{l} \curvearrowright \\ \curvearrowleft \end{array} \begin{array}{l} 10 \\ 12 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} 100 \\ 144 \end{array} \quad \begin{array}{l} (100\%) \\ (144\%) \end{array}
 \end{array}$$

Aumenta en 44%

Otro procedimiento:

Número base: 100%
Aumentamos su 20% → 120%

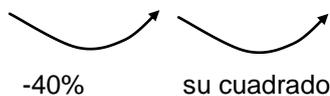
Su cuadrado → $(120\%)^2 =$

$$\left(\frac{120}{100}\right)^2 = \left(\frac{144}{100}\right) = 144\%$$

Por lo tanto aumenta en 44%

Si un número disminuye en 40%. ¿En qué tanto por ciento disminuye su cuadrado?

$$100\% \rightarrow 60\% \Rightarrow (60\%)^2 = 36\%$$



Por lo tanto a disminuido en 64%

3. Si el radio de un cilindro aumenta en 10% y su altura disminuye en 20%. ¿En qué tanto por ciento varía su volumen?

El volumen de un cilindro está relacionado de la forma siguiente:

$$V = \pi r^2 \cdot h$$

Notamos que la variación del volumen depende directamente de "r" y "h"

$$r^2 \cdot h$$

$$(110\%) (80\%) \Rightarrow \left(\frac{110}{100}\right)^2 \left(\frac{80}{100}\right) = 96.8\%$$

Con respecto al número base a disminuido en 3,2%

APLICACIONES COMERCIALES

En las transacciones comerciales se involucra tres elementos básicos que son:

$$\begin{aligned} \text{PV} &= \text{Precio de venta} \\ \text{PC} &= \text{Precio de costo} \\ \text{G} &= \text{Ganancia o } \text{P} = \text{Pérdida} \\ \text{PV} &= \text{PC} + \text{G} \\ \text{PV} &= \text{PC} - \text{P} \end{aligned}$$

Observaciones:

1. Los tantos por cientos de ganancias y de pérdida se aplican al precio de costo, salvo especificación contraria en el problema.
2. Los tantos por cientos de rebaja o descuento se aplican al precio fijado o de lista, salvo otra especificación.

Ejemplos:

1. Se compra un T.V. en \$ 800. ¿A cómo deberá vender si se quiere ganar el 20% del costo?

$$\text{PC} = \$ 800$$

$$\text{G} = 20\%$$

$$\text{PV} = 800 + 20\% (800)$$

$$\text{PC} = \$ 960$$

2. Vendiendo un juego en 1500 soles se gana el 20% del costo. ¿Cuál es su costo?

$$\text{PV} = \$ 1500$$

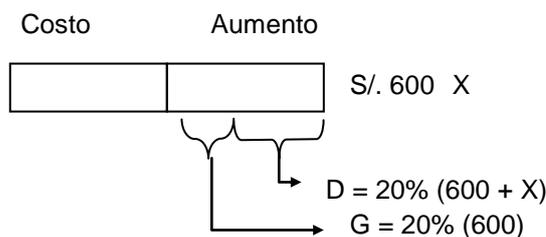
$$\text{G} = 20\%$$

$$1500 = \text{PC} + 20\% \text{ PC}$$

$$1500 = 120\% \text{ PC}$$

$$\text{PC} = \$ 1250$$

3. Un artículo que costó S/. 600 se vendió haciendo un descuento del 20% y aún así se ganó el 20% del precio de costo. Hallar el precio fijado.



Del gráfico podemos observar:

$$X = 20\% (600 + x) + 20\% (600)$$

$$X = 120 + 20\%x + 120$$

$$80\%x = 240$$

$$X = 300$$

El precio fijado será el costo mas el aumento: $\text{PF} = 600 + 300$

$$\text{PF} = 900$$

PROBLEMAS RESUELTOS

El servicio enriquece a quién lo recibe y engrandece a quién lo otorga.

1. Si gastara el 20% de dinero que tengo y ganara el 10% de lo que me quedaría, perdería S/. 840 ¿Cuánto de dinero tengo?

a. S/. 4 000 b. S/. 5 000 c. S/. 6 000 d. S/. 7 000 e. S/. 8 000

Solución:

Si gastara el 20% del dinero, o sea $\frac{1}{5}$ y gastara el 10% de lo que quedaría o sea, $\frac{1}{10} (\frac{4}{5}) = \frac{2}{25}$. Sea x el dinero, entonces:

$$\begin{aligned} \text{Gasto} & \quad \text{Ganancia} = \text{pérdida} \\ \frac{1}{5}x - \frac{2}{25}x & = 840 \dots \text{mcm} = 25 \\ 5x - 2x & = 25 \cdot 840 \dots \div 3 \text{ ambos lados} \\ 3x & = 25 \cdot 280 \\ \mathbf{x = s/.7000} \end{aligned}$$

Rpta.: d

2. Con S/. 75 se compra cierta cantidad de libros, si se vende ganando el 20% y en cada docena, se gana S/. 3 ¿Cuántos libros se compró?

a. 20 b. 30 c. 40 d. 50 e. 60

Solución:

Como se vende ganando el 20%, o sea $\frac{1}{5}$ del dinero, es decir:

$$\frac{1}{5} \cdot 75 = \text{S/. } 15$$

Como en 1 docena se gana S/. 3 entonces: # docenas = $15/3 = 5$

Finalmente se compran: 5 (12) = **60 libros**

Rpta.: e

3. Si a 60 se le aumenta x % resulta 75 y si a este número se le rebaja x % resultará:

a. 65 b. 58 c. 60 d. 56,25 e. 62

Solución:

Si a 60 le aumentamos x% resulta 75, o sea hay un aumento de 15 unidades. Puesto que 15 es la cuarta parte de 60, representa el 25% de aumento.

Ahora si a 75 le rebajamos el 25% queda 75% del total, o sea:

$$75\% \cdot 75 = \frac{3}{4} \cdot 75 = \mathbf{56,25}$$

Rpta.: e

4. De un saco arroz que contiene "x" kilos, se extrae el 20% de arroz, luego se extraen 32 kilos quedando el 80% de lo que extrajo. Hallar "x".

a. 90 b. 55 c. 50,5 d. 53 e. 25,25

Solución:

Al extraer el 20% de x significa $\frac{1}{5}x$, luego extrae 32 kilos, indicando que queda el 80% de lo que extrajo, o sea: $\frac{4}{5}(1/5x + 32)$.

Nota: 80% = $\frac{4}{5}$. Planteando la ecuación:

$$x - \frac{x}{5} - 32 = \frac{4}{5} \left[\frac{x}{5} + 32 \right]$$

$$x - \frac{x}{5} - 32 = \frac{4x + 128}{5} \quad \dots \text{ mcm} = 25$$

$$25x - 5x - 800 = 4x + 640 \dots \text{ Resolviendo}$$

$$16x = 1440 \quad \dots \text{ Entre 16 ambos lados}$$

$$x = 90$$

Rpta.: a

5. Respecto al tanto por ciento se cumple:

- I. a% de N = N% de a
 II. a% de N + b% de N = (a + b)% de N
 III. Los $\frac{7}{13}$ de N = $53 \frac{11}{13}$ % de N

a. Solo (I) b. Solo (II) c. Solo (III) d. I y II e. I, II, III

Solución:

Analizando I:

$$a \% \cdot N = N \% \cdot a$$

$$\frac{a}{100} \cdot N = \frac{N}{100} \cdot a \quad \dots \text{ Es verdadero}$$

Analizando II:

$$a \% \text{ de } N + b \% \text{ de } N = (a + b) \% \text{ de } N \quad \dots \text{ Factorizando el primer lado}$$

$$(a + b) \% \text{ de } N = (a + b) \% \text{ de } N \quad \dots \text{ Verdadero}$$

Analizando III:

$$\text{Los } \frac{7}{13} \text{ de } N = 53 \frac{11}{13} \% \text{ de } N$$

$$\frac{7 \cdot N}{13} = \frac{53 \cdot 13 + 11}{13} \% \text{ de } N$$

$$\frac{7N}{13} = \frac{700}{1300} N \dots \text{ verdadero}$$

En conclusión **se cumple: I, II y III**

Rpta.: e

6. La relación de 2 números es de 3 es a 5. ¿Qué porcentaje del cuadrado del mayor es el cuadrado del menor?

a. 30% b. 36% c. 40% d. 48% e. 50%

Solución:

Sea "a" el número menor y b el mayor. Del dato:

$$\frac{a}{b} = \frac{3k}{5k} \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{9k}{25k}$$

Sea x el porcentaje del cuadrado del mayor que es el cuadrado del menor

$$25k \rightarrow 100\%$$

$$9k \rightarrow x$$

$$\frac{100}{x} = \frac{25k}{9k} \dots \text{Entre 25 ambos lados}$$

$$\frac{4}{x} = \frac{1}{9} \dots \text{Producto de extremos igual producto de medios}$$

$$x = 36\%$$

Rpta.: e

7. De 3 personas que almuerzan juntas en un restaurante, se sabe que lo que comió la primera es $\frac{1}{5}$ del total y lo que comió la tercera es el 70% de lo que comió la segunda persona, si la tercera pagó 84 soles por lo que comió. ¿Cuánto tuvo que pagar la primera persona?

a. 58 soles b. 81 soles c. 51 soles d. 62 soles e. 39 soles

Solución:

Sea x lo que pago la primera persona. Como la tercera es el 70% de lo que come la segunda y esta significa S/. 84. Sea y lo que pago la 2da:

$$\begin{aligned} \text{S/. 84} &\rightarrow 70\% \\ x &\rightarrow 100\% \end{aligned}$$

$$\frac{84}{y} = \frac{70}{100} \dots \text{Sétima a los numeradores}$$

$$\frac{12}{y} = \frac{1}{10} \dots \text{Prod de extre igual prod de medios}$$

$$y = \text{S/. 120}$$

La primera persona comió $\frac{1}{5}$ del total:

$$x = \frac{1}{5}(x + 120 + 84) \dots \text{Por 5 ambos lados}$$

$$5x = x + 204. \dots \text{Restando x ambos lados}$$

$$4x = 204 \dots \text{Entre 4 ambos lados}$$

$$x = \text{S/. 51}$$

Rpta.: c

8. En una granja el 20% del número de gallinas es igual al 30% del número de pavos. Si se retiran 150 gallinas el número de pavos serán el 60% del total. Hallar el número de pavos.

a. 40 b. 75 c. 180 d. 125 e. 80

Solución:

Sea gallinas = G y Pavos = P.

Como el 20% de gallina es igual al 30% de pavos.

$$20\% G = 30\% P \dots \text{simplificando}$$

$$2G = 3P$$

$$\frac{G}{P} = \frac{3K}{2K}$$

$$\text{Total} = G + P$$

$$\text{Total} = 3K + 2K = 5K$$

Si: $5K = 100\%$ se deduce que $K = 20$, entonces: $G = 3K = 60\%$
 $P = 2K = 40\%$

Por lo tanto; $G \rightarrow 60\%$
 $P \rightarrow 40\%$

Al irse 150 gallinas, el número de pavos será 60%, entonces las gallinas serán 40%, comparando magnitudes:

$$\begin{array}{ll} G - 150 \rightarrow 40\% & 3K - 150 \rightarrow 40\% \\ P \rightarrow 60\% & 2K \rightarrow 60\% \end{array}$$

$$\frac{3K - 150}{2K} = \frac{40}{60}$$

$$\frac{3K - 150}{2K} = \frac{2}{3} \dots \text{Producto de extremos}$$

igual prod de medios

$$9K - 450 = 4K$$

$$5K = 450 \dots \text{Entre 5 ambos lados}$$

$$K = 90$$

Finalmente como **pavos es 2k será = 180** **Rpta.: c**

9. ¿Cuál es el número que excede a 200 en el mismo porcentaje que 1,3 excede a 0,8? Dar la suma de las cifras.

a. 8 b. 5 c. 3 d. 7 e. 15

Solución:

Sea x el porcentaje de 1, 2

$$0,8 \rightarrow 100\%$$

$$1,2 \rightarrow x$$

$$\frac{100}{x} = \frac{0,8 \dots}{1,2} \dots \text{Producto de extremos igual prod de medios}$$

$$0,8x = 120 \dots \text{Entre 0,8 ambos lados}$$

$$x = 150\%$$

Por lo tanto el numero que excede a 200 debe ser: $150\% (200) = 300$
Finalmente, suma de cifras:

$$3 + 0 + 0 = 3$$

Rpta.: c

10. Si a un número le restamos su 20% ¿Qué porcentaje le debemos sumar al resultado para obtener el número original?

- a. 20% b. 22% c. 25% d. 30% e. 40%

Solución:

Supongamos que el número es 100, entonces su 20% es 20.
Al restar al número su 20% queda $100 - 20 = 80$

Para que 80 llegue a 100, hay que aumentarle 20, que significa la cuarta parte de 80, es decir **el 25%**

Rpta.: c

Nota: 25 % es la cuarta parte de 100%

11. Se fija un precio a un artículo de manera que se gane el 25% del precio de costo (Pc). Si se hace un descuento del 25% del 16% sobre el precio de venta (Pv) ¿Cuál será la ganancia?

- a. 16% Pc b. 17% Pc c. 18% Pc d. 19% Pc e. 20% Pc

Solución:

Sea el precio que se fija o venta = Pv , precio de costo = Pc,
Ganancia= G

Se puede decir que:

$$Pv = Pc + G \dots G = 25 \% Pc$$

$$Pv = Pc + 25 \% Pc$$

$$Pv = \frac{100}{100} Pc + \frac{25}{100} Pc$$

$$Pv = \frac{125}{100} Pc$$

Se indica como dato que se hace un descuento del 25% del 16% sobre el precio de venta es decir:

$$D = 25 \% \cdot 16\% Pv$$

$$D = \frac{25}{100} \cdot \frac{16}{100} Pv \dots \text{Simplificando}$$

$$D = \frac{5}{100} Pc = 5 \% Pc \quad \text{nota: no simplificamos más para efecto de mejor cálculo}$$

Entonces la ganancia final será:

$$G \text{ final} = G - D$$

$$G \text{ final} = 25\% Pc - Pc$$

$$G \text{ final} = 20 \% Pc$$

Rpta.: c

EJERCICIOS PROPUESTOS

Ser bueno es fácil; lo difícil es ser

1. Gasté el 25% de lo que no gasté y aún me quedan 160 soles. ¿Cuánto tenía inicialmente?
a) S/. 100 b) 300 c) 400 d) 200 e) 160
2. ¿A qué aumento único equivalen tres aumentos sucesivos del 10%; 20% y 50%?
a) 50% b) 98% c) 100% d) 198% e) N.A.
3. En una fiesta se observa que el 20% de los asistentes son hombres y de las mujeres el 75% están casadas. Si hay 8 mujeres solteras. ¿Cuántos hombres había en la fiesta?
a) 40 b) 8 c) 20 d) 50 e) 75
4. ¿Treinta y seis es el 20% menos de que número?
a) 45 b) 54 c) 25 d) 50 e) 47
5. Si gastara el 30% del dinero que tengo y ganara el 28% de lo que me quedaría perdería S/. 312. ¿Cuánto tengo?
a) S/. 4500 b) S/. 3000
c) S/. 2500 d) S/. 5000 e) N.A.
6. Si el 60% ($2X - 3$) es igual a $(X+8)$ calcular $M = X^2 - 42X + 10$
a) 350 b) 324 c) 353 d) 354 e) 453
7. Un micro tiene 70 pasajeros, de los cuales el 70% están sentados, de las mujeres el 80% y únicamente el 10% de los hombres. ¿Cuántos hombres viajan en el micro?
a) 10 b) 13 c) 15 d) 16 e) 19
8. Tres descuentos sucesivos del 20%; 50% y 10% equivalen a un descuento único de:
a) 80% b) 85% c) 64% d) 72% e) 60%
9. ¿En qué porcentaje aumenta el área de un cuadrado, cuando su lado aumenta en 20%?
a) 44% b) 21% c) 49% d) 56% e) 80%
10. Se vende un artículo en S/. 80 ganando el 25%. ¿Cuál fue el precio de costo?
a) S/. 100 b) S/. 80 c) S/. 72 d) S/. 70 e) S/. 64
11. Un vendedor vende dos autos a S/. 6000 cada uno, ganando en el primero el 20% y en el segundo pierde el 20% del precio de compra. ¿Gana o pierde y cuánto?
a) Gana S/. 100 b) Pierde S/. 1000 c) Gana S/. 500 d) Pierde S/. 500 e) N.A.
12. Con S/. 750 se compra cierta cantidad de libros; si se vende ganando el 20% y en cada docena se gana S/. 30. ¿Cuántos libros compró?
a) 30 b) 40 c) 60 d) 70 e) N.A.
13. Si el 20% del 40% del 60% del 120% de la mitad de un número es igual a 288. Hallar el número.
a) 10000 b) 8000 c) 7000 d) 12000 e) 1000
14. Si el largo de un rectángulo aumenta en su 30% y su ancho disminuye en su 60%. Su área varía en:
a) 40 b) 48 c) 44 d) 50 e) N.A.
15. Si la base de un triángulo aumenta en un 20% y su altura aumenta en un 40%. Su área aumenta en:
a) 60% b) 65% c) 68% d) 70% e) N.A.
16. Pedro le dice a Carlos: "Entre tu dinero y el mío haremos S/. 1125, pero si hubieras recibido 30% menos, tendrías lo que yo tendría si recibiera 20% menos". ¿Cuánto tiene Carlos?
a) 200 b) 500 c) 800 d) 600 e) 700
17. En cierto momento de una fiesta el 60% de los hombres están bailando y el 20% de las mujeres no baila. Si en total asistieron 350 personas. ¿Cuántos bailan en ese momento?
a) 205 b) 210 c) 180 d) 200 e) 240
18. En una fábrica se han hecho 1000 productos; el 60% de ellos han sido fabricados por la máquina A y el resto por la máquina B. Si se sabe que el 5% de lo fabricado por A son defectuosos y por B el 4%. ¿Cuántos defectuosos hay en total?
a) 46 b) 40 c) 48 d) 60 e) 20
19. Si:
¿Qué porcentaje de "a" es $\frac{1}{5}$ de $(a+b)$?
a) 45% b) 40% c) 35%
d) 36% e) 50%
20. En una reunión, por cada 6 varones hay 5 mujeres, si se retiran la mitad de los varones. ¿Qué porcentaje de los que quedan son varones?
a) 35,2% b) 34,1% c) 38% d) 36% e) 7,5%

AUTOEVALUACIÓN

Tiempo: 30 minutos

1. Se vende un artículo en S/. 60 ganando el 25%. ¿Cuál fue el precio de costo?
a. S/. 100 b. S/. 75 c. S/. 45 d. S/. 48 e. S/. 50
2. Un boxeador debe retirarse cuando tenga un 90% de triunfo. Si hasta el momento ha peleado 100 veces y ha obtenido 85 victorias. ¿Cuántas peleas como mínimo debe realizarse para poder retirarse?
a. 50 b. 35 c. 48 d. 52 e. 30
3. Un padre reparte entre sus 2 hijos una propiedad de S/. 11 250. Si el mayor hubiese recibido 20% menos y el menor 30% menos, ambos recibirían lo mismo. ¿Cuánto dinero recibió el hermano mayor?
a. S/. 6 000 b. S/. 6 500 c. S/. 4 750 d. S/. 5 250 e. S/. 5 000
4. En una fiesta el número de hombres era el doble del número de mujeres, luego se retiran el 35% de los hombres, pero, llegan enseguida 90 mujeres, resultando tantos hombres como mujeres. ¿Cuántas mujeres habían inicialmente?
a. 150 b. 200 c. 250 d. 300 e. 350
5. Si el 16% de A es igual al 25 % de B ¿Qué % de A es B?
a. 32% b. 75% c. 50% d. 125% e. 64%
6. Un sastre vende dos camisas a S/.60 cada una. En una camisa gana 25% de lo que costó hacerla y en la otra pierde el 25 % de su costo. ¿Ganó o perdió en la venta? ¿Cuánto?
a. Ganó S/. 4 b. Ganó S/. 8 c. Perdió S/. 8
d. Perdió S/. 4 e. No gano ni perdió

7. En una jaula se encuentran 80 perros y 120 gatos. ¿Cuántos gatos escaparon si el porcentaje de perros aumentó en 40%?
- a. 100 b. 80 c. 60 d. 90 e. 105
8. Los $\frac{3}{5}$ del $x\%$ del 60% de los $\frac{2}{7}$ de 35 000 es 144. Hallar x
- a. 2 b. 4 c. 3 d. 5 e. 6
9. Un comerciante compra un artículo de S/ 8 000. ¿Cuál debe ser el precio a que debe fijarlo para que rebajando el 20% de este precio aún gane el 30% del precio del costo?
- a. S/. 1 200 b. S/. 13 000 c. S/. 11 000 d. S/. 14 000 e. S/. 12 500
10. Se vendió un radio en S/. 120, ganando el 14 % del precio de compra más el 5% del precio de venta. ¿Cuál es el costo del radio?
- a. S/. 70 b. S/. 80 c. S/. 100 d. S/. 90 e. S/. 105

RESPUESTAS

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d	a	d	d	e	c	a	b	b	c

Empieza Ahora

Nunca culpes a nadie, nunca te quejes de nada ni de nadie porque tú, fundamentalmente tú, has hecho de tu vida. Acepta la responsabilidad de edificar tu futuro y reconocer tus fracasos solo como el paso para empezar a corregirte.

Nunca te quejes de tu ambiente o de los que te rodean.
Hay quienes en tu mismo ambiente supieron vencer.

Las circunstancias son buenas o malas según la voluntad o la fortaleza de tu corazón. Aprende a convertir toda situación difícil en un arma para triunfar. No te quejes por tu pobreza, tu salud o tu suerte: enfréntalas con valor y acepta que de una u otra forma son el resultado de tus actos pasados y la prueba que has de ganar.

No te amargues con tus fracasos ni se los cargues a otros, acéptate, o siempre estarás justificándote como un niño. Recuerda que cualquier momento es bueno para comenzar y ninguno es tan terrible como para claudicar.

Empieza ahora mismo. La causa de tu presente es tu pasado, así como la causa de tu futuro está en tu presente. Aprende de los fuertes de los activos, de los audaces: imita a los valientes, a los enemigos, a los vencedores, a quienes no se rinden antes situaciones difíciles, a quienes vencerán a pesar de todo. Piensa menos en tus problemas y más en tu trabajo y los problemas, sin aliento, morirán.

Levántate, mira la mañana llena de luz y de fuerza, respira el aire del amanecer. Eres parte de la fuerza de la vida: decídete y triunfarás.

Autor desconocido

MÓDULO 04 REGLA DE TRES

COMPETENCIA:

Resuelve problemas de cantidad

CAPACIDAD:

Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.

Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.

INDICADORES:

Organiza estrategias para indicar la regla de tres en problemas

Emplea procedimientos para establecer criterios de la regla de tres simple y compuesta.

Explica las diferentes formas de representar una regla de tres en situaciones de la vida cotidiana.

REGLA DE TRES:

Una regla de tres, es un procedimiento para resolver problemas en los que intervienen dos magnitudes de proporcionalidad directa o inversa.

Puede ser simple o compuesta.

REGLA DE TRES SIMMPLE:

intervienen tres cantidades conocidas (datos) y una desconocida (incognita). Puede ser: Directa ó inversa.

REGLA DE TRES DIRECTA:

Resulta de comparar dos magnitudes que son directamente proporcionales.

Ejemplo:

Un móvil recorre 500m en 10 minutos con velocidad constante. ¿Que tiempo empleara en recorrer los siguientes 200m manteniendo su velocidad?

Resolución:

Planteo:

	Espacio	tiempo
Si	500m	→ 10min
Entonces	200m	→ x min.

Como el espacio y el tiempo son magnitudes DP. Resulta:

$$\frac{500}{10} = \frac{200}{x}$$

donde: $500 \cdot x = 10 \cdot 20 \rightarrow \boxed{x = 4}$

MÉTODO PRÁCTICO:

del planteo como son DP. Las magnitudes, se realizaran 2 multiplicaciones en diagonal (forma de aspa), igualando los resultados. Así:

$$\begin{array}{ccc} 500\text{m} & \times & 10\text{min} \\ 200\text{m} & & x \text{ min.} \end{array}$$

Luego: $500 \cdot x = 200 \cdot 10 \rightarrow \boxed{x = 4}$

REGLA DE TRES INVERSA:

Resulta de dos magnitudes que son inversamente proporcionales.

MÉTODO 1:

Aplicamos la definición de magnitud inversamente proporcional.

$$A \cdot B = C \cdot x \Rightarrow x = \frac{A \cdot B}{C}$$

MÉTODO 2:

una vez planteado el problema la multiplicación será en sentido paralelo.

$$\begin{array}{ccc} A & \text{-----} & B \\ C & \text{-----} & x \end{array}$$

$$A \cdot B = C \cdot x \Rightarrow x = \frac{A \cdot B}{C}$$

OBSERVACION:

Hay otro método denominado "Reducción a la unidad" que es mas razonado pero a su vez de mas laboriosidad aplicación.

Conclusión:

$$\begin{array}{|c|c|} \hline A & \rightarrow & B \\ \hline C & \rightarrow & X \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} \nearrow \text{Directa } x = \frac{BC}{A} \\ \searrow \text{Inversa } x = \frac{AB}{C} \end{array}$$

ESQUEMA:

	Causa		Circunstancia		Efecto	
1° Serie	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅	a ₆
2° Serie	b ₁	b ₂	⊗	b ₄	b ₅	b ₆

Luego: Si "x" es la incógnita; la multiplicación de los valores de una de las rayas será igual al producto de valores de la otra.

Entonces:

$$b_1 \cdot b_2 \cdot x \cdot b_4 \cdot a_5 \cdot a_6 = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot b_5 \cdot b_6$$

despejando "x"

$$x = \frac{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot b_5 \cdot b_6}{b_1 \cdot b_2 \cdot b_4 \cdot a_5 \cdot a_6}$$

Ejemplo:

Para hacer una zanja de 30 metros de largo por 10 de ancho, 15 obreros han trabajado 6 días a razón de 12 horas diarias. ¿Cuántos días trabajaran 18 obreros a 9 horas diarias en hacer una zanja de 45 m de largo por 20 m de ancho?

Resolución:

Se clasifican las magnitudes de acuerdo al esquema; en causa, circunstancia y efecto, colocando sus valores correspondientes.

	Causa		Circunstancia		Efecto	
Obreros	días	h/d	obra			
15	6	12	30	10		
18	x	9	45	20		

Se multiplican los valores que se encuentran en una misma raya, igualándose.

$$18 \cdot x \cdot 9 \cdot 30 \cdot 10 = 15 \cdot 6 \cdot 12 \cdot 45 \cdot 20$$

luego: x = 20

PROBLEMAS RESUELTOS

**Los ideales que alumbraron mi camino y me dieron ánimo para vivir fueron:
el bien, la belleza y la verdad.**

REGLA DE TRES SIMPLE

1. Una obra puede ser hecha por 20 obreros en 14 días ¿Cuántos obreros hay que añadir para que la obra se termine en 8 días?
a. 10 b. 9 c. 15 d. 6 e. 12

Solución:

Comparando la magnitud desconocida con las demás:

	Dir		Inv		
	↓	←	→	↓	
	1 obra	←	20 ob	→	14 días
	1 obra	←	(20 + x)ob	→	8 días
				 Sea x los obreros a añadir

Formando una ecuación, a un lado la magnitud desconocida y al otro las conocidas como factores, si es magnitud en la misma posición y si es mag. Inversa se invierte el orden, así:

$$\frac{20}{20 + x} = \frac{1}{1} \cdot \frac{8}{14}$$

$$\frac{20}{20 + x} = \frac{4}{7} \quad \dots \text{Prod.de ext igual producto de medios}$$

$$4(20 + x) = 20 \cdot 7 \quad \dots \div 4 \text{ ambos lados}$$

$$20 + x = 35 \quad \dots - 20 \text{ ambos lados}$$

$$x = 15$$

Para que la obra se determine en 8 días se debe añadir:

15 Obreros

Rpta.: c

2. Un ganadero tiene 640 corderos que puede alimentar durante 65 días. ¿cuántos corderos debe vender si quiere alimentar su rebaño por 15 días mas dando la misma ración?
a. 10 b. 90 c. 110 d. 120 e. 140

Solución:

Comparando la magnitud desconocida con las demás:

Sea x los corderos

A vender. 15 días

más, significan 640 corderos → 65 días

65 + 15 = 80 días 640 - x corderos → 80 días

Formando la ecuación:

$$\frac{640}{640 - x} = \frac{80}{65} \quad \dots \text{ Simplificando números}$$

$$\frac{8}{640 - x} = \frac{1}{65} \quad \dots \text{ Prod de extremos igual prod. de medios}$$

$$\begin{aligned} 640 - x &= 520 & \dots - 640 \text{ ambos lados} \\ -x &= -120 & \dots \text{ Por } -1 \text{ ambos lados} \\ x &= 120 \end{aligned}$$

Debe vender 120 corderos

Rpta.: d

3. Manuel y Sara recorren cierta distancia, y los tiempos que emplean están en la razón de 15/21. La velocidad de Manuel es de 56 km/h. ¿Cual es la velocidad de Sara?

a.40 b. 30 c. 20 d. 60 e. 12

Solución:

Los tiempos de Manuel y Sara estn en la razón de 15k/21k, donde k es la constante de proporcionalidad.

$$\begin{aligned} \text{Manuel} &= \frac{15k}{21k} \\ \text{Sara} &= \frac{21k}{15k} \end{aligned}$$

Sea x la velocidad de Sara, comparando magnitudes:

$$\begin{aligned} \text{Manuel} &: 15k \rightarrow 56 \text{ km/h} \\ \text{Sara} &: 21k \rightarrow x \text{ km/h} \end{aligned}$$

Formando la ecuación

$$\frac{56}{x} = \frac{21k}{15k} \quad \dots \text{ Sétima en los denominadores}$$

$$\frac{8}{x} = \frac{3}{15} \quad \dots \text{ Prod. de medios igual prod.de extremos}$$

$$3x = 8 \cdot 15 \quad \dots \div 3 \text{ ambos lados}$$

$$x = 8 \cdot 5$$

$$x = 40$$

Entonces:

La velocidad de Sara es 40 km/h

Rpta.: a

4. Dos ruedas cuyos diámetros son 1,5 m y 2,4 m están movidas por una correa; cuando la menor da 220 revoluciones. ¿Cuántas revoluciones da la mayor?

a..173,5 rev b. 127,5 rev c. 157 rev d. 137,5 rev e. 125,5 rev

Solución:

Debemos comparar longitud de circunferencia con el número de revoluciones. Entonces :

$$L c = 2 \cdot R \quad \dots d = 2r$$

$$L c = \dots d$$

Comparando: rueda menor : 1,5 m \rightarrow 220 rev

$$2,4 \text{ m} \rightarrow x \text{ rev}$$

Formando la ecuación: $\frac{220}{x} = \frac{2,4}{1,5}$ Producto de extremos

2,4 x = 1,5 . 220 ...igual producto de medios

$$2,4 x = 1,5 \cdot 220$$

2,4 x = 330 \div 2,4 ambos lados

$$x = 137,5$$

La mayor da 137,5 revoluciones

Rpta.: d

5. Nataly demora 6 horas en construir un cubo compacto de 4 cm de arista, después de 54 horas de trabajo. ¿Qué parte de un cubo de 12 cm de arista habrá construido?

a. 2/3 b. 1/2 c. 1/5 d. 1/6 e. 1/3

Solución:

Demora 6 h para construir un cubo de 4 cm de arista, osea de volumen $(4\text{cm})^3 = 64 \text{ cm}^3$ comparando magnitudes

$$\overset{\curvearrowright}{6 \text{ h} \rightarrow (4 \text{ cm})^3}$$

Sea x el tiempo en horas

$$x \rightarrow (12 \text{ cm})^3$$

que demora para construir

un cubo de 12 cm de arista $\frac{6 \text{ h}}{x} = \frac{(4 \text{ cm})^3}{(12 \text{ cm})^3}$... Propiedad: $a^n / b^n = (a/b)^n$

$$6 \text{ h} = \frac{(4 \text{ cm})^3}{(12 \text{ cm})^3} x$$

$$6 \text{ h} = 4 \text{ cm}^3 \dots \text{Simplificando}$$

$$x = 12 \text{ cm}$$

$$\frac{6 \text{ h}}{x} = \frac{1}{3} \dots a^n = a \cdot a \cdot a \dots a$$

$$x = 3$$

$$\frac{6 \text{ h}}{x} = \frac{1}{27} \dots \text{Producto de extremos}$$

$$x = 27 \dots \text{igual producto de medios}$$

$$x = 162 \text{ h}$$

Como pasaron sólo 54 horas, entonces **sólo avanzó $54\text{h}/162\text{h} = 1/3$**

Rpta.: e

6. Doce obreros pueden hacer una obra en 29 días. Después de 8 días de trabajo se retiran 5 obreros. ¿Con cuántos días de retraso se entregara la obra?
- a. 15 b. 9 c. 10 d. 6 e. 12

Solución:

Como pasarón 8 días quedan: $29 - 8 = 21$ días que deberían hacer los 12 obreros, pero se retiran 5 obreros, osea quedan: $12 - 5 = 7$

Comparando magnitudes: 12 obreros \rightarrow 21 días
 7 obreros \rightarrow x

$$\frac{21}{x} = \frac{7}{12} \quad \dots \text{Sétima a los numeradores}$$

$$\frac{3}{x} = \frac{1}{12} \quad \dots \text{Producto de extremos igual}$$

producto de medios

$$x = 36$$

Como para terminar quedaban 21 días y los obreros restantes demoraron 36 días, entonces, **hubo un retraso de: $36 - 21 = 15$ días.** **Rpta.: a**

7. Percy es el doble de rápido de Miguel y este es el triple de rápido de Franklin. Si entre los tres pueden terminar una tarea de razonamiento matemático en 16 días. ¿En cuántos días Miguel y Franklin haran la misma tarea?
- a. 30 b. 36 c. 26 d. 40 e. 42

Solución:

Si la rapidez de franklin es **x**,

Entonces Miguel es el triple, o sea: **3x**.

Como Percy es el doble de rápido que Miguel será: $2(3x) = 6x$.

Juntos tendrán una rapidez de : $x + 3x + 6x = 10x$.

Juntos Miguel con Franklin tendrán una rapidez de: $3x + x = 4x$,

ellos lo harán en un tiempo de **y** días.

Comparando magnitudes: $10x \rightarrow 16$ días

$$4x \rightarrow y$$

$$\frac{16}{y} = \frac{4x}{10x} \quad \dots 4ta \text{ en ambos numeradores.}$$

$$\frac{4}{y} = \frac{1}{10} \quad \dots \text{Producto de extremos igual}$$

producto de medios

$$y = 40$$

Miguel y Franklin harán la misma tarea en 40 días

Rpta.: d

8. Si una tela que tiene 10 dm de largo y 40 cm de ancho cuesta $8 \frac{2}{3}$ soles. ¿Cuánto costará otra tela que tenga 30 m de largo y 6 m de ancho?
 a. S/. 260 b. S/. 390 c. S/. 3 900 d. S/. 3 600 e. más de S/. 3 900

Solución:

Sabiendo que el área de un rectángulo es $A = b \cdot h$, para la primera tela será:

$$A = (10 \text{ dm}) (40 \text{ cm}) \dots 1 \text{ m} = 10 \text{ dm} ; 1 \text{ m} = 100 \text{ cm} \rightarrow 40 \text{ cm} = 0,4 \text{ m}$$

$$A = 1 \text{ m} \cdot 0,4 \text{ m}$$

$$A = 0,4 \text{ m}^2$$

$$0,4 \text{ m}^2 \rightarrow \text{S/. } 8 \frac{2}{3}$$

En la otra tela: $180 \text{ m}^2 \rightarrow x$

$$A = (30 \text{ m}) (6 \text{ m}) \quad \frac{8 \frac{2}{3}}{0,4 \text{ m}^2} = \frac{x}{180 \text{ m}^2}$$

$$A = 180 \text{ m}^2 \quad x \quad 180 \text{ m}^2$$

$$\frac{26}{3} = \frac{4}{10}$$

Comparando magnitudes: $x \quad 180$

$$26/3x \quad 4/1800 \dots \text{Producto de extremos}$$

Sea x el costo de la segunda tela. igual prod. de medios

$$4 \cdot 3x = 26 \cdot 1800$$

$$x = 26 \cdot 150$$

$$x = 3900$$

Rpta.: c

REGLA DE TRES COMPUESTA

9. Para pavimentar 180 metros de pista, 18 obreros tardan 21 días. ¿Cuántos días se necesitarán para pavimentar 120 metros de la misma pista con 4 obreros menos?
 a. 20 b. 18 c. 36 d. 32 e. 14

Solución:

Sea x los días que necesitará para pavimentar 120 m la misma pista con 4 obreros menos, o sea $18 - 4 = 14$ obreros.

Comparando magnitudes:

$$180 \text{ m} \rightarrow 18 \text{ obreros} \rightarrow 21 \text{ días}$$

$$120 \text{ m} \rightarrow 14 \text{ obreros} \rightarrow x$$

Formando la ecuación:

$$\frac{21}{x} = \frac{180}{120} \cdot \frac{14}{18} \quad \dots \text{Simplificando el 2do lado}$$

$$\frac{21}{x} = \frac{7}{6} \quad \dots \text{7ma ambos lados en el numerador}$$

$$\frac{3}{x} = \frac{1}{6} \quad \dots \text{Producto de extremos igual producto de medios}$$

$$x = 18$$

En conclusión, **se necesitarán 18 días**

Rpta.: b

10. Si 16 obreros trabajando 9 horas diarias en 12 días hacen 60 sillas. ¿Cuántos días necesitarán 40 obreros trabajando 1 hora diaria menos para hacer un ciento de las mismas sillas?
- a. 10 b. 9 c. 11 d. 12 e. 14

Solución:

Sea x el número de día para que 40 obreros trabajando 1 h/d menos, o sea 8 h/d hagan 100 sillas.

Comparando magnitudes

$$\begin{array}{l} 16 \text{ obreros} \rightarrow 9 \text{ h/d} \rightarrow 12 \text{ días} \rightarrow 60 \text{ sillas} \\ 40 \text{ obreros} \rightarrow 8 \text{ h/d} \quad x \quad \rightarrow 100 \text{ sillas} \end{array}$$

Formando la ecuación:

$$\begin{array}{l} \underline{12} = 40 \cdot 8 \cdot 60 \quad \dots \text{ Simplificando el 2do grado} \\ x \quad 16 \quad 9 \quad 100 \\ 12 = 4 \quad \dots \text{ Cuarta ambos lados} \\ x \quad 3 \\ 3 = 1 \quad \dots \text{ Producto de extremos = prod de medios} \\ x \quad 3 \\ x = 9 \end{array}$$

Entonces, se necesitarán 9 días

Rpta.: b

11. Si 180 hombres en 6 días, trabajando 10 hora cada día, que pueden hacer una zanja de 200 m de largo, 3m de ancho y 2m de profundidad. ¿En cuántos días, de 8 horas, harían 100 hombres una zanja de 400m de largo, 4m de ancho y 3m de profundidad?
- a. 54 b. 34 c. 24 d. 64 e. 44

Solución:

Sean x los días que necesitarán, de 8 h/d con 100 hombres para cavar una zanja de 400 m de largo, 4 m de ancho y 3 m de profundidad.

Comparando magnitudes:

$$\begin{array}{l} 180 \text{ hom} \rightarrow 6 \text{ días} \rightarrow 10 \text{ h/d} \rightarrow 200 \text{ m largo} \rightarrow 3\text{m ancho} \rightarrow 2\text{m prof.} \\ 100 \text{ hom} \rightarrow x \quad \rightarrow 8 \text{ h/d} \rightarrow 400 \text{ m largo} \rightarrow 4\text{m ancho} \rightarrow 3\text{m prof.} \end{array}$$

Formando la ecuación:

$$\begin{array}{l} \underline{6} = \underline{100} \cdot \underline{8} \cdot \underline{200} \cdot \underline{3} \cdot \underline{2} \quad \dots \text{ Simplificando el 2do grado} \\ x \quad 180 \quad 10 \quad 400 \quad 4 \quad 3 \\ \underline{6} = \underline{1} \quad \dots \text{ Prod de extremos = prod de medios} \\ x \quad 9 \\ x = 54 \end{array}$$

Entonces lo harían en 54 días

Rpta.: a

12. Si un grifo dando por minuto 100 litros de agua, llena en 8 horas un pozo; cinco grifos, dando 40 litros por minuto. ¿En cuántas horas llenaran un pozo 6 veces el anterior?
- a. 24 b. 30 c. 20 d. 26 e. 12

Solución:

Sea x la cantidad de horas que llenarán 1 pozo 6 veces al anterior.

Comparando magnitudes:

1 grifo → 100 L/ min → 8 h → 1 pozo

5 grifo → 40 L/ min → x → 6 pozo

$$\frac{8}{x} = \frac{5 \cdot 40 \cdot 1}{1 \cdot 100 \cdot 6} \quad \dots \text{Simplificando}$$

$$\frac{8}{x} = \frac{1}{3} \quad \dots \text{Prod.de extr. Igual prod. de medios}$$

$$x = 3$$

$$x = 24$$

En conclusión, **llenan un pozo 6 veces el anterior en 24 h** Rpta.: a

13. Un automóvil aumenta su velocidad en 1/3. ¿Cuántas horas diarias debe estar en movimiento para recorrer en 4 días, la distancia cubierta en 6 días a razón d 8 horas diarias?
- a. 10 b. 9 c. 12 d. 8 e. 11

Solución:

Sea x las h/d que debe estar en movimiento para recorrer una distancia en 4 días con una velocidad aumentada en 1/3; o sea $1 + 1/3 = 4/3$

Comparando magnitudes:

La distancia podemos 1 vel → 8 h/d → 6 días

obviarla porque es la 4/3 vel → x → 4 días

misma en ambos casos

$$\frac{8}{x} = \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{6}$$

$$\frac{8}{x} = \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{6} \quad \dots \text{simplificando}$$

$$x = 9$$

$$1 = \frac{1}{9} \quad \dots \text{Prod. de medios igual}$$

$$x = 9 \quad \text{Prod. de medios}$$

$$x = 9$$

Entonces **debe estar en movimiento 9 horas** Rpta.: b

14. Si 7 psicólogos pueden tomar 1800 test en 4 horas 30 minutos. ¿Cuántos psicólogos lograran tomar 3200 test en 3 horas 40 minutos, cuya dificultad sea mayor respecto a los primeros?

a. 21 b. 29 c. 22 d. 18 e. 11

Solución:

Sean x los psicólogos que lograran tomar 3 200 test en 3 h: 40 min, cuya dificultad sea $3/8$ mayor, o sea $1 + 1/3 = 11/8$ respecto a los primeros.

Comparando magnitudes:

$$7 \text{ psicólogo} \rightarrow 1\ 800 \text{ test} \rightarrow 9/2 \text{ h} \rightarrow 1 \text{ dificul}$$

Nota: $X \rightarrow 3\ 200 \text{ test} \rightarrow 11/2\text{h} \rightarrow 11/8 \text{ dificul}$

$$4\text{h}: 30\text{min} = 4 \frac{1}{2} = 9/2 \text{ h}$$

$$3\text{h}: 40\text{min} = 3 \frac{2}{3} = 11/3 \text{ h} \quad 7 = \frac{1\ 800}{3\ 200} \cdot \frac{11/3}{9/2} \cdot \frac{1}{11/8}$$

$$\frac{7}{x} = \frac{9}{16} \cdot \frac{11}{3} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{8}{11} \dots \text{Simplificando}$$

$$x = 21$$

$$7 = 1$$

... Prod. de extremos igual prod de medios

$$x = 21$$

Entonces se necesitarán 21 psicólogos

Rpta.: a

15. Diez sastres trabajando 8 horas diarias durante 10 días, confeccionan 800 trajes. ¿Cuántos sastres de igual rendimiento lograrán confeccionar 600 trajes trabajando 2 horas diarias durante 12 días?

a. 21 b. 29 c. 22 d. 28 e. 25

Solución:

Sean x los sastres de igual rendimiento que lograrán confeccionar 600 trajes trabajando 2 h/d durante 12 días.

Comparando magnitudes.

$$10 \text{ sastres} \rightarrow 8 \text{ h/d} \rightarrow 10 \text{ días} \rightarrow 800 \text{ trajes}$$

$$x \rightarrow 2 \text{ h/d} \rightarrow 12 \text{ días} \rightarrow 600 \text{ trajes}$$

Formando la ecuación:

$$\frac{10}{x} = \frac{2}{8} \cdot \frac{12}{10} \cdot \frac{800}{600} \dots \text{Simplificando el 2do lado}$$

$$x = 25$$

$$\frac{10}{x} = \frac{2}{5}$$

$$x = 25$$

...Mitad a los numeradores y prod de extremos igual prod de medios

$$x = 25$$

Entonces se necesitan 25 sastres

Rpta.: e

- 16. Seis monos comen 6 plátanos en 6 minutos. ¿Cuántos plátanos comen 40 monos en 18 minutos?**

a. 100 b. 90 c. 120 d. 80 e. 110

Solución:

Sean x los plátanos que comen 40 monos en 18 minutos.

Comparando magnitudes:

6 monos → 6 plátanos → 6 minutos
40 monos → x → 18 minutos

Formando la ecuación

$$\frac{6}{x} = \frac{6}{40} \cdot \frac{6}{18} \quad \dots \text{Simplificando el 2do lado}$$

$$\frac{6}{x} = \frac{1}{20} \quad \dots \text{Prod de medios igual prod de extr.}$$

$$x = 120$$

Entonces **40 monos en 18 minutos comen 120 plátanos.** Rpta.: c

- 17. Un grupo de 30 obreros se comprometen hacer una obra en 58 días trabajando 10 horas diarias, diez días después de iniciado la obra se pidió que la obra quedara terminada "x" días antes del plazo estipulado para lo cual se aumentaron 10 obreros más y todos trabajaron 12 horas diarias terminando la obra en el nuevo plazo estipulado. Hallar "x".**

a. 18 b. 19 c. 16 d. 17 e. 14

Solución:

Los 30 obreros deben hacer una obra en 58 días trabajando 10 h/d, pero como ya pasó 10 días, entonces sólo se cuenta $58 - 10 = 48$ días.

Como la obra debe terminarse x días antes, osea $(48 - x)$ días con 10 obreros más. Osea $30 + 10 = 40$ obreros con 12 h/d.

Comparando magnitudes:

$$\frac{48}{(48 - x)} = \frac{40}{30} \cdot \frac{12}{10}$$

$$\frac{48}{48 - x} = \frac{48}{30} \quad \dots \text{Simplificando numeradores}$$

$$30 = 48 - x \quad \dots + x \text{ en ambos lados}$$

$$30 + x = 48 \quad \dots - 30 \text{ ambos lados}$$

$$x = 18$$

Entonces **la obra termino en 18 días.** Rpta.: a

EJERCICIOS PROPUESTOS

La mayor victoria está en vencerse a sí mismo.

- Manuel compra 6 kg. de naranja por S/. 15. ¿Cuánto le costarán 18 kg. de esa misma naranja?
a) S/. 40 b) S/. 45 c) S/.60 d) S/. 50 e) N.A.
- Seis vacas tiene ración para 15 días, si se aumentan 3 vacas más. ¿Para cuantos días alcanzará la ración anterior?
a) 10 días b) 12 d c) 16 d d) 8 d e) 5 d
- A una fiesta asistieron 1022 personas se sabe que por cada 6 hombres, habían 8 mujeres. ¿Cuántos hombres asistieron a la fiesta?
a) 430 b) 435 c) 440 d) 438 e) N.A.
- " N " máquinas hacen buena obra en 30 días; " N + 4 " máquinas hacen la misma obra en 20 días. ¿En cuánto tiempo harán (N - 2) máquinas, dicha obra?
a) 30 días b) 35 c) 32 d) 41 e) N.A.
- Marco demora 16 días para pintar una pared cuadrada de 16m. de lado. ¿Qué tiempo le tomará pintar una pared de forma cuadrada de 20 m. de lado?
a) 20 días b) 21 d c) 22 d d) 25 e) N.A.
- 80 litros de agua de mar contienen 2 libras de sal. ¿Cuántos litros de agua se deberán agregar, si se quiere que por cada 10 litros de la nueva mezcla haya 1/6 litros de sal?
a) 30 lts. b) 40 lts c) 50 lts d) 60 lts.e) N.A.
- Si "n" es el número de obreros que pueden hacer una obra en $0,75n$ días trabajando $n/3$ horas diarias. ¿Cuál es el número "n" de obreros, si al duplicarse dicho número hacen la misma obra en un total de 72 horas
a) 22 b) 24 c) 20 d) 32 e) 35
- Una cuadrilla de 120 trabajadores inician la realización de una obra que pueden culminar en 36 días. Al cabo del vigésimo quinto día la doceava parte de la cuadrilla se retira. Entonces, para finalizar la obra se necesitarán:
a) 12 b) 15 c) 20 d) 11 e) 18
- Sabiendo que un buey atado a una cuerda de 3 m. de largo tarda 5 días en comerse toda la hierba que se encuentra a su alcance. ¿Cuánto tardará si la cuerda fuera de 6 m.?
a) 20 días b) 10 días c) 15 días d) 25 días e) 30 días
- Juan es el triple de rápido que Víctor. Si juntos pueden hacer un trabajo en 9 días. ¿Cuánto tiempo le tomara a Juan hacer lo sólo?
a) 2 b) 24 c) 15 d) 12 e) 9
- Un albañil pensó en hacer un muro en quince días, pero tardó 6 días más por trabajar 2 horas menos cada día. ¿Cuántas horas trabajo diariamente?
a) 17 b) 10 c) 21 d) 3 e) 5
- Un ladrillo para construcción pesa 4 kg. ¿Cuánto pesará en gramos un ladrillo de juguete hecho del mismo material y cuyas dimensiones son la quinta parte de la inicial?
a) 30gr b) 35gr. c) 32gr d) 36gr. e)N.A.
- Nueve hombres pueden hacer una obra en 5 días. Para que la obra se realice en un día. ¿Cuántos hombres más se tendrá que contratar?
a) 36 b) 31 c) 32 d) 40 e) 41
- Una expedición de 15 hombres tienen víveres para 24 días. Si se quiere que los alimentos duren seis días más. ¿A cuántos hombres se tiene que reducir la expedición?
a) 13 b) 12 c) 14 d) 15 e) 16
- Con 5 kg. de arena se pueden formar 8 cubos de 8 cm. de lado. ¿Cuántos cubos de 4 cm. de lado se podrán formar con 10 kg. de arena?
a) 126 b) 120 c) 122 d) 121 e) 128
- Doce obreros pueden realizar una obra en "n" días. Si después de haber realizado la mitad de la obra, 8 de los obreros aumentan su rendimiento en $1/4$ con lo cual el tiempo total de trabajo fue de 13 días. Calcular "n".
a) 12 b) 20 c) 14 d) 18 e) 25
- Alex y Beto pueden hacer juntos una obra en 20 días. Alex lo haría sólo en 30 días. Si Alex sólo realiza parte de la obra durante 10 días y luego se retira cuando Beto comienza a trabajar. ¿Cuántos días tardará Beto en acabar la obra?
a) 50 días b) 60 c) 40 d) 52 e) 32

AUTOEVALUACIÓN

Tiempo: 30 minutos

1. Un depósito lleno de aceite cuesta S/. 275. Si se saca del 85 L ya no cuesta más que S/. 150. ¿Cuántos litros contenía el depósito?
a. 180 L b. 187 L c. 189 L d. 190 L e. 192 L
2. Una cuadrilla de 35 obreros pueden terminar una obra en 27 días. Al cabo de 6 días de trabajo, se les junta cierto número de obreros de otro grupo, de modo que en 15 días terminaron lo que faltaba de la obra. ¿Cuántos obreros formaban el segundo grupo?
a. 12 b. 13 c. 14 d. 15 e. 16
3. Un grupo de caballos tienen alimentos para 15 días, pero, si hubiesen 2 caballos más, los alimentos sólo durarían 12 días. ¿Cuántos caballos se tiene?
a. 5 b. 6 c. 7 d. 8 e. 9
4. "M" obreros pueden hacer una obra en "a" días. ¿Cuántos obreros más serían necesarios para poder hacer dicha obra en "b" días menos?
a. $\frac{m \cdot b}{a + b}$ b. $\frac{m - b}{a + b}$ c. $\frac{m \cdot b}{a - b}$ d. $\frac{m \cdot b}{b - a}$ e. $\frac{m + b}{a + b}$
5. La cantidad de gramos de maíz que entran en un balón esférico de 3 dm de diámetro es 120. ¿Cuántos gramos entrarán en un balón de 6 dm de diámetro?
a. 480 b. 600 c. 980 d. 1 440 e. 960
6. Ricardo es X veces más rápido que Juan. Si juntos demoran "a" horas para hacer una obra. ¿Cuántas horas habría demorado Ricardo trabajando sólo?
a. $\frac{a(x+1)}{x}$ b. $a \cdot x$ c. $\frac{a \cdot x^2}{x - 1}$ d. a e. $a + x$
7. Si una tubería de 12 cm de radio arroja 360 litros por minuto de agua potable. ¿En qué tiempo llenara un depósito de 96 m^3 , otra tubería de 16 cm de radio?
a. 130 min b. 140 min c. 150 min d. 160 min e. 170 min
8. 4 gallinas ponen 6 huevos en 10 días. ¿Cuántos huevos pondrán 20 gallinas 8 días?
a. 21 b. 22 c. 23 d. 24 e. 29

9. En 18 días, obreros han hecho las $\frac{2}{3}$ partes de una obra. Se retiran 7 obreros. ¿Cuántos días demoraran lo obreros restantes para terminar la obra?
- a. 25 b. 30 c. 35 d. 40 e. 33
10. Una empresa cuenta con 25 obreros los cuales trabajan 8 h/d utilizando 12 máquinas. Si el dueño a comprado 8 máquinas y para que trabajen con ellas a contratado 9 obreros de doble eficiencia que los anteriores. ¿En qué porcentaje aumentara la producción, sabiendo que la producción de las máquinas dependen solamente de la eficiencia de los operarios?
- a. 45% b. 46% c. 47% d. 48% e. 49%

RESPUESTAS

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
c	d	b	b	e	a	b	b	d	d

El Amor No Espera

Había una vez un viejito que estaba enfermo y cansado. Él tenía cuatro hijos, y de ninguno de ellos recibía la menor atención.

Vivía en una abundante pobreza. A duras penas lograba sobrevivir. En su pequeñísima granja deambulaban unas cuantas gallinas flacas, que existían casi de milagro, y por lo menos, no dejaban de poner un par de huevos diariamente. El resto de la dieta que el viejito consumía, eran unas cuantas frutas silvestres que cada día les costaba mucho esfuerzo recolectar.

Un día, buscando entre sus escasas pertenencias, encontró dos monedas de plata y se le ocurrió una genial idea. En el pueblo las intercambio con un mercader de artículos antiguos, quién le dio un baúl antiguo.

Como pudo, se las arregló y los trasladó a su casa. Una vez en ella, lo dejó a la vista en el centro de su humilde choza. Por casualidad uno de sus hijos los visitó e intrigado le preguntó: “¿Qué guardas ahí?” – “Un secreto”, le contestó, “que solamente conocerán tu y tus hermanos el día en que me muera, pues ahí esta toda mi herencia”. Al día siguiente lo enterró debajo de su lecho.

Cuál fue no sería su sorpresa, al ver que a partir de entonces, un hijo al menos lo visitaba durante el día. Le llevaban leche y miel, y entre los cuatro hijos le mantenían su choza bastante limpia.

Un día al viejo se le detuvo el tiempo muriendo en su granja. De inmediato los hijos se dieron cita, no tanto para velarlo, por supuesto, sino para ver a cuánto ascendía su herencia.

Fue grande su sorpresa, porque una vez desenterrado y abierto el cofre, lo único que encontraron fue un trozo de papel que decía de su puño y letra, un poco torcida y temblorosa: “Hijos míos: el auténtico amor no espera, se entrega generosamente sin esperar recompensa. Mi única herencia es que aprendan a amar; hubiera deseado dejarles más, pero mi único legado es darles las gracias por lo que me dieron en vida.”

Los cuatro hermanos al fin comprendieron que un buen padre puede dar la vida por sus hijos, pero algunos hijos no entregan nada en vida a sus padres.

En profunda reflexión y con lagrimas en los ojos, le dieron finalmente una digna sepultura, y uno de ellos, cuando arrojó el último puñado de tierra, lo despidió diciendo: “TE PROMETO AMAR SIN ESPERAR, AMÉN”.

De “Mensaje a los jóvenes” Miguel Angel Cornejo

MÓDULO 05 RAZONAMIENTO LÓGICO

COMPETENCIA:

Resuelve problemas de cantidad

CAPACIDAD:

Usa estrategias y procedimientos

Argumenta afirmaciones

INDICADORES:

Emplea estrategias heurísticas para resolver situaciones problemáticas utilizando el razonamiento deductivo simple

Efectúa comparaciones entre cantidades

Establece la suficiencia de información y evalúa si se requieren o no más datos.

Expresa las justificaciones de sus respuestas o conclusiones al solucionar problemas con parientes y certezas.

RAZONAMIENTO LOGICO

El razonamiento lógico es una parte muy importante de la aptitud académica y sobre todo en nuestra vida diaria, pues a cada momento estamos realizando razonamientos, deducciones. Las preguntas de este tipo miden habilidades de deducción lógica, debiendo implicar para su solución un mínimo de conocimientos, pero si, un mayor raciocinio mental con operaciones básicas.

Podemos clasificar los problemas de manera básica, en los siguientes tipos:

- I. Razonamiento Deductivo Simple.
- II. Relación de Días Calendarios
- III. Parientes
- IV. Certezas
- V. Viajes, Pesados, Reparto, Cortes y Cadenas
- VI. Sobre Mentiras y Verdades

Cabe destacar que existen otras formas pero se mencionan las más resaltantes.

SUGERENCIAS:

- Lee y observa cuidadosamente, según sea el caso, la situación descrita y esfuérzate en interpretar las preguntas que te planteen.
- Los datos necesarios para resolver los ejercicios se encuentran en ellos mismos. A partir de estos, observa, deduce y razona. No pretendas adivinar y sacar conclusiones apresuradas.
- Aun cuando te sientas desorientado, cálmate y empieza de nuevo, intenta plantear nuevas hipótesis.
- No te dejes llevar por ideas pre concebidas.
- Cambia constantemente el punto de vista o enfoque del problema.

PROBLEMAS RESUELTOS

La lealtad es todo en la vida. Quien la practica llega a su fin. Hay que ser leal con su misión, con su vocación, con su deber.

Razonamiento Deductivo Simple:

1. Saúl, Aníbal y Marco son médicos. Dos de ellos son cardiólogos y uno es pediatra. Aníbal y marco afirman que uno de ellos es cardiólogo y el otro pediatra, por lo que podemos deducir que:
- a. Aníbal y Marco son pediatras
 - b. Aníbal y Marco son cardiólogos
 - c. Saúl es cardiólogo
 - d. Saúl es pediatra
 - e. Aníbal es cardiólogo y pediatra

Solución:

Si se sabe que Aníbal y Marco afirman que uno de ellos es cardiólogo y el otro pediatra, pero también se sabe que hay dos cardiólogo y 1 pediatra; se concluye que:

falta un cardiólogo, que es Saúl. Rpta.: c

2. Una vez que fueron creados el cielo, la tierra y todas las criaturas; la serpiente que era muy astuta decidió contribuir a la obra; se propuso mentir indefectiblemente los días Martes, Jueves y Sábado. Los demás días decía la verdad. Eva, “¿porque no pruebas la manzana? Sugirió la serpiente - ¡Bah! Puedes aprovecharla en comerla, hoy es sábado y él esta descansando” - “no, hoy no, se apuro a decir la primera mujer” agradeciendo: tal vez la pruebe mañana, - “mañana es miércoles y sera muy tarde”, insistió la serpiente. De este modo Eva cayo en el engaño. ¿Qué día fue?
- a. Martes
 - b. Miércoles
 - c. Jueves
 - d. Viernes
 - e. No se sabe

Solución:

Como la serpiente dice primero que hoy es sábado y luego indica que mañana es miércoles, se contradice, por lo tanto, miente. Luego hoy puede ser: martes, jueves o sábado. Pero la serpiente miente cuando dice que hoy es sábado, o sea, hoy no es sábado y también lo hace cuando indica que mañana es miércoles, o sea, hoy no es martes.

Entonces deducimos que:

la única posibilidad es que hoy es Jueves Rpta.: c

3. Calcular el valor de M y dar como respuesta la suma de sus cifras, si:

$$M = (\underbrace{333 \dots 334}_{101 \text{ cifras}})^2$$

- a. 602 b. 604 c. 605 d. 607 e. 610

Solución:

Analizando en forma inductiva, trabajando poco a poco:

Para 2 cifras: $(34)^2 = 1156 \rightarrow$ suma de cifras: $13 = 6(2) + 1$

Para 3 cifras: $(334)^2 = 11156 \rightarrow$ suma de cifras: $19 = 6(3) + 1$

Para 2 cifras: $(3334)^2 = 11115556 \rightarrow$ suma de cifras: $25 = 6(4) + 1$



El número del paréntesis coincide con la cantidad de cifras iniciales.

Por lo tanto: $M = (\underbrace{333 \dots 334}_{101 \text{ cifras}})^2 \rightarrow$ suma de cifras : $6(101) + 1$

= 607

Rpta.: c

4. ¿Cuántas apretones de mano se producirán al saludarse 30 personas asistentes a una fiesta?

- a. 437 b. 450 c. 445 d. 435 e. 440

Solución:

Como la cantidad de apretones de mano, depende del número de personas, realizamos el siguiente análisis:

nº de personas		nº de apretones de mano
2	→	$1 = \frac{1 \cdot 2}{2}$
3	→	$3 = \frac{2 \cdot 3}{2}$
4	→	$6 = \frac{3 \cdot 4}{2}$
5	→	$10 = \frac{4 \cdot 5}{2}$
⋮		⋮

Entonces, para:

$$n \text{ personas} \rightarrow \frac{(n-1) n}{2}$$

Como piden la cantidad de apretones de manos para 30 personas:

$(29)(30) = 29 \cdot 15 =$ **435 apretones de manos**

Rpta.: d.

5. Un mono trepa 30 pies al comienzo de cada hora y resbala 20 pies en el transcurso de la hora. Si comienza su ascenso a las 8:00 am ¿cuánto tiempo demorara en subir a la copa de un árbol que mide 120 pies de altura?
- a. Al iniciar las 17h b. Al iniciar las 20h c. Al iniciar las 28h
d. Al iniciar las 21h e. Al iniciar las 22h

Solución:

En 1 hora sube: $30 - 20 = 10$ pies

En 9 horas, o sea a las 17h, subira 90 pies.

Al iniciar esta hora trepa 30 pies más y hace contacto con la copa del árbol, osea los 120 pies.

Se concluye que, subira hasta la copa de un árbol de 120 pies al **iniciar las 17h.** Rpta.: a.

6. Un cajón de naranjas cuesta entre S/. 30 y S/. 60 y contiene entre 10 y 30 naranjas. Entonces el precio de cada naranja varía entre :
- a. Entre S/.2 y S/.3 b. Entre S/.1 y S/.6 c. Entre S/.30 y S/.60
d. Entre S/. 2 y S/. 6 e. Faltan datos

Solución:

El precio máximo será : $\frac{60}{10} = S/. 6$ c/u

El precio mínimo será : $\frac{30}{30} = S/. 1$ c/u

Por lo tanto, **el precio de cada naranja varía entre S/. 1 y S/. 6**

Rpta.: b.

7. Un tubo de 10x cm de diámetro conduce un volumen determinado de agua. ¿Cuántos tubos de 2x cm de diametro se necesitan para conducir la misma cantidad de agua?
- a.25x tubos b.16 tubos c.50 tubos d.25 tubos e.16x tubos

Solución:

Para saber cuántos tubos se necesitaran para transportar la misma cantidad de agua dividimos:

$$\# \text{ tubos} = \frac{\text{area mayor}}{\text{area menor}} = \frac{\pi (5x\text{cm})^2}{\pi (x\text{cm})^2} \dots \text{por propiedad } \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$\# \text{ tubos} = \left(\frac{5x\text{cm}}{x\text{cm}}\right)^2$$

$$\# \text{ tubos} = 25$$

Rpta.: d.

Razonamiento Deductivo Simple:

8. Siendo Viernes el mañana del mañana de hace 5 días. ¿Qué día será el ayer del anteayer de dentro de 4 días?
- a. Lunes b. Jueves c. Viernes d. Martes e. Sábado

Solución:

Para este tipo de problemas, debemos considerar la sgte. regla

....	Anteayer	ayer	hoy	mañana	pasado mañana	...
	-2	-1	0	+1	+2	

Como indica que Viernes es el mañana del mañana de hace 5 días, o sea:

$$\begin{aligned} \text{Viernes} &\leftrightarrow +1 + 1 - 5 \\ \text{Viernes} &\leftrightarrow - 3 \end{aligned}$$

Se pide mañana, **graficando**

Viernes	sábado	Domingo	Lunes	Martes
- 3	- 2	- 1	0	+ 1

El día que da + 1 es Martes, entonces, concluimos que:

el ayer del anteayer de dentro de 4 días es martes. Rpta.: d.

9. En un mes hay 5 Jueves, 5 Viernes y 5 sábados. Que fecha cae el tercer miércoles de dicho mes?
- a. 18 b. 19 c. 20 d. 21 e. 22

Solución:

Representando los datos en un calendario (para que haya 5 Jueves 5 Viernes y 5 sábados se trata de un mes de 31 días)

D	L	M	M	J	V	S
				*1	*2	*3
*	*	*	*	*	*	*
*	*	*	*	*	*	*
*	*	*	*	*	*	*
*	*	*	*	*	*	*

Podemos deducir del esquema que el 3er miércoles cae 21

Rpta.: d.

10. Si el anteyayer del pasado mañana de mañana del ayer del mañana de hace 2 días es el pasado mañana del mañana del mañana del anteyayer del mañana del Lunes. ¿Qué día es el mañana del pasado mañana del ayer de anteyayer?

- a. Jueves b. Domingo c. Viernes d. Sábado e. Miércoles

Solución:

Como dice que:

El anteyayer del pasado mañana de mañana del ayer del mañana de hace 2 días

$$- 2 \quad + 2 \quad + 1 \quad - 1 \quad + 1 \quad - 2 = - 1$$

Equivale a:

El pasado mañana del mañana del mañana del anteyayer del mañana del Lunes

$$2 \quad + 1 \quad + 1 \quad - 2 \quad + 1 \quad \text{del Lunes}$$

$$+ 3 \text{ del Lunes} \leftrightarrow \text{Jueves}$$

Es decir, relacionando ambos resultados:

$$- 1 \leftrightarrow \text{Jueves}$$

Como pregunta por el mañana del pasado mañana del ayer del anteyayer

$$+ 1 \quad + 2 \quad - 1 \quad - 2 = 0$$

Es decir, pregunta que día es hoy = 0

Graficando:

	Jueves	Viernes	
- 2	- 1	0	+ 1

Se concluye que es Viernes

Rpta.: c.

11. Si hoy es Domingo. ¿Qué día de la semana será dentro de 47 días?

- a. Lunes b. Martes c. Miércoles d. Jueves e. Viernes

Solución:

Puesto que cada 7 días vuelve a caer en el mismo día, dividiendo 47 entre 7, sobran 5 días; es decir:

Domingo	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
0	1	2	3	4	5

Se concluye que si hoy es Domingo,

dentro de 47 días será Viernes.

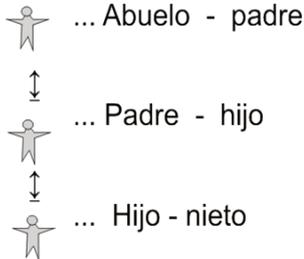
Rpta.: e.

PARIANTES

12. En una reunión hay 1 abuelo, 2 padres y 2 hijos y un nieto. ¿Cuál es el mínimo número de personas que hay en dicha reunión?
 a. 6 b. 5 c. 4 d. 3 e. Faltan datos

Solución:

Realizando un pequeño gráfico



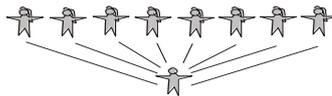
Si concluimos que, el mínimo número de personas que hay en dicha reunión es 3

Rpta.: d.

13. ¿Cuántas personas como mínimo hay en la familia Rodríguez?
 a. 18 b. 16 c. 9 d. 11 e. 17

Solución:

Haciendo un pequeño gráfico, donde cada hermana tiene un hermano.

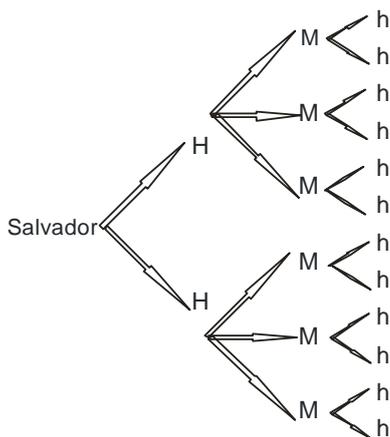


En total hay como mínimo: 9 hijos + 2 padres = **11 personas**
Rpta.: d.

14. Cuando Salvador iba a la ciudad de Moquegua, se encontró con 2 señores, cada uno de los cuales iba con 6 esposas y cada esposa con 2 hijos. ¿Cuántos iban a la ciudad de Moquegua?

- a. 20 b. 21 c. 22 d. 11 e. 18

Solución:



Como Salvador también va la ciudad de Moquegua entonces:

Salvador + Señores + esposas + hijos = 1 +2 +6 +12 = **21 personas**

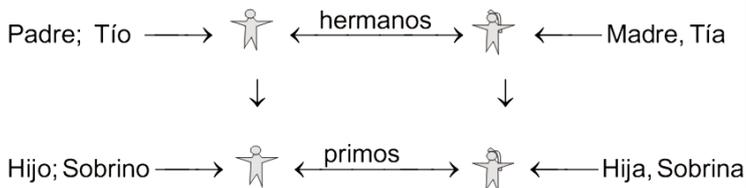
Rpta.: b.

15. Almorzaban juntos 1 padre, 1 madre, 1 hijo, 1 hija, 2 tíos, 2 sobrinos y 2 primos. ¿Cuál será el menor número de gaseosas que pueden tomar, sabiendo que cada uno tomó por lo menos una gaseosa?

- a. 6 b. 12 c. 18 d. 4 e. 5

Solución:

Realizando un gráfico que relaciona los datos del problema, donde hay 1 padre, 1 madre, 1 hijo, 1 hija, 2 tíos, 2 sobrinos y 2 primos:



Se observa que, como mínimo hay 4 personas y como cada persona puede tomar como mínimo 1 gaseosa, se concluye que **pueden tomar 4 gaseosas.** Rpta.: d.

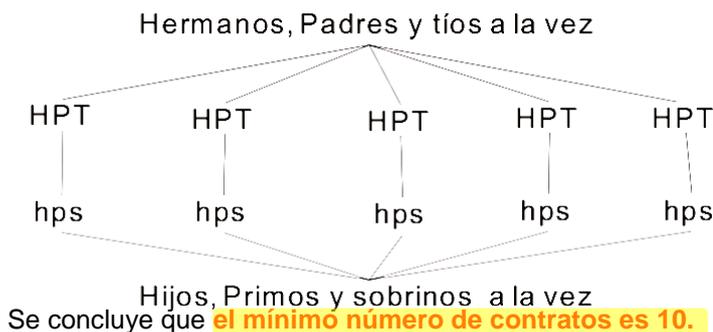
16. En la oficina de una compañía de seguros se encuentran 5 hermanos, 5 padres, 5 hijos, 5 tíos, 5 sobrinos y 5 primos. Para firmar sus respectivos contratos. El menor número de contratos que firmaron, será:

- a. 10 b. 15 c. 20 d. 25 e. 11

Solución:

Debe aclararse que, para que el número de personas sea mínimo, una persona o más deben cumplir un múltiple papel.

Realizando un gráfico respecto a los datos del problema:



Se concluye que **el mínimo número de contratos es 10.**

Rpta.: a.

17. ¿Quién será el nieto de la madre del único nieto del bisabuelo de la única bisnieta de Dionisio?

- a. Dionisio b. Bisnieto de Dionisio c. Padre de Dionisio
d. Nieto de Dionisio e. Sobrino de Dionisio

Solución:

Analizando la pregunta pero, del final hacia adelante:

Nieto de la madre del único nieto del bisabuelo de la única bisnieta
 Bisnieta Nuera o nieto de Dionisio Dionisio
 de
 Dionisio

 de Dionisio
 Bisabuelo

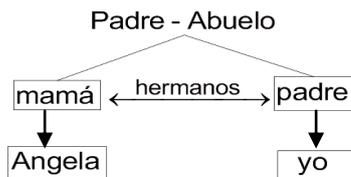
Se concluye que, **es bisnieto de Dionisio.** Rpta.: b.

18. Si la mamá de Angela es la hermana de mi padre. ¿Qué es con respecto a mi el abuelo de Angela?

- a. Tío b. Sobrino c. Abuelo d. Bisabuelo e. Padre

Solución:

Realizando un gráfico indicando las relaciones del problema:



Del gráfico se deduce que:

con respecto a mi el abuelo de Ángela es también mi abuelo. Rpta.: c.

19. El otro día en el parque escuche a dos personas (varones), la siguiente charla: “ten en cuenta que mi madre es la suegra de tu padre”. ¿Qué parentesco une a las dos personas?

- a. Tío y sobrino b. Abuelo y nieto c. Padre e hijo d. Hermano e. Alternativas “a” o “c”

Solución:

Sean las personas A y B. Considerando que A le habla a B.

Ten en cuenta que mi madre es la suegra de tu padre
 madre de A = abuela de B padre de B

Si la madre de A es la abuela de B, habrá 2 posibilidades; que A sea padre de B o, A tío de B, pero la primera posibilidad queda descartada puesto que una madre no puede ser suegra de su mismo hijo.

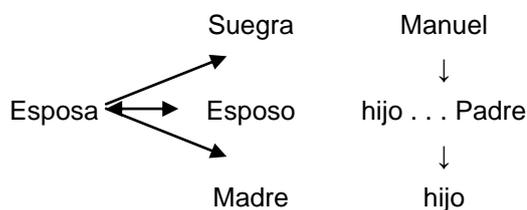
Se concluyó que **el único vínculo que los une es Tío – sobrino.**

Rpta.: a.

20. Si el hijo de Manuel es el padre de mi hijo. ¿Qué parentesco tengo con Manuel?

- a. Esposa b. Madre c. Esposo d. Hija e. Suegro

Solución: Realizando un gráfico que relaciona los datos:



Del gráfico podemos afirmar que Manuel es su Suegro.

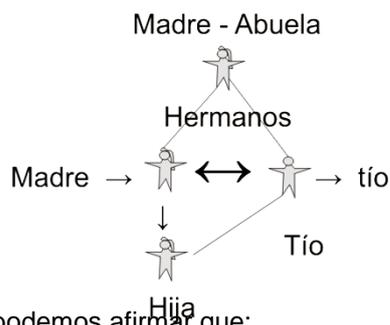
Rpta.: e.

21. ¿Qué parentesco tiene conmigo, si su madre fue la única hija de mi madre?

- a. Abuelo y nieto b. Hermano hermana c. Tío y sobrina
 d. Madre e hijo e. Hijo y madre

Solución:

Realizando un gráfico que relacione los datos:



Del gráfico, podemos afirmar que:

el vínculo que nos une es tío - sobrina.

Rpta.: c.

Certezas

Situaciones donde se tiene que dar una respuesta con seguridad. Para ello analizará el problema en el peor de los casos

22. Una urna contiene 13 bolas negras, 12 bolas rojas y 7 blancas. La menor cantidad que deba sacarse para obtenerse el menor número de bolas de cada color es:
 a. 20 b. 26 c. 21 d. 29 e. 11

Solución:

Para tener la certeza de obtener el menor número de bolas de cada color, tomamos las mayores cantidades y sola 1 de la menor:

$13 + 12 + 1 = 26 \text{ bolas}$

Rpta.: b.

23. En un baúl se guardan guantes de box: 4 pares de guantes rojos, 5 pares de guantes negros y 3 pares de guantes blancos. ¿Cuál es el menor número de guantes que deben extraerse al azar para obtener con certeza un par del mismo color?

a. 19 b. 10 c. 4 d. 11 e. 8

Solución:

Suponiendo el peor de los casos, es decir, sacamos guantes uno de cada color: 1 rojo + 1 negro + 1 blanco, pero, el próximo guante completará un par del mismo color, es decir:

$$1 + 1 + 1 + 1 = 4 \text{ guantes.} \quad \text{Rpta.: c.}$$

24. De un cajón que contiene 21 pares de guantes rojos y 11 pares de guantes blancos, se van extrayendo uno por uno sin reponerlo. ¿En cuántas extracciones se tendrá la plena seguridad de tener un par de guantes utilizables del mismo color?

a. 20 b. 25 c. 35 d. 28 e. 33

Solución:

Supongamos que las primeras extracciones sean todos los guantes izquierdos: $21 + 11 = 32$

.

La 33va extracción será un guante del lado derecho del color que fuera, con cualquiera de los ya sacados, hace un par utilizable del mismo color.

Entonces, **son 33 guantes.** Rpta.: e.

Viajes, Pesadas, Reparto, Cortes y Cadenas

a) Viajes

25. Un campesino llega a la orilla de un río llevando consigo a un león, una oveja y un atado de alfalfa. El único bote disponible es pequeño y no puede llevar más que al campesino y a uno de sus bienes. Como el león es carnívoro se comería a la oveja y, la oveja como es herbívora se comería el atado de alfalfa, en caso que no este el campesino. Si logra transportar todos sus bienes a la otra orilla. ¿Cuántas veces como mínimo cruzó el río en la canoa?

a. 5 b. 6 c. 7 d. 8 e. 9

Solución:

Los viajes serán:

- 1ra obligatoriamente lleva a la oveja en el primer viaje.
- 2da regresa
- 3ra lleva el león (puede llevar al atado de alfalfa)
- 4ta regresa con la oveja
- 5to lleva el atado de alfalfa
- 6to regresa
- 7mo lleva a la oveja

Se concluye que, **cruzó como mínimo 7 veces el río.**

Rpta.: c.

b) Pesadas

26. Se tiene nueve bolas de goma del mismo tamaño y color. Una de ellas es ligeramente más pesada, todas las demás pesan lo mismo. Empleando una balanza de dos platillos. ¿Cuál es el mínimo número de pesadas necesarias para determinar la bola más pesada?

- a. 1 b. 3 c. 2 d. 4 e. 5

Solución:

Separando en grupos de tres.

**1ra pesada:**

tomamos 2 grupos y colocamos cada uno de los platillos de la balanza. Esto servirá para determinar en que grupo se encuentra la bola más pesada. En caso que pesen igual los grupos tomados entonces el grupo dejado será donde se encuentre la bola más pesada.

2da pesada:

una vez identificada el grupo donde se encuentra la bola más pesada, tomamos dos de las tres bolas y las colocamos cada una en un platillo de la balanza. El lado donde se incline la balanza será donde esté la bola más pesada. En caso que quede en equilibrio, la bola dejada será la más pesada.

En conclusión, serán necesarias como mínimo 2 pesadas para determinar la bola de mayor peso.

Nota: En general, para el caso que haya n bolas, el mínimo número de pesada que serán necesarias para determinar la bola de diferente peso, será el valor de x que cumpla la desigualdad:

$$3^{x-1} < n \leq 3^x$$

Ejemplo: del caso anterior, $n = 9$, entonces:

$$3^{x-1} < 9 \leq 3^x \quad \dots \text{ probando con } x = 2, \text{ cumple :}$$

$$3^{2-1} < 9 \leq 3^2$$

$$3 < 9 \leq 9$$

Se concluye que **son 2, el mínimo número de pesadas**

Rpta.: c.

c) Reparto

27. Dos amigos se detienen para comer sus panes, uno llevó 5 panes y el otro 3 panes. En ese momento se presenta Isabel, a quien la invitan a comer en forma equitativa. Al despedirse Isabel, les obsequió 8 monedas para que se repartan en forma proporcional. ¿Cuánto le corresponde a cada uno de los amigos?

- a. 5 y 3 b. 4 y 3 c. 6 y 1 d. 7 y 1 e. 8 y 0

Solución:

Para compartir las tres personas en partes iguales, conviene partir cada par en 3 partes iguales entonces

El primer amigo tiene 5 panes $\rightarrow 5 \times 3 = 15$ pedazos de pan

El segundo amigo tiene 3 pares $\rightarrow 3 \times 3 = 9$ pedazos de pan

Total de pedazos de pan; $15 + 9 = 24$

El 1ro aporto 15 pedazos de pan y se comió 8, quiere decir que de su parte dio 7 pedazos de pan a Isabel.

El 2do aporto 9 pedazos de pan y se comió 8, quiere decir que de su parte dio 1 pedazo de pan a Isabel.

Se **concluye** de lo anterior que,

de las 8 monedas que entrega Isabel a los dos amigos, al 1ero le corresponde 7 y al 2do 1 moneda.

Rpta.: d.

d) Cortes

28. Se tiene una pieza de tela 8m. Si cada día cortó 2m. ¿En qué tiempo se habrá cortado toda la pieza de tela?

a. 2 días b. 3 días c. 4 días d. 6 días e. 5 días

Solución:

Para cortar un pedazo de tela en 2 partes, se hace 1 corte.

Para cortar un pedazo de tela en 3 partes, se hace 2 cortes.

$$\text{Engeneral : \# cortes} = \frac{\text{longitud total}}{\text{longitud unitaria}} - 1$$

$$\text{Entonces : \# cortes} = \frac{8\text{m}}{2\text{m}} - 1 = 4 - 1 = 3$$

Como para corte demora 1 día, **entonces Se demora 3 días.**

Rpta.: b.

En caso que lo que se desea cortar es una figura cerrada, el número de cortes es :

$$\# \text{ cortes} = \frac{\text{long. total}}{\text{long. unit}}$$

29. Un fusil automático puede disparar 7 balas por segundo. ¿Cuántas balas disparara en 1 minuto?

a. 420 b. 361 c. 340 d. 480 e. 500

Solución:

Representado el tiempo de 1 minuto en una línea con la condición del problema:



Se observa que solo en el 1er segundo dispara 7 balas, pero en los demás segundos, que son 59, solo se observa 6 balas por cada uno. **Entonces:**

$$\# \text{ balas por minuto} = 1 (7) + 59 (6) = 7 + 354 = \mathbf{361 \text{ balas}}$$

Otra forma también podría resolverse por *regla de tres*.

	# balas	→	# integrantes	tiempo (s)
Para	7	→	6	1
Para	x	→	x - 1	60

Regla de tres simple directa

$$\frac{6}{x - 1} = \frac{1}{60} \dots \text{producto de extremos igual producto de medios}$$

$$360 = x - 1 \dots + 1 \text{ en ambos lados}$$

$$361 = x$$

Se concluye que disparara 361 balas

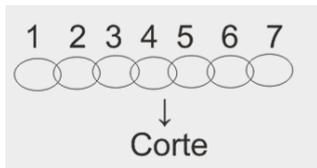
Rpta.: b.

e) Cadenas

30. Favio dice de ir de vacaciones a la selva, llegando a cierta comunidad, busca inmediatamente una osada donde descansar. Una vez que encontró la posada y como no disponía de efectivo ofreció pagarle al posadero con una cadena de 7 eslabones de oro. El posadero acepto la oferta, pero, con la condición de que el pago se efectuara diariamente y por adelantado. ¿Cuántas cortes como mínimo tuvo que realizar Favio sobre la cadena de oro, para efectuar el pago diario, sabiendo que cada día que se aloja le cuesta 1 eslabón?
- a. 7 b. 6 c. 1 d. 2 e. 4

Solución:

Disponiendo la cadena horizontalmente:



Se divide la cadena en 3 pedazos de 1, de 2 y 4 eslabones.

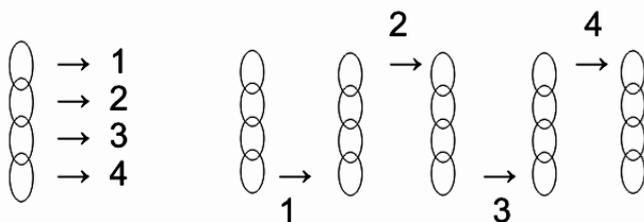
El **1er día** paga con un eslabón. El 2do día con el de 2 eslabones y recibe 1 vuelto, que es el que pagó el día anterior y así sucesivamente. De esta manera puede efectuar el pago de 7 días.

Entonces para efectuar el pagó diario de su alojamiento sólo se requiere 1 corte como mínimo. Rpta.: c.

31. Beatriz dispone de 6 trozos de cadena de 4 eslabones cada uno los lleva a un herrero acompañado de su amiga Salomé, para que uniera los trozos de cadena y formara con ellos una sola cadena. Si el herrero cobra S/. 5 por abrir y soldar un eslabón. ¿Cuánto debe pagar como mínimo Beatriz?
- a. S/. 15 b. S/. 20 c. S/. 25 d. S/. 30 e. S/. 35

Solución:

Abriendo todos los eslabones de un trozo de cadena.



Se concluye que debe pagar: 4 (S/. 5) = **S/. 20** Rpta.: b.

f) Sobre Mentiras y Verdades

32. Cuatro sospechosas de haber atropellado con su auto a un peatón, hicieron las siguientes afirmaciones cuando fueron interrogadas por la policía:

- María: "Fue Lucía" - Irene : "Yo no fui"
- Lucía: "Fue Leticia" - Leticia: "Lucía miente"

Si solo una de ellas miente. ¿Quién atropello al peatón?

- a. María b. Lucía c. Irene d. Leticia e. Faltan datos

Solución:

Puesto que Lucía y Leticia se contradicen, luego una de ellas será la que miente.

Analizando en primer lugar que, Lucía miente, entonces, los demás afirmaciones son veraces, con lo que deducimos que Lucía sería la culpable, por tanto, ya no es necesario analizar otra posibilidad.

Se concluyo que Lucía es la culpable.

Rpta.: b.

33. Un juez interroga a tres personas: Ana, Beto y Carlos, sospechosos de un delito. Se sabe que una de ellas es culpable, pero, en sus declaraciones, cada una hace dos declaraciones como sigue:

- Ana : Yo y Beto somos inocentes.
- Beto : Ana es inocente y Carlos culpable.
- Carlos : Yo soy inocente y Ana es culpable.

El juez se entera que los sospechosos se han puesto de acuerdo para que uno de ellos diga dos verdades, otros dos mentiras y el otro una verdad y una mentira. ¿Quién es el culpable?

- a. Ana b. Beto c. Carlos d. Faltan datos e. N.A.

Solución:

Se observa que las respuestas de Beto y Carlos son opuestas totalmente, por lo que se deduce que uno de ellos miente y el otro dice la verdad, también deducimos que Ana es la que dice una verdad y una mentira.

Considerando cuando A dice: "soy inocente", vemos que Beto y Carlos tienen declaraciones opuestas totalmente:

Beto : $\underbrace{\text{Ana es inocente}}_{\text{falso}}$ y $\underbrace{\text{Carlos culpable}}_{\text{falso}}$
 Carlos : $\underbrace{\text{Yo soy inocente}}_{\text{verdadero}}$ y $\underbrace{\text{Ana culpable}}_{\text{verdadero}}$

Como cumple las condiciones del problema, concluimos que, Ana es la culpable.

Rpta.: a.

EJERCICIOS PROPUESTOS

En el transcurrir de la vida siempre existirán problemas, , pero tú, demuestra tu capacidad para resolverlos.

- Si el Lunes es el Martes del miércoles, el Jueves es el Viernes del sábado. ¿Qué día es el domingo del lunes?
a. Domingo b. Sábado c. Miércoles d. Jueves e. Viernes
- Una modista tiene una tela de 20m. Si empieza a cortar el día Martes de 2m en 2m por día. ¿Cuánto terminara de cortar?
a. Lunes b. Domingo c. Martes d. Miércoles e. Jueves
- Si 1 kg de huevos contiene 12 a 16 huevos. ¿Cuál es el máximo peso que puede contener 4 docenas de huevos?
a. 4kg b. 5 kg c. 4,8 kg d. 5,5 kg e. 6 kg
- Se debe pagar S/. 184 con monedas de S/. 2 y S/. 5. ¿Cuántas monedas como máximo se deben emplear?
a. 80 b. 82 c. 89 d. 75 e. 49
- Si compro dos manos de plátanos me regalan uno. ¿Cuántas manos he comprado si he recibido 242 plátanos?
a. 42 b. 44 c. 38 d. 36 e. 40
- Gasté tanto como la tercera parte de lo que no gasté. ¿Qué fracción del total gasté?
a. $1/3$ b. $1/2$ c. $2/3$ d. $1/4$ e. $2/5$
- Un boxeador es capaz de dar 8 golpes por segundo, considerando que el tiempo entre golpe y golpe es constante. ¿Cuántos golpes puede dar en un minuto?
a. 420 b. 480 c. 481 d. 421 e. 479
- Una granja de 3cm de radio pesa 270 g, ¿cuánto pesará otra naranja de 4 cm de radio?
a. 360 g b. 240 g c. 480 g d. 720 g e. 640 g
- José vive en el último piso de un edificio, cuando baja lo hace de 3 en 3 escalones y cuando sube lo hace de 2 en 2 escalones. Si en subir y bajar da un total de 90 pasos. ¿Cuántos escalones tiene la escalera?
a. 180 b. 110 c. 188 d. 182 e. 108
- Si el día de ayer fuese igual al de mañana, faltarían 2 días para ser Domingo. ¿Qué día es hoy?
a. Sábado b. Miércoles c. Martes d. Lunes e. Jueves
- En recorrer 729 km tarda un móvil tantas horas como kilómetros recorre por hora. ¿Cual es la velocidad del móvil en km/h?
a. 27 b. 23 c. 33 d. 37 e. 43
- Se observa un ángulo con una lupa de triple aumento y se ve que tiene 30° . A simple vista la magnitud del ángulo será de:
a. 10° b. 3° c. 30° d. 13° e. 90°
- En un restaurante se cuentan; 3 hermanos, 3 padres, 3 hijos, 3 tíos, 3 primos y 3 sobrinos. ¿Cuántas personas como mínimo hay en dicho restaurante?
a. 6 b. 3 c. 5 d. 6 e. 10

14. En una caja se encuentran 3 conejos blancos, 4 conejas blancas, 4 conejos marrones y 3 conejas marrones. ¿Cuál es el mínimo número de animales que se debe extraer para tener necesariamente un conejo y una coneja del mismo color?
- a. 2 b. 5 c. 7 d. 8 e. 9
15. Con seis palitos del mismo tamaño. ¿Cuántos triángulos equilátero se pueden formar como máximo sin romper dichos palitos?
- a. 2 b. 3 c. 4 d. 5 e. 6
16. Si todos los plantígrados son lentos y todos los osos son plantígrados, entonces:
- a. Ningún oso es lento.
b. Ningún oso es no lento
c. Todos los osos son no lentos
d. No todos los osos son plantígrados.
e. No se puede determinar
17. Si son 6 tapas de una gaseosa se puede pedir una gaseosa y Lucas reúne 51 tapas, hallar el máximo número de gaseosas que puede tomar.
- a. 9 b. 10 c. 8 d. 11 e. 12
18. Cuatro inquilinos viven en un edificio de 4 pisos. Pablo vive en el primer piso; César vive más abajo que José y Percy vive en el piso inmediatamente superior a César. ¿En qué piso vive Percy?
- a. Primero b. Segundo c. Tercero d. Cuarto e. Faltan datos
19. Seis ovejas tardan en saltar una cerca 6 minutos. Si las ovejas están igualmente espaciadas. ¿Cuántas ovejas saltarán en una hora?
- a. 51 b. 40 c. 60 d. 46 e. 48
20. En el planeta, Dios se escribe "FKQU", entonces, beso se escribirá:
- a. CGTP b. BFUQ c. DGUQ d. CFTP e. APRN
21. María debe tomar una pastilla cada 3 horas con 20 minutos. Si tomo una a las 7:50 am. ¿A que hora tomará su primera pastilla del día siguiente?
- a. 0:30 am b. 0:20 am c. 0:40 am d. 1:10 am e. 1:20 am
22. En una urna hay 23 bolas rojas, 25 blancas, 28 amarillas, 8 negras. 11 verdes y 11 azules. ¿Cuál es el mínimo número de bolas que se deben sacar para tener la certeza de haber extraído 15 bolas de uno de los colores?
- a. 73 b. 71 c. 72 d. 70 e. 74
23. Con 330 bolas de igual forma y tamaño, se forma una pirámide triangular. ¿Cuántas esferas habrá en la base de la mayor pirámide que se pueda formar?
- a. 61 b. 62 c. 65 d. 66 e. 64
24. Algunos reptiles son lentos y los cocodrilos son reptiles, entonces:
Ningún cocodrilo es lento
- a. Todos los cocodrilos son no lentos
b. Ningún cocodrilo es no lento
c. No todos los cocodrilos son reptiles.
d. No se puede afirmar que los cocodrilos son no lentos.
25. ¿Cuántos pares de números enteros positivos son tales que su suma es 48?
- a. 20 b. 26 c. 24 d. 18 e. 17

AUTOEVALUACIÓN

Tiempo: 30 minutos

1. Un caracol asciende cada día 6m por un fino y durante la noche su propio peso lo hace descender 2m. Si la altura del pino es de 26m y la ascensión comenzó el Lunes. ¿Que día llegó a la punta del árbol?
a. Sábado b. Domingo c. Lunes d. Nunca e. Martes
2. Los esposos moreno tiene cuatro hijos varones cada hijo tiene una hermana y cada hermana tiene 2 sobrinos. ¿Cuál es el número mínimo de personas que conforman esta familia?
a. 12 b. 15 c. 9 d. 10 e. 11
3. Mi hermana decía; “la mitad de mis hermanos usan anteojos en cambio yo sólo veo que la tercera parte de mis hermanos usan anteojos”. ¿Cuántos hermanos somos?
a. 3 b. 7 c. 133 d. 9 e. 4
4. Un viajero que debe cruzar un río, tiene un lobo, una oveja y un atado de alfalfa. El único bote disponible es muy pequeño y no puede llevar más que el viajero y a uno de sus bienes; si logro transportar todos sus bienes a la otra orilla. ¿Cuántas veces cruzó el río en bote?
a. 6 b. 5 c. 9 d. 7 e. 8
5. Los diamantes cuestan mucho dinero, además se sabe que los diamantes son eternos y por lo general, los reyes compran diamantes, se deduce:
a. Los reyes quieren ser eternos.
b. Los que compran diamantes son reyes.
c. Los reyes suelen comprar diamantes.
d. Los reyes no compran diamantes.
e. Por lo general los reyes tiene mucho dinero.
6. Tres señoritas: Isabel, Rosario y Teresa conversan. En un orden cualquiera, sus profesiones son: maestra secretaria y cajera.
a. Isabel, que es la esposa del hermano de Teresa, es mayor que la cajera
b. la maestra, que es hija única, es la menor de las tres.
¿Cuál es la correspondencia correcta?
a. Isabel - maestra b. Teresa - secretaria c. Rosario - Cajera
d. Isabel – cajera e. Rosario - maestra
7. Sobre una mesa hay tres cajas, una que contiene sólo manzanas, una que contiene solo naranjas y una que contiene manzanas y naranjas. Las cajas están rotuladas, según la figura:

Naranjas	Manzanas	Naranjas Y Manzanas
1ra	2da	3ra

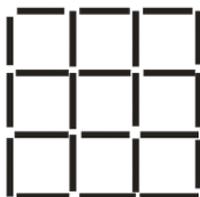
Pero ninguna de las leyendas corresponde al contenido, es decir, todas las cajas están mal marcadas. Si usted puede sacar una sola fruta de una sola caja. ¿De cuál de ellas la sacaría para determinar los contenidos de todas las cajas?

- De la 1ra
- De la 2da
- De la 3ra
- De la 1ra ó 2da
- No es posible determinar con una sola extracción

8. El novio de Ana mentía indefinidamente los días Martes y Jueves y sábado. Los demás días decía la verdad, cierto día conversaban:

- Ana salgamos a pasear hoy, le ofreció el novio.
 - no, fue la respuesta de ella.
 - ¿porqué no, si hoy es sábado?
 - no... , tal vez mañana.
 - mañana no podremos, porque será miércoles, y tengo que estudiar.
- a. Lunes b. Jueves c. Sábado d. Martes e. Viernes

9. ¿Cuántos palillos deben retirarse, como mínimo, para obtener una figura formada por 5 cuadraditos iguales?



- a. 8 b. 7 c. 6 d. 5 e. 4

10. Salvador sube una escalera de tal manera que por cada 7 pasos que avanza retrocede 3, dando en total 207 pasos. ¿Cuántos pasos fueron de retroceso?

- a. 54 b. 58 c. 88 d. 56 e. 60

RESPUESTAS

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	c	b	d	c	c	d	a	a	e

El Éxito Comienza con La Voluntad

Si piensas que estas vencido, lo estas;
Si piensas que no te atreves, no lo harás;
Si piensas que te gustaría ganar;
Pero que no puedes, no lo lograras.
Si piensas que perderás, ya has perdido;
Porque en el mundo encontraras que el éxito
Comienza con la voluntad del hombre.
Todo está en el estado mental;
Porque muchas carreras se han perdido
Antes de haberse corrido
Y muchos cobardes han fracasado
Antes de haber su trabajo empezado.
Piensa en grande y tus hechos crecerán
Piensa en pequeño y quedaras atrás,
Piensa que puedes y podrás;
Todo está en el estado mental.
Si piensas que estas aventajado lo estas
Tienes que pensar bien para elevarte
Tienes que estar seguro de ti mismo
Antes de intentar ganar un premio.
La batalla de la vida no siempre la gana
El hombre más fuerte o el más ligero;
Porque tarde o temprano, el hombre que gana
Es aquel que cree poder hacerlo.

Christian Barnard.

MÓDULO 06 LÓGICA

COMPETENCIA:

Resuelve problemas de cantidad

CAPACIDAD:

Razona y argumenta generando ideas matemáticas

Elabora y usa estrategias

INDICADORES:

Emplea procedimientos para resolver problemas relacionados a conectivos lógicos

Emplea procedimientos de simplificación de proposiciones

Emplea estrategias heurísticas para resolver problemas que combinen proposiciones

LÓGICA

En el proceso de la comunicación, el hombre utiliza el lenguaje en sus diversas formas siendo el signo una parte del lenguaje. La misión fundamental del lenguaje, es la comunicación, pero, esta comunicación no siempre es directa, además, cada país, lugar y cada rama de las ciencias, ha establecido sus propias formas de comunicación, implementando su propio sistema de signos y métodos.

1. ENUNCIADO

Es todo aquello que constituye una frase u oración.

Algunos enunciados son mandatos o interrogantes o son expresiones de emoción; otros en cambio son afirmaciones o negaciones que contienen la característica de ser verdadero o falso.

¿cuáles de las siguientes expresiones son verdaderas o falsas?

- a. 9 es divisible por 4.
- b. Miguel Grau tuvo úlcera estomacal. c. 6 es un número entero y par.
- d. ¿Qué tiempo hace hoy?
- e. ¡Socorro!
- f. $x + 3 > 5$

Después de analizar cada una de ellas concluimos que (a) es falsa y (c) es verdadera; respecto de (b) es probable que dudemos en responder, pero lo cierto es que es o verdadera o falsa y no ambas ya que en la realidad debe haber ocurrido que Miguel Grau tuvo o no úlcera estomacal, pero sólo una de las posibilidades es correcta.

Por otra parte notamos que no tiene sentido afirmar que (d) y (e) son verdaderas o falsas y finalmente para establecer la verdad o falsedad de (f) necesitamos conocer el valor de "x" y no lo tenemos.

A los enunciados que como (a), (b) y (c) son unívocamente verdaderos o falsos se les denomina proposiciones; por esta razón (d) y (e) no son proposiciones (En general las preguntas y las exclamaciones no son proposiciones). Debemos anotar también que la expresión (f), si bien no es proposición, depende del valor de "x" para serlo; a este tipo de expresiones se les denomina funciones proposicionales o enunciados abiertos.

2. PROPOSICIÓN

Una proposición es toda expresión libre de ambigüedad y que tiene la propiedad de que es verdadera o falsa, pero sólo una de ellas.

Si una proposición es verdadera se le asignará el valor de verdad simbolizado por "V" y si es falsa se le asignará el valor de verdad simbolizado por "F".

Notación:

Representaremos las proposiciones por letras minúsculas de la segunda mitad del alfabeto, como: "p"; "q"; "r"; "s", etc, que llamaremos variables proposicionales.

Ejemplo:

Las siguientes afirmaciones son proposiciones:

- ◆ El 28 de agosto es aniversario de la provincia de Tacna.
- ◆ El número 9 es divisible por 3.
- ◆ El cuadrado de todo número par también es par.

Las proposiciones pueden ser simples, monádicas o manarias y compuestas llamadas también moleculares cuando está compuesta por varias proposiciones simples.

$$p \equiv V \quad \sim r \quad v \quad s \equiv F$$

Ejemplo:

Las dos primeras afirmaciones son proposiciones simples y las restantes, compuestas

- ◆ El 26 de mayo es aniversario de la provincia de Ilo.
- ◆ El número dos es primo.
- ◆ Un triángulo es equiángulo si, y solo si es equilátero
- ◆ Dos es un número primo y par.

3. ENUNCIADO ABIERTO

Son aquellas oraciones que contienen variables sin especificar un valor determinado; no tienen la propiedad de verdadero o falso.

Ejemplo:

Son enunciados abiertos:

- ◆ $m + n + p = 9$
- ◆ m es múltiplo de 3
- ◆ $y + 4 > 8$
- ◆ Él tiene 20 años

★: Los enunciados que usan las palabras "él", "ella" son enunciados abiertos

A los enunciados abiertos que contienen variables algebraicas se les denomina función proposicional, que tienen la propiedad de convertirse en proposiciones, al sustituirse la variable por una constante específica.

4. NOTACIÓN

Usaremos las letras minúsculas p, q, r, \dots para simbolizar las proposiciones. Las proposiciones se pueden combinar para obtener proposiciones compuestas utilizando conectivos lógicos que veremos a continuación:

Símbolo lógico

\sim	Para la negación
\vee	Para la disyunción (o inclusiva)
Δ	Para la disyunción (o exclusiva)
\wedge	Para la conjunción
\rightarrow	Para la condicional o implicación
\leftrightarrow	Para la bicondicional
$\sim p$	Se lee "no p "
$p \vee q$	Se lee " p ó q "
$p \wedge q$	Se lee " p y q "
$p \rightarrow q$	Se lee "si p , entonces q "
$p \leftrightarrow q$	Se lee " p si, y solo q "

- Es importante notar que hay dos tipos de disyunción: La inclusiva y la exclusiva.
- Un ejemplo de la disyunción exclusiva se encuentra en la frase "O viaje en bus o viaje en avión". En cambio la o en su sentido inclusivo lo encontramos en la frase "Javier es profesor de física o María es enfermera". La disyunción inclusiva se usa cuando se desea incluir el caso en que ambas alternativas se cumplan y la disyunción exclusiva cuando uno desea que las alternativas sean excluyentes, es decir, se cumple uno o el otro, pero no ambos.

5. LA NEGACIÓN (\sim)

Representa la inversión del valor de verdad de una proposición.

Por ejemplo:

p : 13 es un número primo. Su negación es:

$\sim p$: No es cierto que 13 es un número primo.

Observamos en el ejemplo que " p " es verdadero y " $\sim p$ " es falso; esto es porque " p " y " $\sim p$ " tienen valores de verdad opuestos.

*Símbolos

Scholz	$\neg p$
Peano-Russell	$\sim p$
Hilbert	-A
Lukasiewicz	Np

*Palabras usuales:

...no..., Nunca..., Jamás..., Es falso que..., No es posible que..., Es mentira que..., No es cierto que..., De ninguna forma..., Es absurdo que..., etc.

*Tabla de verdad:

P	$\sim p$
V	F
F	V

6. CONJUNCIÓN (\wedge)

Dos proposiciones se enlazan por medio de la palabra "y" para formar una nueva proposición.

Por **ejemplo**:

p : Roxana comió pescado. q : Roxana se indigestó.

La proposición quedaría:

“p” y “q”: Roxana comió pescado y se indigestó

*Símbolos:

Scholz	$p \wedge q$
Peano- Russell	$P \cdot q$
Hilbert	$A \& B$
Lukasiewicz	Kpq

*Palabras usuales:

...y..., ...además..., ...también..., ...sin embargo..., ...no obstante..., ...tal como..., ...al igual que..., ...así como..., ...incluso..., ...pero..., ...aunque..., ...a la vez..., etc

*Tabla de verdad:

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

7. DISYUNCIÓN INCLUSIVA (\vee)

Dos proposiciones se enlazan por medio de la palabra “o” para formar una nueva proposición.

Por **ejemplo**:

p: 4 es menor que 7.

q: 4 es igual a 7.

La proposición quedaría:

“p” o “q”: 4 es menor que 7 o igual a 7.

*Símbolos:

Scholz	$p \vee q$
Peano- Russell	$p \vee q$
Hilbert	$A \vee B$
Lukasiewicz	Apq

*Palabras usuales:

...o..., ...salvo que..., a menos que..., ...excepto que..., etc.

*Tabla de verdad:

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Se lee: “p” o “q”

8. DISYUNCION EXCLUSIVA:

se denota por " $p \Delta q$ "; se lee "o p o q" y es verdadera cuando solo una de las componentes es verdadera.

*Símbolos:

Scholz	$p \nleftrightarrow q$
Peano- Russell	$p \neq q$
Hilbert	$A \underline{\vee} B$
Lukasiewicz	Jpq

*Palabras usuales:

O..... o....., O bien.... o bien....., O es que..... o es que....., etc.

*Tabla de verdad:

p	q	$p \Delta q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

9. IMPLICACION MATERIAL O CONDICIONAL: (\rightarrow)

Si "p" y "q" representan proposiciones cualesquiera, la condicional de "p" y "q" se denota por " $p \rightarrow q$ "

se lee "si p, entonces q".

En " $p \rightarrow q$ ", la proposición representada por "p" se denomina antecedente y la representada por "q", consecuente.

Se dice también que el antecedente implica al consecuente.

Tratemos de precisar el significado de la condicional en un ejemplo:

"Si fumo un cigarro, entonces me aumenta la presión arterial".

El ejemplo afirma que en el caso que fume un cigarro debe ocurrir necesariamente que me aumente la presión arterial; esto es que si el

Antecedente es verdadero, el consecuente también debe serlo.

Notemos también que sólo será falsa cuando ocurra que me fume un cigarro y no me suba la presión arterial, esto es cuando el antecedente sea verdadero y el consecuente falso.

Por otra parte no se afirma que individualmente el antecedente o el consecuente sean verdaderos o falsos.

A partir de lo anterior consideraremos que *una condicional sólo es falsa si tiene antecedente verdadero y consecuente falso*

*Símbolos:

Scholz	$p \rightarrow q$
Peano- Russell	$p \supset q$
Hilbert	$A \rightarrow B$
Lukasiewicz	Cpq

***Palabras usuales:**

Si...entonces.....,
 por lo tanto....,
 por consiguiente.....,
 luego....,
 en consecuencia.....,
 por ello.....,
 implica que....., ...es obvio que..., etc.

*Tabla de verdad:

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

10. . REPLICA MATERIAL: (\leftarrow)

*Símbolo:

Scholz	$p \leftarrow q$
--------	------------------

*Palabras usuales:

...si....., siempre que ..., ...si es que..., debido a que..., ...dado que..., ...puesto que...,
 ...ya que..., ...porque..., etc.

*Tabla de verdad:

p	q	$p \leftarrow q$
V	V	V
V	F	V
F	V	F
F	F	V

11. BICONDICIONAL O DOBLE IMPLICACION:

*Símbolos:

Scholz	$p \leftrightarrow q$
Peano- Russell	$p \equiv q$
Hilbert	$A \leftrightarrow B$
Lukasiewicz	E_{pq}

*Palabras usuales:

...si y solo si..., siempre y cuando..., ...es idéntico a..., ...equivale a que..., ...es...,entonces y solo entonces....., ...siempre que y solo cuando..., ...es una condición necesaria y suficiente....., etc.

*Tabla de verdad:

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

12. NEGACION CONJUNTA:

*Símbolo:

Scheffer	$p \downarrow q$
----------	------------------

*Palabras usuales:

No...y no..., Ni... ni...

*Tabla de verdad:

p	q	$p \downarrow q$
V	V	F
V	F	F
F	V	F
F	F	V

*Equivalencia:

$$p \downarrow q \equiv \sim p \wedge \sim q$$

13. NEGACION ALTERNA:

*Símbolo:

Scheffer	$p \mid q$
----------	------------

*Palabras usuales:

No... o no...

*Tabla de verdad:

p	q	$p \mid q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	V

*Equivalencia: $p \mid q \equiv \sim p \vee \sim q$ **14. NEGACIÓN DE PROPOSICIONES**

a) Negación de una conjunción:

$$\sim (p \wedge q) \text{ equivale a } \sim p \vee \sim q$$

Ejemplo:

La negación de

Está lloviendo y el sol está brillando

es:

No está lloviendo o el sol no está brillando.

b) Negación de una disyunción.

$$\sim (p \vee q) \text{ equivale a } \sim p \wedge \sim q$$

Ejemplo:

La negación de

Está lloviendo o el sol está brillando

es:

No está lloviendo y el sol no está brillando

c) Negación de una condicional

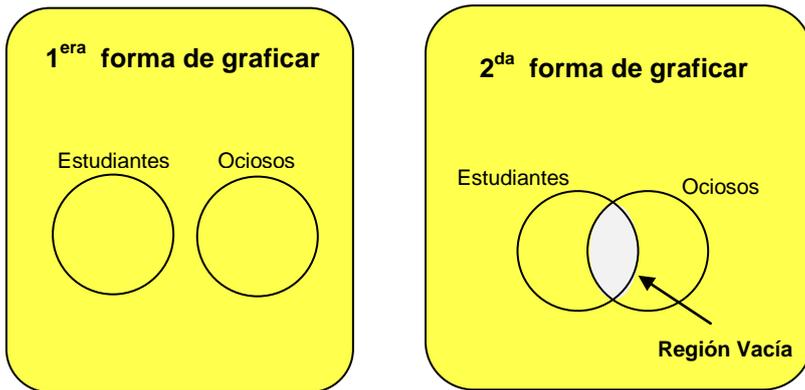
$$\sim (p \rightarrow q) \text{ equivale a } p \wedge \sim q$$

Ejemplo: La negación de

“Si está lloviendo, entonces hay nubes en el cielo” es:
Está lloviendo y no hay nubes en el cielo

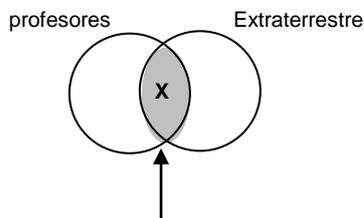
d) Universales negativas

Ejemplo: Ningún estudiante es ocioso.



e) Particulares afirmativas:

Ejemplo: Algunos profesores son extraterrestres



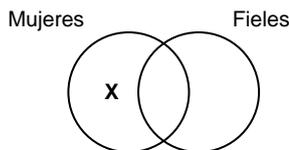
La X indica la presencia de al menos un elemento

La conclusión inmediata sería que:

“algunos extraterrestres son profesores”.

f) Particulares Negativas:

Ejemplo: Algunas mujeres no son fieles.



Una posible conclusión sería que:

“Algunas infieles son mujeres”.

15. PRINCIPIOS DE EQUIVALENTES O EQUIVALENCIAS NOTABLES (E):**a) Conmutación**

1. $p \wedge q \equiv q \wedge p$
2. $p \vee q \equiv q \vee p$
3. $p \leftrightarrow q \equiv q \leftrightarrow p$

c) Doble Negación

1. $\sim(\sim p) \equiv p$

e) Distribución

1. $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
2. $p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge (p \wedge r)$
3. $p \rightarrow (q \wedge r) \equiv (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$
4. $p \rightarrow (q \vee r) \equiv (p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)$

g) Teoremas de Morgan

1. $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$
2. $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$

i) Bicondicional

1. $(p \leftrightarrow q) \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
2. $(p \leftrightarrow q) \equiv (p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$

k) Expansión

1. $p \equiv p \vee (q \wedge \sim q)$
2. $p \equiv p \wedge (q \vee \sim q)$

m) Exportación

1. $[(p \wedge q) \rightarrow r] \rightarrow [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$

b) Asociatividad

1. $p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$
2. $p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$
3. $p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r) \equiv (p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r$

d) Idempotencia

1. $(p \wedge p) \equiv p$
2. $(p \vee p) \equiv p$

f) Absorción

1. $(p \wedge q) \vee p \equiv p$
2. $(p \wedge q) \vee \sim p \equiv q \vee \sim p$
3. $(p \vee q) \wedge p \equiv p$
4. $(p \vee q) \wedge \sim p \equiv q \wedge \sim p$

h) Condicional

1. $p \leftrightarrow q \equiv \sim p \vee q$
2. $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$

j) Disyunción Fuerte

1. $(p \leftrightarrow q) \equiv (p \vee q) \sim (p \wedge q)$

l) Transposición

1. $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$
2. $p \leftrightarrow q \equiv \sim q \leftrightarrow \sim p$

16. Leyes de la equivalencia (L.E.)

Consideremos que:

V : representa una tautología

F : representa una contradicción

Q : representa un esquema consistente cualquiera

Entonces se cumple:

1. $V \wedge Q \equiv Q$
2. $V \vee Q \equiv Q$
3. $F \wedge Q \equiv F$
4. $F \vee Q \equiv Q$
5. $V \vee V \equiv V$
6. $V \wedge V \equiv V$
7. $F \wedge F \equiv F$
8. $F \vee F \equiv F$
9. $F \wedge V \equiv F$
10. $F \vee V \equiv V$

Principios implicativos o implicaciones notables (I):

a) Modus Ponendo Ponens (MPP)

$$[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$$

b) Asociatividad

$$[(p \rightarrow q) \wedge \sim p] \rightarrow \sim q$$

c) Silogismo disyuntivo (SD)

$$[(p \vee q) \wedge \sim p] \rightarrow q$$

$$[(p \vee q) \wedge \sim q] \rightarrow p$$

d) Inferencia equivalente

$$[(p \leftrightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$$

e) Silogismo hipotético (SH)

$$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$$

f) Adición

$$p \rightarrow (p \wedge q)$$

g) Simplificación

$$(p \wedge q) \rightarrow p$$

$$(p \wedge q) \rightarrow q$$

h) Conjunción

$$(p \wedge q) \rightarrow (p \wedge q)$$

i) Ley del absurdo

$$[p \rightarrow (q \wedge \sim r)] \rightarrow \sim q$$

j) Prueba Condicional

$$(p \rightarrow q) \rightarrow [p \rightarrow (p \rightarrow q)]$$

k) Incompatibilidad

$$[\sim (p \wedge q) \wedge p] \rightarrow \sim q$$

$$[\sim (p \wedge q) \wedge q] \rightarrow \sim p$$

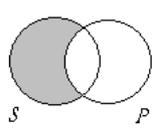
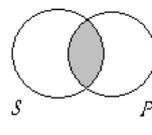
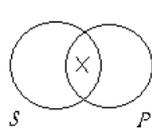
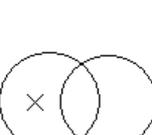
l) Implicación de la Contradicción

$$(p \wedge \sim q) \rightarrow q$$

m) Silogismo hipotético puro o transitividad (SHP)

$$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$$

16.1. Validez mediante Diagramas Booleanos: Una manera de comprobar la validez de los silogismos categóricos es graficar las premisas y analizar si la conclusión concuerda con la grafica establecida, para ello es necesario conocer la gráfica correspondiente de cada forma típica:

A Todo S es P	
E Ningún S es P	
I algún S es P	
O algún S no es P	

Observaciones:

1. Consideramos dos tipos de proposiciones:
simples son aquellas que no contienen conectivos lógicos y **compuestas** que son las que contienen conectivos lógicos.
2. El número de **posibles** combinaciones de los valores de verdad de “n” proposiciones componentes es 2^n .

Por ejemplo:

Si: $n = 2 \rightarrow$ hay: $2^2 = 4$ combinaciones

p	V	V	F	F
q	V	F	V	F

Si: $n = 3 \rightarrow$ **hay:** $2^3 = 8$ combinaciones

p	V	V	V	V	F	F	F	F
q	V	V	F	F	V	V	F	F
r	V	F	V	F	V	F	V	F

3. Llamamos fórmulas **proposicionales** equivalentes, a aquellas que al ser unidas por el conectivo “ \leftrightarrow ” resulta una tautología. La equivalencia se denota por “ \equiv ”.

18. FORMAS FORMALES

menudo es necesario transformar una fórmula en otra, sobre todo transformar una fórmula a su forma normal. Esto se consigue transformando la fórmula en otra equivalente y repitiendo el proceso hasta conseguir una fórmula que sólo use los conectivos básicos (\wedge , \vee , \neg). Para lograr esto se utilizan las equivalencias lógicas:

$$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \vee q)$$

$$(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow [(\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p)]$$

Por ejemplo, considérese la siguiente fórmula:

$$(p \rightarrow q) \wedge (\neg q \leftrightarrow p)$$

La misma puede desarrollarse así:

$$(\neg p \vee q) \wedge (q \vee p) \wedge (\neg p \vee \neg q)$$

Se dice que una fórmula está en *forma normal disyuntiva* (FND) si y sólo si tiene la siguiente forma:

$$A_1 \vee A_2 \vee \dots \vee A_n \quad \text{donde cada } A \text{ es una conjunción de fórmulas.}$$

PROBLEMAS RESUELTOS

Se alegre en el amor, se firme en la esperanza. Se constante en el esfuerzo.

1. Hallar la tabla de la verdad de:

$$[(\sim p \vee q) \wedge \sim q] \rightarrow \sim p$$

- a) V b) F c) $p \vee q$ d) $p \wedge q$ e) q

Solución:

p	q	$[(\sim p \vee q) \wedge \sim q] \rightarrow \sim p$						
	V	F	V	V	F	F	V	F
V	F	F	F	F	F	V	V	F
F	V	V	V	V	F	F	V	V
F	F	V	V	F	V	V	V	V

∴ Se concluye que es V. Rpta.: a

2. Hallar la tabla de la verdad de:

$$[(p \wedge q) \vee q] \rightarrow \sim q$$

- a) F b) p c) $\sim q$ d) V e) $p \vee q$

Solución:

p	q	$[(p \wedge q) \vee q] \rightarrow \sim q$					
V	V	V	V	V	F	F	
V	F	F	F	F	V	V	
F	V	F	V	V	F	F	
F	F	F	F	F	V	V	

∴ Se concluye que es $\sim q$. Rpta.: c

3. Hallar la tabla de la verdad de:

$$(p \rightarrow q) \rightarrow p$$

- a) VVFF b) FFFF c) VFVF d) VFFF e) FVVV

Solución:

p	q	$(p \rightarrow q) \rightarrow p$		
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	V	F	F
F	F	V	F	F

∴ Se concluye que $p \approx VVFF$. Rpta.: a

7. Sabiendo que: $r \Delta s \equiv V$

$$\{ [(r \vee s) \wedge (\sim p \vee q)] \wedge [(r \wedge s) \vee \sim q] \} \vee (r \Leftrightarrow s)$$

- a) $\sim p \wedge \sim q$ b) $\sim p \vee q$ c) $\sim p \vee \sim q$ d) $p \wedge \sim q$ e) $\sim p \rightarrow q$

veritativos opuestos.

$$\{ [(r \vee s) \wedge (\sim p \vee q)] \wedge [(r \wedge s) \vee \sim q] \} \vee (r \Leftrightarrow s)$$

$$\{ [V \wedge (\sim p \vee q)] \wedge [F \vee \sim q] \} \vee (F)$$

$$\{ [\sim p \vee q] \wedge [\sim q] \} \vee F$$

Ley de Absorción

$$\{ \sim q \wedge \sim p \} \vee F$$

$$\sim q \wedge \sim p \quad \text{Conmutativa}$$

$$\sim p \wedge \sim q //$$

∴ Se concluye que es $\sim p \wedge \sim q$. Rpta.: a

8. Al simplificar la proposición:

$$[\sim p \rightarrow (q \vee \sim p)] \rightarrow (\sim r \vee \sim p) \quad \text{se obtiene:}$$

- a) $\sim(p \vee r)$ b) $p \wedge r$ c) $\sim p \wedge q$ d) $q \wedge \sim r$ e) $\sim p \vee q \vee r$

Solución:

$$\frac{[\sim p \rightarrow (q \wedge \sim p)] \rightarrow (\sim r \vee \sim p)}{\text{Ley de Implicancia} \quad \times}$$

$$\frac{[p \vee (q \wedge \sim p)] \rightarrow (\sim r \vee \sim p)}{\text{Ley Absorción}}$$

$$\frac{[p \vee q] \rightarrow (\sim r \vee \sim p)}{\text{Ley de Implicancia}}$$

$$\frac{\sim(p \vee q) \vee (\sim r \vee \sim p)}{\text{Ley de Morgan}}$$

$$\frac{(\sim p \wedge \sim q) \vee (\sim r \vee \sim p)}{\text{Ley de Conmutativa}}$$

$$\frac{(\sim p \wedge \sim q) \vee \sim p \vee \sim r}{\text{Asociativa y absorción}}$$

$$\frac{\sim p \vee \sim r}{\text{Ley de Morgan}}$$

$$\sim(p \wedge r) //$$

∴ Se concluye que es $\sim(p \wedge r)$. Rpta.: a

Solución:

Del dato: $r \Delta s \equiv V$, se deduce que r y s tienen valores

9. Si el siguiente esquema es falso:

$$\{[(p \wedge q) \rightarrow r] \wedge s\} \rightarrow (q \vee r)$$

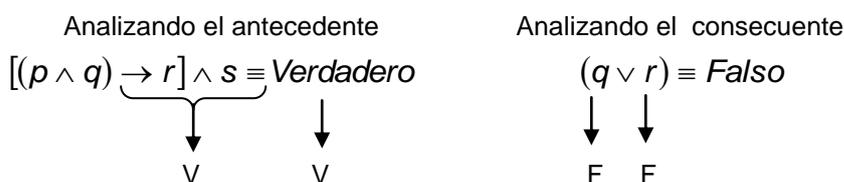
Hallar el valor de verdad de:

I. $[(p \vee s) \wedge q] \rightarrow (r \vee s)$; II. $p \rightarrow [q \rightarrow (r \wedge s)]$; III. $(\sim p \wedge q) \rightarrow [p \vee (\sim q \vee r)]$

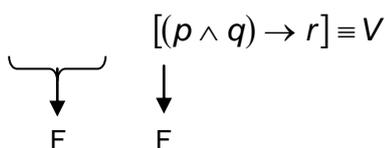
- a) VVV b) VFV c) FVF d) FFV e) FFF

Solución:

El dato: $\{[(p \wedge q) \rightarrow r] \wedge s\} \rightarrow (q \vee r)$...falso, entonces el antecedente es verdadero y el consecuente es falso.



Como r es falso, obligatoriamente $(p \wedge q)$ es falso para ver verdadera la implicancia



$p \vee q \equiv F$, como q es falso, p puede ser V o F de todas maneras es falsa la conjunción.

Analizando:

I. $[(p \vee s) \wedge q] \rightarrow (r \vee s)$ \downarrow $[(p \vee s) \wedge F] \rightarrow (F \vee V)$ $F \rightarrow V \equiv V$	II. $p \rightarrow [q \rightarrow (r \wedge s)]$ $p \rightarrow [F \rightarrow (F \wedge V)]$ $p \rightarrow [F \rightarrow F]$ V
III. $(\sim p \wedge q) \rightarrow [p \vee (\sim q \vee r)]$ $(\sim p \wedge F) \rightarrow [p \vee (V \vee F)]$ $F \rightarrow [p \vee V]$ V	

∴ El único caso de falso es $V \rightarrow F$ entonces es VVV. **Rpta.: a**

10. La negación del siguiente enunciado: “Si Percy es aceptado por Rogelia se casará” es:

- a) Si Percy no es aceptado por Rogelia, no se casará.
- b) Percy no es aceptado por Rogelia, no se casará.
- c) Percy no se casará o es aceptado por Rogelia.
- d) Percy no se casará y es aceptado por Rogelia.
- e) Más de una es correcta.

Solución:

Simbolizando el enunciado:

“Si Percy es aceptado por Rogelia, se casará”

$$\underbrace{\hspace{10em}}_p \quad \rightarrow \quad \underbrace{\hspace{2em}}_q$$

Ley de IMPLICANCIA:

$$\begin{array}{l}
 p \rightarrow q \\
 \sim p \vee q
 \end{array}
 \quad \Bigg| \quad
 \begin{array}{l}
 \sim (\sim p \vee q) \\
 \underbrace{\sim (\sim p) \wedge \sim q}_{\text{Involución}} \\
 p \wedge \sim q
 \end{array}$$

La alternativa equivalente de $p \wedge \sim q$ es:

“Percy no se casará y es aceptado por Rogelia”. Rpta.: d

11. El enunciado: “Ni eres artista de cine ni estrella del fútbol”, su forma negativa equivalente es:

- a) No es cierto que seas artista de cine y estrella de fútbol
- b) Eres artista de cine y estrella del fútbol
- c) No eres artista de cine o no eres estrella del fútbol
- d) Eres artista de cine o estrella del fútbol
- e) Eres artista de cine o no eres estrella del fútbol

Solución:

Simbolizando el enunciado:

“Ni eres artista de cine ni estrella de fútbol”

$$\underbrace{\hspace{10em}}_p \quad \downarrow \quad \underbrace{\hspace{2em}}_q$$

$$p \downarrow q \equiv \sim (p \vee q)$$

Ley de Morgan:

$$p \downarrow q \equiv \sim p \wedge \sim q$$

Negando: $(\sim p \vee \sim q)$ tenemos: $\sim (\sim p \wedge \sim q)$ por **ley de Morgan**
 $p \vee q$

Entonces: $p \vee q$ equivale a:

Eres artista de cine o estrella del fútbol Rpta.: d

12. Se define:

p	q	p ⊗ q
V	V	V
V	F	V
F	V	F
F	F	V

Hallar: $[(p \otimes \sim q) \vee (\sim p \otimes q)] \rightarrow p$

- a) p b) q c) p d) q e) p v q

Solución:

Analizando: $\underbrace{[(p \otimes \sim q)]}_I \vee \underbrace{[(\sim p \otimes q)]}_{II} \rightarrow p$

Analizando por partes:

I.	p	⊗	~q
	V	V	F
	V	V	V
	F	V	F
	F	F	V

II.	~P	⊗	q
	F	F	V
	F	V	F
	V	V	V
	V	V	F

Trabajando I y II:

I	⊗	II
V	V	F
V	V	V
V	V	V
F	V	V

≡ V, entonces; reemplazando:

V	→	p
F	V	p
		p
		..

Ley de Implicancia

∴ Se concluye que es P.

Rpta.: c

13. Si se sabe que: P: $(s * t) * (t * s)$ es verdadero donde:

q	r	q * r
V	V	F
V	F	F
F	V	V
F	F	F

Entonces la proposición $\sim (s * t)$ es:

- a) Verdadera b) Falsa c) s d) $s \wedge t$ e) t

Solución:

Analizando: $\underbrace{\quad}_F \quad \underbrace{\quad}_V \quad (s * t) * (t * s)$, para ser verdadero, el único caso posible según la tabla es:

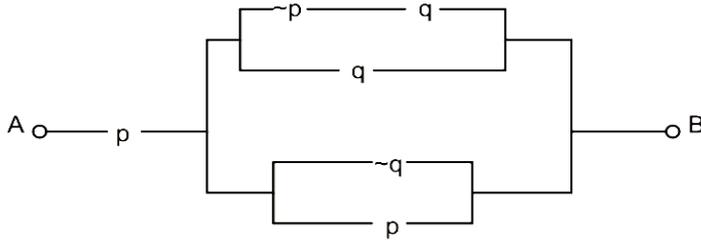
Entonces: $(s * t) \equiv F$

Reemplazando en: $(s * t)$
 $\sim (F)$
 V

∴ Se concluye que la proposición es Verdadera.

Rpta.: c

14. Simplificar la proposición que corresponde al circuito



- a) q b) p c) ~p d) p e) ~q

Solución:

Simbolizando el circuito, el conectivo más importante es la conjunción

$$p \wedge \{ [(\sim p \wedge q) \vee q] \vee [\sim q \vee p] \}$$

Ley de absorción

$$p \wedge \{ q \vee [\sim q \vee p] \}$$

Ley Asociativa

$$p \wedge \{ (q \vee \sim q) \vee p \}$$

$$p \wedge \{ V \vee p \}$$

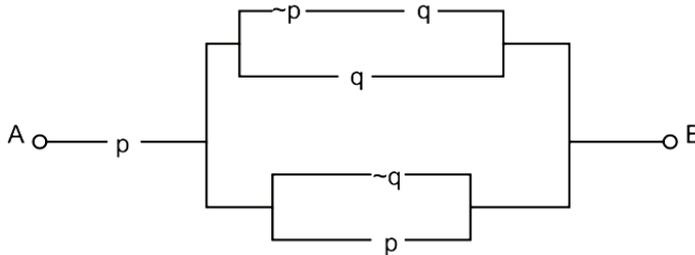
$$p \wedge V$$

$$p //$$

∴ Se concluye que es P.

Rpta.: b

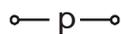
15. Reducir el siguiente circuito:



- a) $p \rightarrow$ b) $q \rightarrow$ c) $\sim p \rightarrow$ d) $p \rightarrow q \rightarrow$ e) $\sim q \rightarrow$

Solución:

Pues siendo el mismo circuito que en la pregunta 14, simbolizando gráficamente p, tenemos:



Rpta.: a

EJERCICIOS PROPUESTOS

La grandeza de tus sueños marca tu propia grandeza.

- De acuerdo con la definición, ¿cuántas de las siguientes expresiones son proposiciones?
 - * La división entre cero no existe.
 - * 4973 es un número primo.
 - * Micaela Bastidas murió a los 14 años.
 - * El principito no podía comprender a los adultos.
 - * ¿Miguel Grau nació en Piura?
 - * ¡Vive la experiencia!
 - * Mi mejor experiencia, fue a los 17 años.a) 3 b) 4 c) 5 d)6 e)7
- ¿Cuántas de las siguientes proposiciones son simples?
 - * 24 es número compuesto.
 - * El número 20 es par y el 15 es impar.
 - * Los números 40 y 27 son pares.
 - * Juan y Pedro son primos.
 - * Juan y Pedro son peruanos.a) 1 b) 2 c) 3 d)4 e)5
- Determinar el valor de verdad de cada una de las siguientes proposiciones:
 - I. Si: $3 + 1 = 7$, entonces: $4 + 4 = 8$.
 - II.No es verdad que: $2 + 2 = 5$ si y solo si $4 + 4 = 10$.
 - III. Madrid está en España o Londres está en Francia.a) VFV b) VVV c) VFF d)FVF e)FFF
- Un esquema conjuntivo representa a la proposición:
 - a) Tanto Pizarro como Paolo son jugadores.
 - b) La fiesta empezó al igual que el concurso.
 - c) Marco y Rubén toman chicha con ron.
 - d) Carlitos asiste a clases, sin embargo no escucha clases.
 - e) Todas.
- ¿Qué proposición es: "Es el caso que eres postulante si te preparas en la academia"?
 - a) Conjuntiva b) disyuntiva
 - c) bicondicional d) condicional
 - e) negativa
- Simbolizar:
 - "No es el caso que Carlos sea médico o abogado; en conclusión, Carlos no es abogado".a) $\sim p \vee q \rightarrow q$
b) $\sim q \rightarrow \sim(p \vee q)$
c) $\sim(p \wedge q) \rightarrow \sim q$
d) $\sim(p \vee q) \rightarrow \sim q$
e) $\sim(p \leftrightarrow q) \rightarrow \sim q$

7. "El fiscal de la nación ejercerá sus funciones salvo que no jure".

La proposición anterior es:

- a) Conjuntiva b) bicondicional
c) disyuntiva d) condicional
e) negativa

8. Una proposición disyuntiva inclusiva, será:

- a) Héctor es soltero o casado.
b) Si hay dinero; iremos de vacaciones.
c) La leche está fría o caliente.
d) Rommel es líder y orador.
e) Eres tú o soy yo, ¿quién se casará con Diana?

9. En la siguiente tabla:

p	q	$[(p \rightarrow q) \wedge p]$	\rightarrow	q
V	V			①
V	F			②
F	V			③
F	F			④

Los valores de verdad que deben reemplazar a los círculos en el orden indicado son:

- a) VVVV b) VFFV c) VVFF d) FFFF e) FVfV

10. Indicar el valor de verdad de:

I. $p \rightarrow (p \vee q)$

II. $(p \wedge q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$

III. $\sim[(p \wedge q) \rightarrow p]$

- a) VVV b) VFV c) VFF d) FVF e) FVV

11. Si la proposición: $(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow s)$ es falsa, deducir el valor de verdad de: $(\sim p \wedge \sim q) \vee \sim p$

- a) V b) F c) V o F d) no se puede determinar e) ninguna

12. Si: $(p \wedge \sim q) \rightarrow r$; es falsa, determinar los valores de verdad de "p", "q" y "r".

- a) VVF b) VFF c) VVV d) VFV e) FFF

13. ¿Cuántas de las siguientes expresiones son proposiciones?

- ¡Dios mío..... se murió!
- El calor es la energía en tránsito.
- Baila, a menos que estés triste.
- Siempre que estudio, me siento feliz.
- El delfín es un cetáceo, ya que es un mamífero marino.

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

14. Dadas las siguientes expresiones:

- El átomo no se ve, pero existe.
- Los tigres no son paquidermos, tampoco las nutrias.
- Toma una decisión rápida.
- Hay 900 números naturales que se representan con tres cifras.
- La Matemática es ciencia fáctica.
- Es imposible que el año no tenga 12 meses.

¿Cuántas no son proposiciones simples?

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

15. Dadas las proposiciones:

- p: Marco es comerciante
- q: Marco es un próspero industrial
- r: Marco es ingeniero

Simbolizar el enunciado:

"Si no es el caso que, Marcos sea un comerciante y un próspero industrial, entonces es ingeniero o no es comerciante".

- a) $\sim(p \wedge q) \rightarrow (r \vee p)$
- b) $(\sim p \wedge q) \rightarrow (r \wedge q)$
- c) $\sim(p \vee q) \rightarrow (r \vee p)$
- d) $\sim(p \wedge q) \rightarrow (r \vee \sim p)$
- e) $(\sim p \wedge \sim q) \rightarrow (\sim r \vee p)$

16. Los valores de verdad de las proposiciones "p", "q", "r" y "s" son respectivamente V, F, F y V.

Obtener los valores de verdad de:

I. $[(p \vee q) \vee r] \wedge s$

II. $r \rightarrow (s \wedge p)$

III. $(p \vee r) \rightarrow (r \wedge \sim s)$

- a) VFF b) FVV c) VVV d) VVF e) FFF

17. Hallar la tabla de verdad de:

p	q	$(p \vee q)$	\rightarrow	$(p \wedge q)$
V	V			
V	F			
F	V			
F	F			

- a) VVFF b) VFFV c) VFVF d) VVVV e) FFFF

18. Si: $(\sim p) \Delta r$; es verdadero; los valores de verdad de:

I. $(p \wedge s) \rightarrow (r \vee s)$

II. $(p \Delta r) \wedge s$

Son:

- a) VV b) VF c) FV d) FF e) faltan datos

19. Sabiendo que:

* $(p \rightarrow q) \vee \sim r$; es falsa

* $(s \leftrightarrow p) \Delta r$; es verdadera

¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones son correctas?

I. $\sim(p \vee s) \equiv V$

II. $(s \wedge r) \equiv F$

III. $q \rightarrow s \equiv V$

- a) I y II b) I y III c) II y III d) todas e) sólo una de ellas

20. ¿Cuáles de las siguientes proposiciones son equivalentes?

A: $(\sim p \vee q) \vee (\sim r \wedge \sim p)$

B: $p \Delta (r \rightarrow q)$

C: $\sim q \rightarrow \sim p$

- a) A y B b) A y C c) B y C d) A, B y C e) no son equivalentes

21. Si las siguientes proposiciones:

$p \vee \sim q$ y $q \wedge p$ son falsas.

Determinar el valor de verdad de:

I. $(q \rightarrow p) \wedge \sim(q \rightarrow \sim p)$

II. $(q \rightarrow \sim p) \rightarrow (q \rightarrow p)$

- a) VV b) VF c) FF d) FV e) N.A.

22. De la falsedad de la proposición:

$(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow s)$ se deduce que el valor de verdad de los esquemas:

- I. $(\sim p \wedge \sim q) \vee (\sim q)$
 II. $(\sim r \vee q) \leftrightarrow [(\sim q \vee r) \wedge s]$
 III. $(p \rightarrow q) \rightarrow [(p \vee q) \wedge \sim q]$

Son respectivamente:

- a) VFV b) FFF c) VVV d) VVF e) FFV

23. Indicar el valor de verdad de:

- I. $(\sim p \wedge \sim q) \leftrightarrow (p \vee q)$ Es una contradicción.
 II. $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$ Es una tautología.
 III. $[p \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow (q \Delta r)$ Es una contingencia.

- a) VVV b) VVF c) VFF d) VFV e) FVV

24. ¿Cuáles de las siguientes proposiciones compuestas son tautológicas?

- I. $(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \vee q)$
 II. $(q \rightarrow \sim p) \Delta (p \wedge \sim q)$
 III. $(\sim q \leftrightarrow p) \rightarrow (q \Delta \sim p)$

- a) Sólo I b) sólo II c) sólo III d) I y II e) I y III

25. Si la proposición compuesta: $(p \wedge q) \rightarrow (r \vee t)$ es falsa. Indicar las proposiciones que son verdaderas:

- a) p; r b) p; q c) r; t d) q; t e) p; r; t

26. Si la proposición: $p \rightarrow (r \vee s)$ es falsa, ¿cuántas de las siguientes proposiciones son verdaderas?

- I. $(\sim s \vee t) \vee \sim p$ II. $r \leftrightarrow p$
 III. $t \rightarrow \sim r$ IV. $(r \rightarrow p) \vee (s \rightarrow t)$

- a) Ninguna b) una c) dos d) tres e) cuatro

27. De las proposiciones, ¿cuál es una contradicción?

- I. $\sim[\sim(p \vee q) \rightarrow q] \wedge (p \rightarrow q)$
 II. $\sim[\sim p \rightarrow q] \rightarrow (p \rightarrow q)$

- a) I b) II c) I y II d) ninguna e) F.D.

28. De la falsedad de: $(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow \sim s)$ se deduce que los valores veritativos de:

- I. $\sim(\sim q \vee \sim s) \rightarrow \sim p$
 II. $\sim(\sim r \wedge s) \leftrightarrow (\sim p \rightarrow \sim q)$
 III. $p \rightarrow \sim[q \rightarrow \sim(s \rightarrow r)]$ son:

- a) FFV b) FFF c) FVF d) FVV e) VFF

29. Si la proposición $(\sim p \rightarrow q) \vee \sim r$ es falsa. Hallar el valor de verdad de p; q y r en ese orden.

- a) VVF b) FFF c) FFV d) FVF e) VFV

30. Determinar el valor de verdad de cada una de las siguientes proposiciones:

- I. Si: $3 + 1 = 7$, entonces: $4 + 4 = 8$
 II. No es verdad que: $2 + 2 = 5$ si y solo si $4 + 4 = 10$.
 III. Madrid está en España o Londres está en Francia.

- a) VFV b) VVV c) VFF d) FVF e) FFF

AUTOEVALUACIÓN

Tiempo: 30 minutos

1. Cuantos de las siguientes expresiones son proposiciones:

- 1 y 2 son números primos.
- Todos los seres humanos son inmortales.
- Dios es bueno y el diablo malo.
- Manco Capac y Mama Ocllo fundaron el imperio incaico.
- Mañana voy al cine.
- 5 es u número par.

- a. 4 b. 5 c. 3 d. 2 e. 6

2. Si $A = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$, determinar el valor de verdad de las proposiciones.

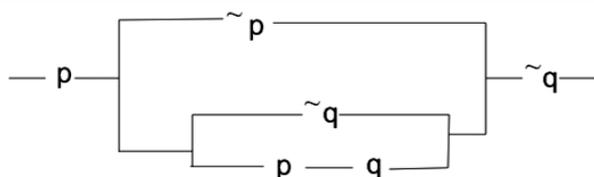
- I. $\forall x \in A : x + 2 < 6$
- II. $\exists x \in A / 2x - 4 = 0$
- III. $\forall x \in A : x - 3 > 0$

- a. VVF b. VVV c. VFF d. VVF e. FFF

3. La proposición equivalente a $[(\sim q \rightarrow \sim p) \rightarrow (\sim p \rightarrow \sim q)] \wedge \sim (p \wedge q)$

- a. $\sim q$ b. $\sim p$ c. $p \wedge \sim q$ d. $\sim p \wedge q$ e. $p \wedge \sim q$

4. El circuito:



¿Cual de las siguientes proposiciones le corresponde?

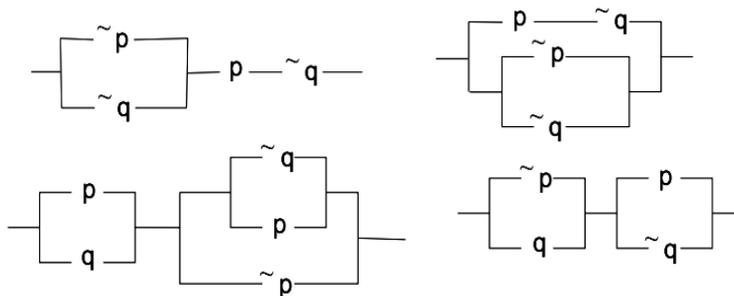
- a. $p \wedge q$ b. $\sim (p \rightarrow q)$ c. $p \vee q$ d. $p \rightarrow \sim q$ e. $\sim p \vee q$

5. Si la tabla de verdad de cierta proposición es como la del esquema adjunto. ¿A cual de los conjuntos le corresponde?

a

b

p	q	
v	v	f
v	f	v
f	v	v
f	f	v



6. Si Adán comió la manzana entonces Eva lo tentó, "equivalente a:

- Si Adán no comió la manzana, entonces Eva lo tentó.
- Adán no comió la manzana pero Eva lo tentó.
- Si Eva no lo tentó, Adán no comió la manzana.
- O Eva lo tentó o Adán comió la manzana.
- Ya que Eva lo tentó, Adán no comió la manzana.

7. Se sabe que:

p: Juan sube al ómnibus q: José sube al ómnibus

r: Pedro sube al ómnibus s: José se compra un sandwich

"Si Juan sube al ómnibus o José no sube al ómnibus, es suficiente para que Pedro suba al ómnibus y José no compre un sandwich". ¿Cual es la proposición equivalente?

- $(p \wedge \sim q) \vee (\sim r \wedge \sim s)$
- $(p \vee \sim q) \rightarrow (r \wedge \sim s)$
- $\sim(p \vee q) \wedge (r \vee s)$
- $\sim(p \wedge q) \rightarrow (\sim r \wedge \sim s)$
- $(\sim q \wedge p) \rightarrow (r \vee s)$

8. Simplificar:

$$p * q \equiv \{[(p \rightarrow q) \rightarrow p] \vee q\} \wedge p$$

$$\{[(\sim p \wedge r) * q] * (p * q)\} * (p \vee r)$$

- $\sim p$
- $\sim p \wedge r$
- $\sim p \vee r$
- $\sim p \wedge q$
- $p \wedge r$

9. "Juan esta melancólico porque vive alejado de su familia". Al negar el enunciado anterior, su equivalente es:

- No es cierto que, Juan vive alejado de su familia porque no está melancólico.
- Juan vice alejado de su familia y esta melancólico.
- Juan no está melancólico y vice alejado de su familia.
- Juan está melancólico pero no vice alejado de su familia.
- Más de una es correcta.

RESPUESTAS

1	2	3	4	5	6	7	8	9
c	d	b	b	b	c	b	b	d